ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

А.Н. Тавхелидзе

1220

КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ ПОДХОД В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Автореферат диссертации, представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

Дубна 1963 год

А.Н. Тавхелидзе

КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ ПОДХОД В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Автореферат диссертации, представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

Дубна 1963 год

1.

Создание метода дисперсионных соотношений в квантовой теории поля /1/ является важным этапом в развитии теории сильных взаимодействий.

Глубокая взаимосвязь между различными физическими процессами отражается в аналитических свойствах амплитуд рассеяния, на основе которых, с одной стороны, можно установить функциональные соотношения между некоторыми физическими величинами, проверяемыми на опыте, а с другой стороны, возможно получить приближенные уравнения для амплитуд процессов.

Обнаружение связи в квантовой механике между асимптотическим поведением амплитуды рассеяния и связанными состояниями системы /2/ вызывает большой интерес, так как при наличии этих представлений в квантовой теории поля мы пришли бы к ряду интересных следствий. В большинстве работ, переносящих идеи Редже в квантовую теорию поля, некоторые выводы об аналитичности в ℓ-плоскости делаются на основе мандельстамовского представления или гипотетических дисперсионных соотношений по передаче импульса. В настоящее время не ясен вопрос, являются ли эти представления следствием теории.

Возникает вопрос, в какой степени редджеевские представления, развитые для нерелятивистского уравнения Шредингера, совместимы с динамическими уравнениями квантовой теории поля.

Настоящая работа посвящается выяснению этих вопросов.

Диссертация состоит из четырех глав.

В первой главе дан анализ современного состояния теории сильных взаимодействий в рамках метода дисперсионных соотношений. Упор делается на те физические следствия, которые вытекают из принципов квантовой теории поля и не зависят от существования гипотетических представлений для амплитуд процессов.

Чтобы ответить на вопрос о совместимости редджеевских представлений с динамическими уравнениями теории поля, ввиду крайней сложности проблемы естественно обратиться прежде всего к анализу ситуации в рамках теории возмущений. Так как теория возмущений является следствием основных принципов, то в диаграммах метода возмущений содержится весьма богатая информация о структуре теории. Однако эта информация, образно говоря, находится в закодированном виде и ее извлечение не тривиально. Этим, в частности, можно объяснить неудачу ранних попыток изучения асимптотических свойств амплитуд методом суммирования диаграмм Фейнмана.

Во второй главе в рамках теории возмущений установлено реджеевское поведение амплитуды рассеяния и аналитические свойства показателя Редже [3,4]. Показано, что наряду с реджеевскими особенностями в ℓ -плоскости, в квантовой теории поля присутствуют разрезы потенциального типа [5,6]. Разработана методика учета вклада от разрезов при вычислении показателя Редже по теории возмущений.

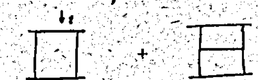
Основные моменты синтеза идей Редже и теории возмущений для простоты продемонстрированы на примере рассеяния скалярных частиц, описываемых гамильтонианом взаимодействия:

$$H = g\phi^3(x). \qquad (1)$$

Пользуясь обычной методикой, для мнимой части амплитуды рассеяния мезона на мезоне имеем следующее уравнение ренормализационной группы [7]:

$$\frac{\partial}{\partial x}\ln Im\, M(x,y,\mu,g^2) = \frac{1}{x}\frac{\partial}{\partial\zeta}\left[\ln Im\, M\left(\zeta,\frac{y}{x},\frac{\mu}{x},g^2\Psi(x,\mu,g^2)\right)\right]_{\zeta=1}, \qquad (2)$$

где $x=\frac{t}{\Lambda}$, $y=\frac{s}{\Lambda}$, $\mu=\frac{m^2}{\Lambda}$, Λ – импульс нормировки, $g^2\Psi(x,\mu,g^2)$ – инвариантный заряд, определяемый соответствующим дифференциальным уравнением. В соответствии с методом ренормгруппы, используя в качестве исходного приближения для правой части (2) диаграммы,

$s \rightarrow$ 

в области больших s из уравнения (2) и дисперсионных соотношений получим следующее выражение для амплитуды рассеяния:

$$M(t,s,m^2,y^2) = g^4\cdot\frac{1}{8\pi}\,\Phi(t)\left(-\frac{s}{m^2}\right)^{a(t)}\frac{1+e^{-i\pi a(t)}}{\sin\pi a(t)}, \qquad (3)$$

где

$$a(t) = -1+\frac{g^2}{8\pi^2}\int_{4m^2}^{\infty}\frac{\sqrt{t'-4m^2}}{t'}\cdot\frac{\Psi\left(\frac{t'}{m^2},\mu^2,g^2\right)}{(t'-4m^2)(t'-t)}. \qquad (4)$$

Изучая аналитические свойства инвариантного заряда, из формулы (2) можно установить, что показатель Редже является аналитической функцией комплексной переменной с разрезом вдоль действительной оси от o до бесконечности.

Аналогичным методом проводится исследование асимптотического поведения амплитуды рассеяния и аналитических свойств показателя Редже и в теории с взаимодействием типа $\Lambda\phi^4(x)$.

Разумеется, для полного исследования вопроса об асимптотическом поведении амплитуды в теории возмущений необходимо разработать метод учета и других логарифмических членов в разложении.

В работах [8] выдвигается гипотеза, что другие логарифмические члены не изменят асимптотику и приведут лишь к перенормированной константе взаимодействия.

Найденный по теории возмущений для разных задач [4,9,10] показатель Редже правильно передает энергетический спектр связанного и резонансного состояний системы. Установление связи между асимптотическим поведением амплитуды рассеяния и связанными состояниями требует более глубокого исследования вопросов связанных состояний в квантовой теории поля. Отметим, что описание системы из двух взаимодействующих частиц с помощью уравнения Бете–Солпитера обладает рядом недостатков. Например, совершенно не ясно, какое физическое условие необходимо сформулировать по относительному времени двух частиц при решении уравнений и не ясна физическая интепретация 4-мерной волновой функции.

В третьей главе разработан квазипотенциальный подход к проблеме взаимодействия элементарных частиц в квантовой теории поля [11]. Показано, что система из двух взаимодействующих частиц может быть описана уравнением типа Шредингера:

$$(E^2-m^2-p^2)\Psi(p) = \int V(E;p,p')\Psi(p')d^3p' \qquad (1)$$

с обобщенным комплексным потенциалом, зависящим от энергии и импульсов частиц, мнимая часть которого характеризует неупругие процессы. Обобщенный потенциал V, с одной стороны, дает матрицу рассеяния, а, с другой, позволяет выйти за массовую поверхность и получить уравнение для двухвременной функции Грина $\tilde{\tilde{G}}$.

Попытки введения потенциала в релятивистской теории поля предпринимались разными авторами.

Описание системы взаимодействующих частиц в теории поля по аналогии с оптической моделью обсуждалось в работах Д.И.Блохинцева и др. [12].

В работе [13] было показано, что в области малых энергий можно ввести потенциал, не зависящий от энергий и являющийся функцией только от расстояния. Существенно отметить, что требование, чтобы потенциал зависел только от расстояния, приводит к потенциалу, имеющему ограниченный смысл и не позволяет учитывать неупругие процессы.

В работе [14] делается попытка ввести потенциал на основе представления Мандельстама. Система уравнений для амплитуд процессов, построенная с помощью этих потенциалов, эквивалентна нелинейной системе уравнений для спектральных функций.

В развитом нами подходе основой для получения потенциала является уравнение для двухвременных функций Грина $\tilde{G}$. Обобщенный комплексный потенциал непосредственно связан с оператором $\tilde{G}^{-1}$, поэтому главное внимание уделяется изучению спектральных свойств [15] функций $\tilde{G}$ и $\tilde{G}^{-1}$. Показано, что $\tilde{G}$ является аналитической функцией комплексной переменной E^2 с разрезом вдоль действительной оси от нуля до бесконечности и имеет знакоопределенную мнимую часть. Последнее ведет к мнимой части обобщенного комплексного потенциала, соответствующей поглощению в системе.

Этот потенциал приводит к релятивистской S -матрице и дает возможность изучить структуру связанных состояний (виртуальные процессы). Обычно на основе дисперсионных соотношений и соотношений унитарности получают нелинейную систему уравнений для амплитуды рассеяния. Квазипотенциальный подход дает возможность описать процессы рассеяния с помощью хорошо изученного линейного уравнения типа Шредингера.

В четвертой главе изучаются свойства обобщенного потенциала при менее общей постановке задачи. Потенциал при этом строится таким образом, чтобы он приводил к релятивистской S -матрице [15,16].

Для амплитуды рассеяния в квантовой теории поля дано разложение по константе связи. Совершенно очевидно, что непосредственно из данного разложения нельзя ответить на вопрос о возможном асимптотическом поведении амплитуды и характере связанных и резонансных состояний системы. Члены теории возмущений, играющие основную роль для описания связанного состояния, пропорциональны не только малой константе связи g^2, но и по параметру $g^2/\sqrt{w}$ (w – энергия связи), который в этом случае не мал. Поэтому необходимо разработать метод суммирования такого рода членов и получить разложение по малому параметру g^2. Чтобы подойти к решению этих вопросов, в § 1 данной главы рассматривается метод суммирования диаграмм теории возмущений. Этот подход позволяет на основе информации из теории возмущений для амплитуды процесса построить такой потенциал, что уравнение типа Шредингера с этим потенциалом дает в любом порядке теории возмущений обычное выражение для амплитуды рассеяния. Поскольку по самому построению потенциала мы ограничились задачей правильного описания лишь амплитуды рассеяния, то полученное таким образом уравнение типа Шредингера дает возможность найти энергетический спектр связанных и резонансных состояний системы.

Установлено, что процесс рассеяния, а также энергетический спектр связанных и резонансных состояний системы из двух взаимодействующих частиц описывается уравнением:

$$(E^2 - m^2 - p^2)\Psi(p) = \frac{1}{\sqrt{p^2 + m^2}} \int V(E,(p-p'))\Psi(p')d^3p', \qquad (6)$$

где потенциал $V(E,(p-p')$ является функцией энергии и передачи импульса $(p-p')^2$. В тех случаях, когда константа связи мала, разработан алгоритм построения квазипотенциала из разложения теории возмущений. Для целей изучения сильных взаимодействий установлен ряд общих свойств квазипотенциала.

Наличие обменных взаимодействий приводит к разным потенциалам для четных и нечетных парциальных волн. Для учета этого обстоятельства вводятся четные и нечетные амплитуды:

$$M^{(+)}\Phi^{(+)} = M\Phi^{(+)}, \quad M^{(-)}\Phi^{(-)} = M\Phi^{(-)},$$

где $\Phi^{(\pm)}$ – волновые функции для четных и нечетных состояний. Тогда для описания амплитуды $M^{(+)}$ будет потенциал $V^{(+)}$, а для $M^{(-)}$ – потенциал $V^{(-)}$.

На основе дисперсионных соотношений, установленных в квантовой теории поля [19], следует, что амплитуды $M^{(\pm)}$, в некотором интервале энергии E могут быть представлены в форме

$$M^{(\pm)}(E,(p-p')) = \int_{\mu^2}^{\infty} \frac{\rho^{(\pm)}(E,\nu^2)}{\nu^2 + (p-p')^2}\, d\nu^2. \qquad (7)$$

В данной главе показано, что для потенциалов V в этом же интервале энергии могут быть даны следующие спектральные представления:

$$V^{(\pm)}(E,(p-p')) = \int_{\mu^2}^{\infty} \frac{U^{(\pm)}(E,\nu^2)}{\nu^2 + (p-p')^2}\, d\nu^2. \qquad (8)$$

Мы приходим, таким образом, к выводу, что связанные состояния в квантовой теории поля могут быть изучены на основе локального потенциала, являющегося суперпозицией потенциалов Юкавы с интенсивностями, зависящими от энергии.

На основе информации из теории возмущений потенциал вида (8) восстанавливается с точностью до полинома вычитания. В зависимости от степени n этого полинома потенциал, представимый в виде (8), будет описывать лишь парциальные волны с $\ell > n$. Если сделать предположение, что потенциал имеет только одну константу вычитания, то на основе потенциала вида (8) мы можем описать все волны за исключением S –волны. Для такого потенциала проведено изучение асимптотического поведения амплитуды рассеяния [17]. Получена асимптотика реджеевского типа, причем показатель Редже $a(s)$ определяется как собственное значение уравнения:

$$r_a(u,s) = \int R_a(u,u',s)\, \frac{r_a(u',s)\,du'}{(u'-E^2+m^2)\sqrt{u'^2+m^2}} \qquad (9)$$

$$R_a(u,u',s) = 2\int d\mu \int_0^1 dx\, U(s,\mu)\, \frac{x^a}{(1-x)^{1/2}} \cdot \frac{\theta(u'-ux-\frac{\mu x}{1-x})}{(u'-ux-\frac{\mu x}{1-x})^{1/2}}.$$

Решение этого уравнения в приближении слабой связи дает выражение для показателя Редже, совпадающее с формулой, полученной непосредственным суммированием диаграмм теории возмущений.

Таким образом, в квантовой теории поля реджеевская асимптотика получается при определенных предположениях о структуре потенциала на малых расстояниях. Последнее обстоятельство нашло свое отражение в том, что к потенциалу вида (8) добавляется δ –образный потенциал. Наличие других констант вычитания в потенциале может привести уже к не реджеевской асимптотике амплитуды рассеяния.

Далее, в § 3 данной главы, раскрыта квазипотенциальная природа мандельстамовского представления /18/. Установлено, что в предположении о существовании мандельстамовского представления для амплитуд рассеяния:

$$M^{(\pm)}(s,t) = \int_{4m^2}^{\infty} d\nu^2 \frac{\rho^{\pm}(s,\nu^2)}{\nu^2 + (p-p')^2}, \tag{10}$$

где ρ – аналитическая функция комплексной переменной s с разрезом вдоль действительной оси, во всей области энергии можно построить локальный потенциал, являющийся суперпозицией потенциалов Юкавы с зависящими от энергии интенсивностями:

$$V^{(\pm)}(s,r) = \int_{\kappa_0^2}^{\infty} \frac{e^{-kr}}{r} \rho(k^2, s)\, dk^2. \tag{11}$$

В этом смысле мандельстамовское представление является достаточно сильным требованием к структуре теории. Из формулы (11) непосредственно следует оценка Фруассара о возможном росте сечения взаимодействия при больших энергиях.

Л и т е р а т у р а

1. M.L.Goldberger. Phys. Rev. 99, 979 (1955).
   Н.Н.Боголюбов, Б.В.Медведев, М.К.Поливанов. Вопросы теории дисперсионных соотношений. Физматгиз, 1958.
2. T.Regge. Nuovo Cim. 14, 951 (1959). 18, 947 (1956).
3. B.A.Arbuzov, A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze and R.N.Faustov. Phys. Rev. Lett. 2, 150 (1962).
4. B.A.Arbuzov, A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze, R.N.Faustov and A.T.Filippov. Phys. Rev. Lett. 2, 305 (1962).
5. B.A.Arbuzov, B.M.Barbashov, A.A.Logunov, Nguyen Van Hieu, A.N.Tavkhelidze, R.N.Faustov, A.T.Filippov. Препринт ОИЯИ, Е – 1095, Дубна (1962).
6. A.A.Logunov, Nguyen Van Hieu, A.N.Tavkhelidze and O.A.Khrustalev.
   Препринт ОИЯИ Е – 1194, Дубна (1962).
7. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. Введение в теорию квантованных полей. ГИТТЛ, Москва, 1957.

8. D.V.Shirkov Препринт СО АН СССР, ТФ-8
9. A.A.Logunov, Nguyen Van Hieu, A.N.Tavkhelidze, O.A.Khrustalev,
   Препринт ОИЯИ, Е-1122, Дубна (1962).
10. B.A.Arbuzov, A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze and R.N.Faustov
    Препринт ОИЯИ Е-1114, Дубна (1962). ДАН СССР 149 (1963).
11. A.A.Logunov and A.N.Tavkhelidze. . Препринт ОИЯИ Е-1145, Дубна (1962).
12. Д.И.Блохинцев, В.С.Барашенков и Б.Н.Барбашов. УФН, ХУIII, № 3.
13. T.M.Charap and S.P.Fubini. Nuovo Cim. XIV, No. 3 (1959), XV, No.1 (1960).
14. C.F.Chew and Frautschi. Phys. Rev. 124, 1 (1961).
15. А.А.Логунов, А.Н.Тавхелидзе. Сообщения АН СССР, ХУIII, № 1, № 5 (1957).
16. А.А.Логунов, А.Н.Тавхелидзе, И.Т.Тодоров и О.А.Хрусталев. Препринт ОИЯИ, Д-1191 (1963).
17. Б.А.Арбузов, А.А.Логунов, А.Н.Тавхелидзе, Р.Н.Фаустов и А.Т.Филиппов. Препринт ОИЯИ Р-1149, Дубна, 1962. ЖЭТФ 47, 1 (1963).
18. А.А.Логунов, А.Н.Тавхелидзе и О.А.Хрусталев. Препринт ОИЯИ Р-1195, Дубна (1963).
19. А.А.Логунов, А.Н.Тавхелидзе, И.Т.Тодоров, Н.А.Черников. ДАН СССР, 135, 801 (1960).
    А.А.Логунов, Лю И-чень, И.Т.Тодоров и Н.А.Черников. Препринт ОИЯИ Р-1043, Дубна (1962).

Рукопись поступила в издательский отдел
11 марта 1963 года.