ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

До Ин Себ

1235

О СТРАГГЛИНГЕ ПРОБЕГОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В РАЗЛИЧНЫХ ВЕЩЕСТВАХ

Дубна 1963 год

До Ин Себ

1235

О СТРАГГЛИНГЕ ПРОБЕГОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В РАЗЛИЧНЫХ ВЕЩЕСТВАХ

Дубна 1963 год

При прохождении через вещество заряженные частицы теряют свою энергию на ионизацию атомов вещества. Из-за случайного характера процесса ионизации частицы с одинаковой энергией имеют разные пробеги. Разброс пробегов характеризуется их дисперсией;

$$\sigma_R^2 = \langle (R - \bar{R})^2 \rangle ,$$

где $\bar{R}$ -средний пробег. Отношение корня квадратного из дисперсии пробегов и среднего, выраженное в процентах, называется страгглингом пробегов, по Дарвину[1]. Страгглинг пробегов дает принципиальный предел точности определения энергии частицы по ее пробегу.

Для тяжелых заряженных частиц при прохождении ими достаточно больших толщин вещества разброс потерь энергии около средней может быть представлен гауссовой кривой с полушириной Г;

$$\sigma_E^2 = a\,t = \Gamma^2 .$$

Величина a, согласно Бору[2], не зависит от скорости частиц и определяется формулой

$$a = 4\pi z^2 e^4 n ,$$

где z -заряд частицы, n -число электронов в единичном объеме. Ливингстон и Бете[3] дали более точную формулу, в которой учитывалась связь электронов в атоме. Левис[4] исследовал отклонение от гауссовского распределения. Разброс потерь энергии в тонких поглотителях исследовали Ландау[5], Вавилов[6] и другие[11].

Учитывая релятивистскую поправку Линдхара-Шарффа[7], страгглинг пробегов можно выразить формулой:

$$\phi = 100 \frac{\sqrt{\sigma_R^2}}{\langle R \rangle} \qquad /1/$$

$$\sigma_R^2 = a \int_0^E \left(\frac{dE}{dx} \right)^{-3} \frac{1 - \frac{\beta^2}{2}}{1 - \beta^2}\, dE , \qquad /2/$$

где ϕ - страгглинг пробегов в %, β -скорость частицы. Баркас[8] вычислил страгглинг пробегов для ядерной эмульсии, а Стернхаймер для Be, C, Al, Cu, Pb и воздуха[9]. При этом они использовали формулу Бете-Ливингстона для тормозной способности частиц

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 e^4 n}{m c^2 \beta^2} \left[\ln \left(\frac{2mc^2\beta^2}{I} \right) - \ln (1 - \beta^2) - \beta^2 - C \right] ,$$

где I-средняя энергия ионизации атомов вещества, C -поправочный член Бете-Ферми. При использовании этой формулы нельзя получить общего выражения для страгглинга в различных веществах, так как она предусматривает только численное интегрирование. Однако эксперимент часто нуждается в оценке страгглинга в различных веществах. Поэтому желательно иметь более простую и общую формулу.

Используя соотношения $E = Mc^2 (\gamma - 1)$, видоизменим выражение /2/ следующим образом:

$$\sigma_R^2 = a \int_0^E \left(\frac{dE}{dx}\right)^{-3} dE + \frac{a}{Mc^2} \int_0^E \left(\frac{dE}{dx}\right)^{-3} E \, dE +$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{a}{M^2c^4} \int_0^E \left(\frac{dE}{dx}\right)^{-3} E^2 dE , \qquad /3/$$

где Mc^2 – энергия покоя частицы. При сравнении с /2/ легко видеть, что первый член дает нерелятивистское приближение, а остальные возникают благодаря релятивистскому эффекту.

В дальнейшем мы будем вычислять страгглинг пробегов для протона $/ z = 1/$. Для других частиц можно использовать соотношение

$$\phi(\beta) = \left(\frac{M}{\mu}\right)^{1/2} \phi_p (\beta), \qquad /4/$$

где μ –масса частицы; $\phi_p (\beta)$ – страгглинг пробегов для протона при скорости β .

Как мы показали в /10/, соотношение пробег–энергия заряженных тяжелых частиц в любом веществе можно представить с хорошей точностью в виде:

$$E = a R^m , \qquad /5/$$

где m – универсальная константа в определенном интервале $y=E/I$. Используя это соотношение, мы получим, например, при $y < 20$

$$a \int_0^E \left(\frac{dE}{dx}\right)^{-3} dE = \frac{a}{\eta} \left(\frac{I}{a}\right)^{2/m} \cdot y^{\frac{3-2m}{m}}$$

$$\frac{a}{Mc^2} \int_0^E \left(\frac{dE}{dx}\right)^{-3} E \, dE = \frac{I}{Mc^2} \frac{a}{\xi} \left(\frac{I}{a}\right)^{2/m} \cdot y^{\frac{3-m}{m}} ,$$

где

$$\eta = \frac{I^2}{\left(\frac{I}{a}\right)^{1/m}} m^2 (3 - 2m)$$

$$\xi = \frac{I}{\left(\frac{I}{a}\right)^{1/m}} \cdot m^2 (3 - m) .$$

Если пробег выражен в г/см^2, то из выражения универсальной константы k в /10/ мы получим

$$\frac{a}{\eta} = \frac{4\pi e^4 N_0 k}{m^2 (3-2m)}$$

$$\frac{a}{\xi} = \frac{4\pi e^4 N_0 k}{m^2 (3-m)} . I .$$

Тогда страгглинг пробегов выражается, согласно /1/ и /3/, равенством

$$\phi = 100 \frac{\sqrt{\sigma_R^2}}{<R>}$$

$$= C y^{\frac{1-2m}{2m}} + I A y^{\frac{1}{2m}} ,$$

где

$$C = 100 \left[\frac{4\pi e^4 N_0 k}{m^2 (3-2m)} \right]^{1/2}$$

$$A = \frac{C}{2} \frac{1}{Mc^2} \frac{(3-2m)}{(3-m)} .$$

В общем случае мы получим

$$\phi = \phi_0 + \phi_I$$

$$\phi_0 = C_i y^{\frac{1-2m_i}{2m_i}} + B_i y^{\frac{2m_i - 5}{2m_i}} \qquad /6/$$

$$\phi_I = I A_i y^{\frac{1}{2m_i}} ,$$

где

$$C_i = 100 \left[\frac{4\pi e^4 N_0 k_i}{m_i^2 (3-2m_i)} \right]^{1/2}$$

$$B_i = \frac{C_i}{2} \left[-y_i^{\frac{3-2m_i}{m_i}} + y_i^{\frac{3-2m_{i-1}}{m_{i-1}}} \frac{k_i^{-3} m_i^2 (3-2m_i)}{k_{i-1}^{-3} m_{i-1}^2 (3-2m_{i-1})} \right] \qquad /7/$$

$$A_i = \frac{C_i}{2} \frac{1}{Mc^2} \frac{(3-2m_i)}{(3-m_i)} .$$

Значения m_i , k_i и y_i даны в таблице 1. Из /6/ и /7/ вытекают следующие выводы.

Поскольку m_i и k_i – константы, не зависящие от вещества, то константы C_i, B_i и A_i в формулах /6/ тоже не зависят от вещества. Кроме того, как показано ниже, третий член в формуле /6/ меньше 0,1% до $y \approx 1500$. Поэтому страгглинг пробегов в интервале $0<y<1500$ выражается универсальной функцией

$$\phi = F\,(E/I), \qquad /8/$$

т.е. страгглинг пробегов частиц энергии E в веществе со средним потенциалом ионизации I равен страгглингу, который имеет частица с энергией $\hat{E}_o = \frac{I_o}{I}.E$ в веществе со средним потенциалом ионизации I_o.

3.

Благодаря универсальности функции $F(E/I)$, страгглинг пробегов можно вычислить для любого вещества. Мы вычислили $F(E/I)$ для ядерной эмульсии. При этом использовали значения m и k, которые даны в таблице 1. Результат показан в таблице II. Для сравнения в таблицу внесены также результаты, полученные Баркасом. Как видно, численное согласие достаточно хорошее.

Автор выражает благодарность И.М. Граменицкому и В.П. Зрелову за ценные обсуждения, В.М. Сидорову за помощь в работе.

Литература

1. Darwin. Phil. Mag. 23, 901 (1912).
2. Bohr N. Phil. Mag. 25, 10 (1913); Phil. Mag. 30, 581 (1915).
3. M.S.Livingston and H.A.Bethe. Rev. Mod. Phys. 9, 261 (1937).
4. H.W.Lewis. Phys. Rev. 85, 20 (1952).
5. Л. Ландау. J. Phys. (USSR) 4, 201 (1944).
6. П.В. Вавилов. ЖЭТФ 32, 920 /1957/.
7. J.Lindhard and M.Scharff. Dan. Mat. Fys. Medd. 27, 15 (1953).
8. W.H.Barkas, F.M.Smith, W.Birnbaum. Phys. Rev. 98, 605 (1955).
9. R.M.Sternheimer. Phys. Rev. 117, 485 (1960).
10. До Ин Себ. ЖЭТФ 43, 121 /1962/.
11. O.Blunk, K.Westphalk. Z. Phys. 130,641 (1951).
   O.Blunck, S.Leisegang. Z.Phys. 128, 500 (1950).
   K.R. Symons. Harvard University Thesis (1948).

Рукопись поступила в издательский отдел
19 марта 1963 года.

Таблица I

y	m_i	$k_i \times 10^{-2}$	y_i
$0 < y < 20$	0,635	0,382	0
$20 < y < 600$	0,574	0,233	20
$600 < y < 2700$	0,656	I,006	600

Таблица II

E Мэв	ϕ_0	ϕ_I	ϕ %	ϕ Баркас %
I	2,32	0,00	2,32	2,II
2	2,00	0,00	2,00	I,94
5	I,64	0,00	I,64	I,66
I0	I,55	0,00	I,55	I,53
20	I,45	0,0I	I,46	I,42
50	I,28	0,03	I,3I	I,29
I00	I,I7	0,05	I,22	I,2I
200	I,07	0,09	I,I6	I,I3
500	I,00	0,08	I,08	I,02