



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория ядерных проблем

А.А. Глазов, В.П. Джелепов, В.П. Дмитриевский, Б.И. Замолотников,  
В.В. Кольга, А.А. Кропня, Л.М. Онищенко, Е. Швабе

1169

ВЛИЯНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА  
НА ЧАСТОТУ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЧАСТИЦ  
В ИЗОХРОННОМ ЦИКЛОТРОНЕ

*Анн. журн. физ., 1963, т. 15, в. 3*

*У-в. Иссл. Энергет. р.с., 1964. в. 6, ч. 4, р. 413.*

*Менедж. конф. по ускорителям.*

*Дубна, 1963. Изв. ИЯИ... М., 1964. с. 611-615.*

А.А. Глазов, В.П. Джелепов, В.П. Дмитриевский, Б.И. Замолотчиков,  
В.В. Кольга, А.А. Кропня, Л.М. Онищенко, Е. Швабе

1189

2012/3 48

ВЛИЯНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА  
НА ЧАСТОТУ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЧАСТИЦ  
В ИЗОХРОННОМ ЦИКЛОТРОНЕ

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

Дубна 1963 год

### А н н о т а ц и я

В работе изложены теоретические и экспериментальные результаты по исследованию влияния пространственного заряда ионов на частоту аксиальных свободных колебаний в изохронном циклотроне. Исследования выполнены в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ на циклотроне с пространственной вариацией магнитного поля.

## В в е д е н и е

Увеличение интенсивности пучков частиц приводит к необходимости рассмотрения эффектов, связанных с плотностью заряда пучка, циркулирующего в ускорителе. В настоящее время имеется ряд работ, посвященных исследованию этих эффектов в различных типах ускорителей. Основное направление этих исследований сводится к определению влияния пространственного заряда на величину предельного тока инжекции, на пространственную устойчивость частиц в процессе ускорения<sup>/1,2,3/</sup> и фазовое движение<sup>/4,5/</sup>.

Все расчеты этих эффектов выполняются, как правило, с привлечением ряда предположений, как о форме ускоряемого сгустка, так и о распределении плотности в нем. Существенность этих эффектов при создании высокоинтенсивных пучков заряженных частиц приводит к необходимости тщательного экспериментального изучения этих процессов на действующих ускорителях.

В настоящей работе систематически изучалась зависимость частоты аксиальных свободных колебаний от плотности пространственного заряда частиц. Измерения выполнены при ускорении молекулярного водорода до энергии 12 Мэв на ускорителе со спиральной структурой магнитного поля<sup>/6/</sup>.

### § 1. Предельные плотности заряженных частиц в релятивистских циклотронах

Благодаря изменению радиальной скорости частиц /  $i$  / плотность заряда пучка  $\kappa$  будет изменяться с увеличением энергии по закону<sup>/2/</sup>

$$\kappa = \left(\frac{E}{E_0}\right)^3 \cdot \frac{i T_0}{r_\infty^2 \cdot \Delta\phi \cdot \Delta z} \cdot \frac{E_0}{eV}, \quad /1/$$

где  $i$  - количество ионов в сек, попадающих на мишень;

$\Delta\phi, \Delta z$  - азимутальный и аксиальный размеры пучка;

$T_0$  - период обращения частиц на замкнутой орбите;

$eV$  - прирост энергии частицы за один оборот;

$E$  - полная энергия частицы.

Предполагая распределение плотности пучка равномерным как по азимуту, так и в аксиальном направлении /ось  $Z$  /, легко получить предельное значение плотности пучка в магнитной системе, жесткость которой характеризуется частотой бетатронных колебаний  $Q_z$

$$\kappa = \frac{1}{4\pi e^2} \cdot \frac{Q_z^2 \cdot E^3}{r_\infty^2 \cdot E_0^2}. \quad /2/$$

Сравнивая /1/ и /2/, получим предельный ток заряженных частиц, определяемый эффектом кулоновского расталкивания,

$$J = \frac{1}{4\pi e} \cdot \frac{\Delta\phi \cdot \Delta z \cdot V}{T_0} \cdot Q_z^2. \quad /3/$$

Так, например, для изохронного циклотрона Лаборатории ядерных проблем при  $Q_z = 0,1 / R = 30 \text{ см} / V = 30 \text{ Кв}$ ,  $f_0 = \frac{1}{T_0} = 10,4 \text{ МГц}$ ,  $\Delta\phi = 1 \text{ рад}$  и  $\Delta z = 1,6 \text{ см}$ , величина предельного тока, найденная из выражения /3/,  $J = 500 \text{ мка}$ . Максимальный ток, измеренный на предельном радиусе этого циклотрона, составляет  $\sim 20-30 \text{ мка}$ .

Отсюда следует, что при интенсивности внутреннего пучка  $20-30 \text{ мка}$  эффект пространственного заряда должен проявляться на этом ускорителе достаточно четко, и возможно его экспериментальное изучение.

Рассматривая влияние плотности пространственного заряда на частоту аксиальных свободных колебаний, в рамках линейной теории легко получить /в практической системе единиц/

$$\frac{\Delta Q_z}{Q_z} = \frac{J}{2Q_z^2 \cdot \epsilon_0 \cdot f_0 \cdot V \cdot \Delta\phi \cdot \Delta z}, \quad /4/$$

где  $J$  - интенсивность в амперах,  $f_0 = \frac{1}{T_0}$ , диэлектрическая проницаемость вакуума  $\epsilon_0 = 0,88 \cdot 10^{-13} \text{ ф/см}$ .

$\Delta z$  - полная высота пучка в см.

Из выражения /4/ следует, что при токах  $10-15 \text{ мка}$  изменение частоты свободных колебаний, определяемое этим эффектом, будет достигать нескольких процентов. Для количественного исследования частоты свободных колебаний необходимо найти, как это следует из /4/, угловую протяженность ( $\Delta\phi$ ) сгустка ускоряемых частиц на различных радиусах ускорителя, а также вертикальный размер пучка.

## § 2. Аксиальные колебания в изохронном циклотроне

Устойчивость равновесных орбит в аксиальном направлении обеспечивается в изохронном циклотроне переменными градиентами, которые образуются благодаря спиральной структуре магнитного поля. Аксиальные свободные колебания частиц около равновесной орбиты в линейном приближении после пренебрежения малыми членами описываются уравнением /6/

$$Z'' + \left\{ -n + \frac{\epsilon^2}{2} \left[ 1 + \left( \frac{R}{N\lambda} \right)^2 \right] - \frac{\epsilon R}{\lambda} \cos\left( \frac{R}{\lambda} - N\phi \right) \right\} Z = 0, \quad /5/$$

где  $\epsilon$  - глубина вариации,  $2\pi\lambda$  - радиальный шаг структуры магнитного поля,

$N$  - число спиралей,  $n = \frac{R}{H} \left. \frac{dH(r)}{dr} \right|_{r=R}$ ,  $R = \frac{pc}{eH(R)}$ . Решение этого уравнения можно представить в виде

$$Z = C_1 \sum_{-\infty}^{\infty} a_{2k} \cos(Q_z + kN)\phi + C_2 \sum_{-\infty}^{\infty} a_{2k} \sin(Q_z + kN)\phi, \quad /6/$$

где  $\sum_{-\infty}^{\infty} a_{2k}^2 = 1$ .

Коэффициенты  $a_{2k}$ , определяемые рекуррентными соотношениями /7/, быстро уменьшаются /  $a_{-2} \approx 0,2 a_0$  /, поэтому в первом приближении можно считать аксиальные колебания гармоническими с частотой  $Q_z$ . Величина этой частоты определяется выражением

$$\cos \frac{2\pi}{N} Q_z = \cos \frac{2\pi}{N} \sqrt{A} - \frac{\pi^2}{N^2} \frac{\sin \frac{2\pi}{N} \sqrt{A}}{\frac{2\pi}{N} \sqrt{A}} \cdot \frac{B^2}{1 - \frac{4}{N^2} A}, \quad /7/$$

где 
$$A = -n + \frac{1}{2} \epsilon^2 \left[ 1 + \left( \frac{R}{N\lambda} \right)^2 \right], \quad B = \frac{\epsilon R}{\lambda}.$$

Представляя левую и правую части выражения /7/ в виде степенных рядов и ограничиваясь первыми членами, легко получить приближенную формулу для определения частоты аксиальных колебаний

$$Q_z^2 = -n + \epsilon^2 \left[ \left( \frac{R}{N\lambda} \right)^2 + \frac{1}{2} \right]. \quad /8/$$

При малых  $Q_z$  и  $\epsilon$  точность этой формулы составляет 1-2%, что вполне достаточно для ряда практических расчетов. По формуле /8/ была рассчитана частота аксиальных колебаний вдоль радиуса, приведенная на рис. 6, причем  $n$  и  $\epsilon$  находились по соответствующим кривым, которые были получены из измерений магнитного поля на циклотроне.

### § 3. Измерение азимутальной протяженности сгустка

Задача определения азимутальной протяженности сгустка представляет значительные экспериментальные трудности, обусловленные малой длительностью сгустка  $\approx 10-20$  нсек, малым значением измеряемого тока  $J \approx 20$  мка, а также значительным уровнем помех от высокочастотного поля на измерительном электроде.

Для измерения протяженности сгустка использовался подвижный зонд с мишенью, полностью перекрывающей пучок. При этом форма импульса тока на мишени соответствует азимутальному распределению плотности заряда в сгустке на радиусе мишени. Ввиду радиационной опасности измерительная аппаратура располагалась на значительном удалении от ускорителя и сигнал с мишени передавался по коаксиальному кабелю. Метод выделения сигнала за счет большого сопротивления утечки мишени, ввиду малой длительности импульса, непригоден, даже если расположить согласующий катодный повторитель в непосредственной близости от мишени. Действительно, если допустить время нарастания  $\tau = 2,5 RC = 5,0$  нсек, то уже при  $R = 500$  ом входная емкость должна быть меньше 4 пф. В связи с этим осуществлялся режим бегущей волны в кабеле путем включения согласующего сопротивления, которое одновременно являлось сопротивлением утечки мишени и располагалось непосредственно на входе измерительного усилителя с большим коэффициентом усиления. Блок-схема измерений показана на рис. 1. Усилитель с распределенными параметрами обеспечивал время установления 3 нсек и коэффициент усиления около  $10^3$ , осциллограф имел чувствительность 1 в/см при времени установления 7 нсек и скорости развертки 20 нсек/см.

Для уменьшения высокочастотных наводок на мишень она была закрыта вольфрамо-

вым экраном за исключением узкой щели, через которую частицы попадают на измерительную мишень. Экранировка мишени значительно снижает высокочастотные наводки, однако, интенсивность пучка при этом снижается не более чем в 2-3 раза. Измеренная описанным методом протяженность сгустка на различных радиусах ускорителя приведена на рис. 2. Длительность сгустка у основания при изменении радиуса от 25,5 см до 53 см изменялась от 5 нсек до 20 нсек /с учетом полосы пропускания усилителя и осциллографа/. Из рис. 2 следует, что диапазон изменения азимутальной протяженности сгустка лежит в пределе  $\Delta \phi = 36 - 60^\circ$ .

#### § 4. Метод измерения частот свободных колебаний

Использовался резонансный метод возбуждения свободных колебаний с помощью внешнего электрического поля.

Уравнение, описывающее изменение амплитуды аксиальных колебаний в электрическом поле, имеет вид:

$$\ddot{Z} + \omega_z^2 \cdot Z = \frac{e \mathcal{E}_z}{m} \cos \omega t, \quad /9/$$

где  $\mathcal{E}_z$ ,  $\omega$  - напряженность и частота электрического поля,  $\omega_z = 2\pi Q_z \cdot f_0$ .

В резонансном случае частное решение /9/ можно записать

$$\bar{Z} = \frac{e \mathcal{E}_z \cdot t}{2m \omega_z} \sin \omega_z t. \quad /10/$$

Возмущающее электрическое поле создавалось с помощью двух электродов, расположенных симметрично относительно плоскости орбиты. Из /10/ в квазистационарном приближении увеличение амплитуды аксиальных колебаний определяется выражением

$$Z = \frac{1}{2 Q_z} \cdot \frac{U}{V} \cdot \frac{\ell \cdot \Delta R}{d}, \quad /11/$$

где  $U$  - напряжения на электродах,

$d$  - расстояние между электродами;

$\ell$ ,  $\Delta R$  - азимутальная и радиальная протяженности электродов. При  $Q_z = 0,15$ ,  $V = 30$  Кв,  $d = 2$  см,  $\Delta R = 2$  см,  $Z = 1$  см,  $\ell = 15$  см. Необходимая величина напряжения на электродах

$$U = 400 - 600 \text{ в.}$$

Конструктивная схема электродов приведена на рис. 3. Высокочастотное напряжение на электродах создавалось при помощи генератора с самовозбуждением, схема которого приведена на рис. 4. Диапазон частот генератора 0,5 - 2,5 МГц. Для устранения возможных помех при измерениях этот генератор располагался вдали от ускорителя на пульте управления. Связь генератора с отклоняющими электродами осуществлялась коаксиальным кабелем длиной 15 метров с волновым сопротивлением  $W_0 = 150$  ом. Благодаря этому регулировка отклоняющего напряжения и измерения частоты производились на безопасном расстоянии от ускорителя. Для исключения влияния отражения в кабеле напряжение измерялось непосредственно на пластинах и поддерживалось постоянным в

процессе определения частот регулировкой режима генератора. При помощи растянутого диапазона частот в измеряемой области точность установки частоты была доведена до  $\pm 0,5\%$ . Для уменьшения влияния высших гармоник генератор был построен по двухтактной схеме. Для исключения влияния эффекта вторичной эмиссии электронов на электроды подавалось положительное смещение  $+ 100$  в, что существенно улучшило точность измерения положения резонанса.

### § 5. Экспериментальные исследования

Резонансная частота, соответствующая частоте аксиальных колебаний, определялась по минимуму тока на измерительной мишени, которая размещалась между отклоняющими электродами. Измерительная мишень была выполнена из тантала и укреплена на танталовом стержне длиной 1 метр, уплотненном на наружном конце штока пробника. Такая конструкция позволяла рассеивать без охлаждения мишени мощности до 200 ватт.

Для выяснения возможности влияния на измеряемую величину резонансной частоты уменьшения тока пучка в области отклоняющих электродов была выполнена серия экспериментов при различных напряжениях на электродах. Было установлено, что возможное изменение резонансной частоты в этом случае не превышает ошибки измерения.

На рис. 5 приведена зависимость тока на измерительной мишени от частоты возбуждающего электрического поля на разных радиусах ускорителя. Анализ этих кривых показывает, что точность определения частоты аксиальных колебаний по минимуму интенсивности составляет  $2,5-5\%$ . На рис. 6 приведены значения частот свободных колебаний, которые были определены по этим кривым. Сплошной линией на рис. 6 изображена расчетная зависимость частот колебаний вдоль радиуса, полученная из выражения /8/.

Для увеличения точности измерения резонансных частот, необходимой для исследования эффекта пространственного заряда пучка, был использован метод, не требующий построения резонансных кривых. Частота определялась непосредственно по минимальному значению тока на мишени с последующей статистической обработкой большого числа измерений. Определение резонансной частоты в одной точке позволило в значительной степени избежать ошибок, связанных с влиянием возможных малых нестабильностей в работе ускорителя в процессе измерения. Эта методика позволила довести среднеквадратичную ошибку эксперимента до величины  $0,5-1\%$ . Благодаря значительному уменьшению ошибки в измерении резонансной частоты стало возможным выделение эффекта пространственного заряда. Изменение частоты свободных колебаний, определяемое этим эффектом, находилось из выражения

$$\frac{\Delta Q_s}{Q_s} = \frac{\bar{F}_0 - \bar{F}_1}{\bar{F}_0}, \quad /12/$$

где  $\bar{F}_0$  - среднее значение резонансной частоты при минимальном токе /1мкА/;  
 $\bar{F}_1$  - среднее значение частоты при заданной плотности пространственного заряда.



На рис. 7 приведены результаты экспериментального определения  $\frac{\Delta Q_x}{Q_x}$  при плотности потока, соответствующей 20 мка на различных радиусах ускорителя.

Вертикальный размер пучка на различных радиусах составлял 1,5–2 см, азимутальный размер приведен на рис. 2, амплитуда высокочастотного ускоряющего напряжения поддерживалась неизменной в процессе измерения на уровне 35 Кв. Изменение плотности пучка производилось регулировкой режима ионного источника.

Как видно из рис. 7, эффект пространственного заряда в 2–3 раза превышает среднеквадратичную ошибку определения резонансной частоты. Увеличение эффекта на малых радиусах, по-видимому, связано с малой азимутальной протяженностью сгустка /см. рис. 2/, а также с уменьшением частоты вертикальных колебаний.

Для проверки зависимости эффекта от плотности пространственного заряда была выполнена серия экспериментов по определению зависимости эффекта от тока пучка. На рис. 8 приведены результаты измерений величины  $\frac{\Delta Q_x}{Q_x}$  для двух радиусов ускорителя. Как следует из рис. 8, в пределах ошибок измерения имеет место линейная зависимость эффекта от плотности пучка, что согласуется с результатами теоретического рассмотрения, изложенными в § 1.

### З а к л ю ч е н и е

Результаты работы подтверждают, что эффект пространственного заряда в изохронных циклотронах с высокой интенсивностью пучка может существенно сказаться на величине предельного тока в ускорителях такого типа. В результате этого эффекта происходит также некоторое пространственное смещение зон резонансного взаимодействия колебаний.

Авторы выражают благодарность группе, обслуживающей ускоритель, за участие в измерениях и обеспечение бесперебойной работы ускорителя.

### Л и т е р а т у р а

1. S.E.Barden. Phys. Rev., 93, 1378, (1954).
2. В.В. Берестецкий, Л.Л. Гольдин, Д.Г. Кошкарев. ПТЭ, 3, 26, /1956/.
3. В.П. Дмитриевский, Б.И. Замолотчиков, В.В. Кольга. Труды конференции по циклотронам. Краков, /1960/.
4. C.E.Nielsen, A.M.Sessler. Rev. Sci. Instr., 30, 80, (1959).
5. А.А. Коломенский, А.Н. Лебедев. Атомная энергия, 7, 549, /1959/.
6. Д.П. Василевская и др. Атомная энергия, 8, 189, /1960/.
7. Мак-Лахлан. Теория и приложения функций Матье. ИЛ, /1953/.

Рукопись поступила в издательский отдел  
19 января 1963 года.

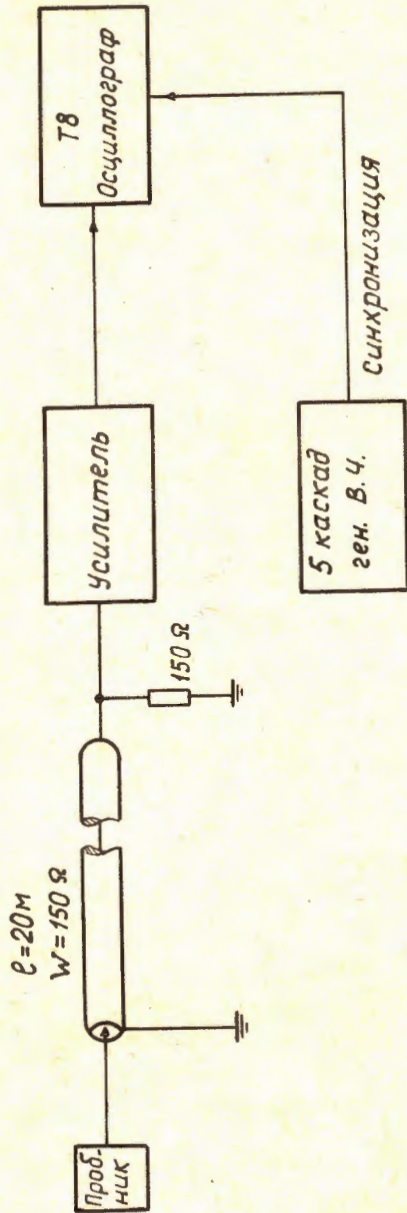


Рис. 1.

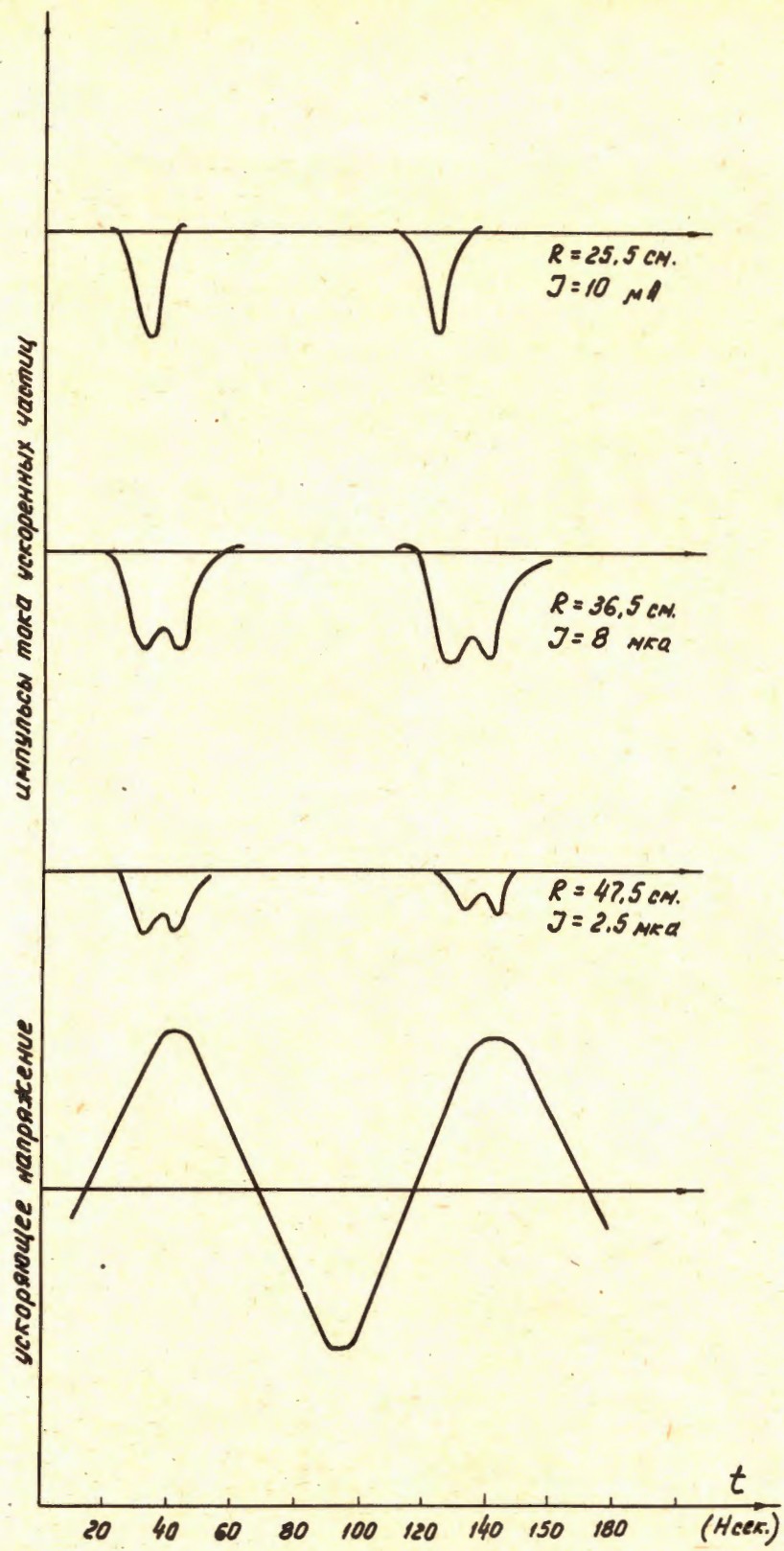


Рис. 2

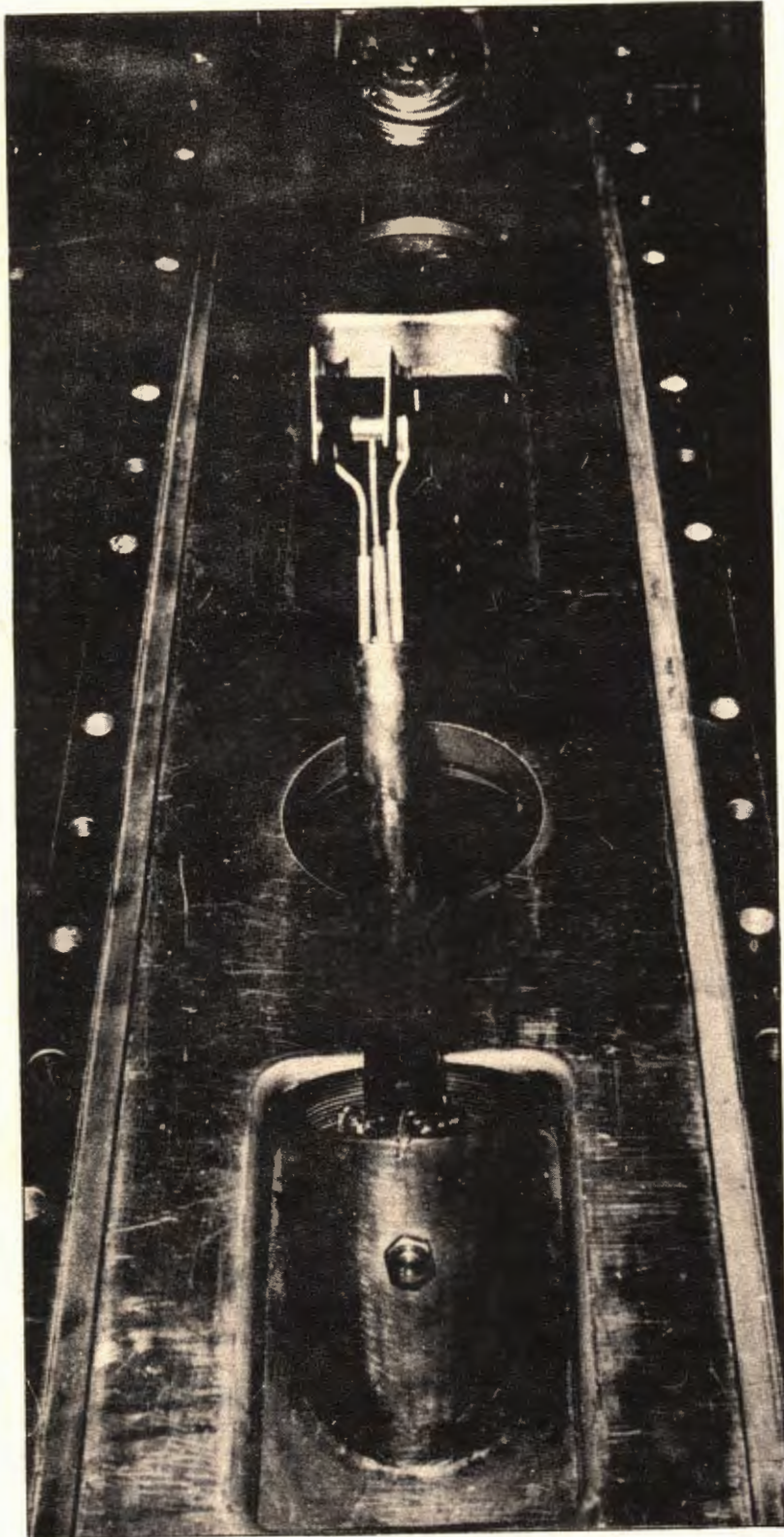


Рис 3

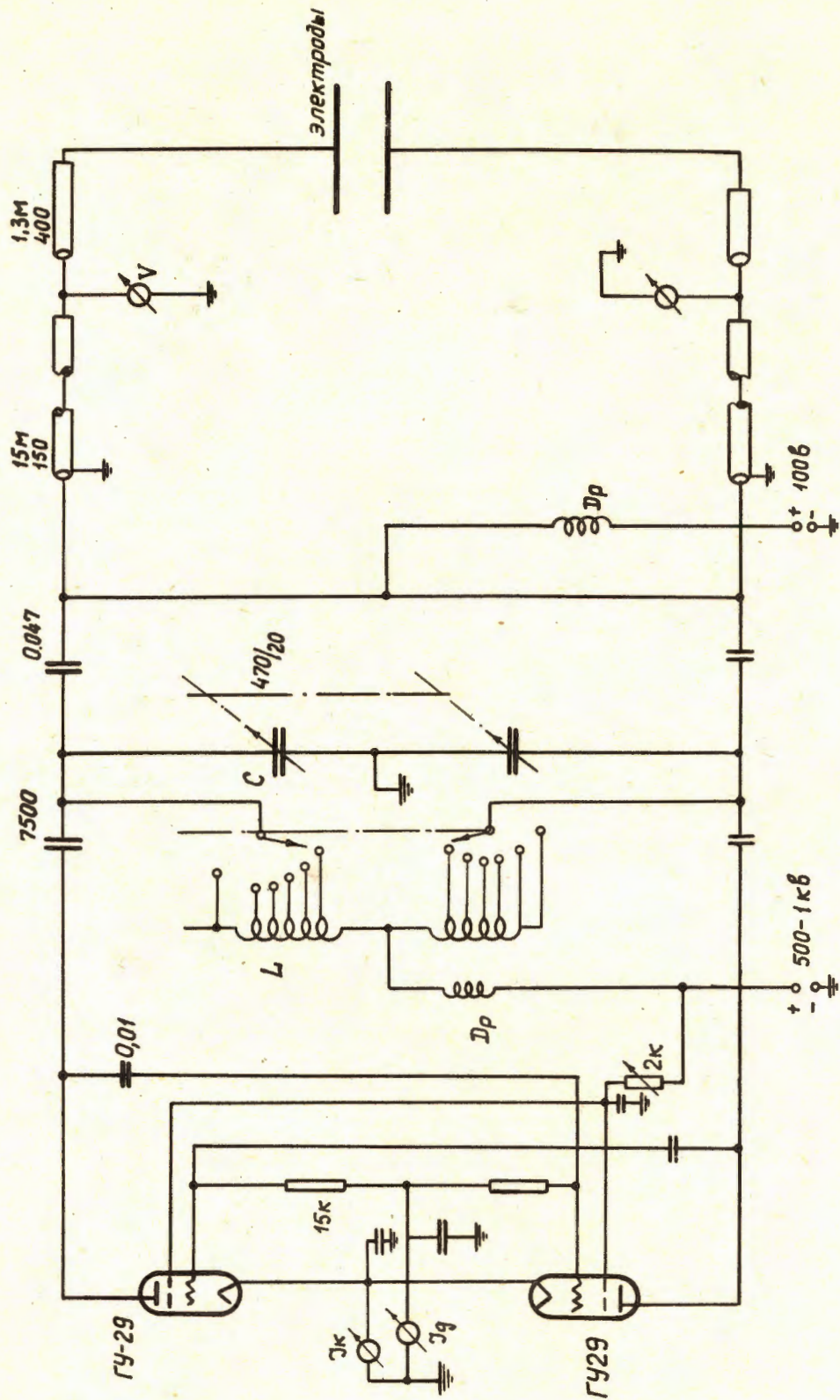
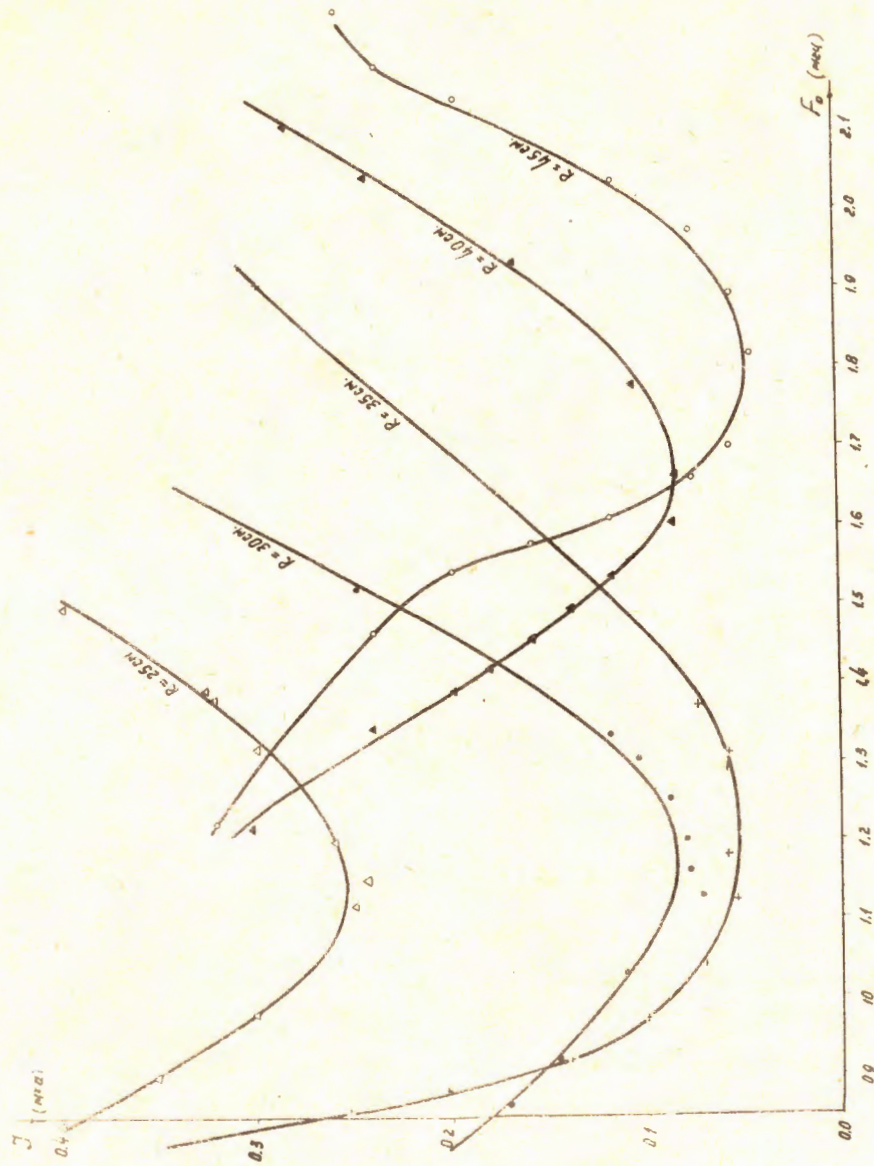


Рис. 4



Duc. 5

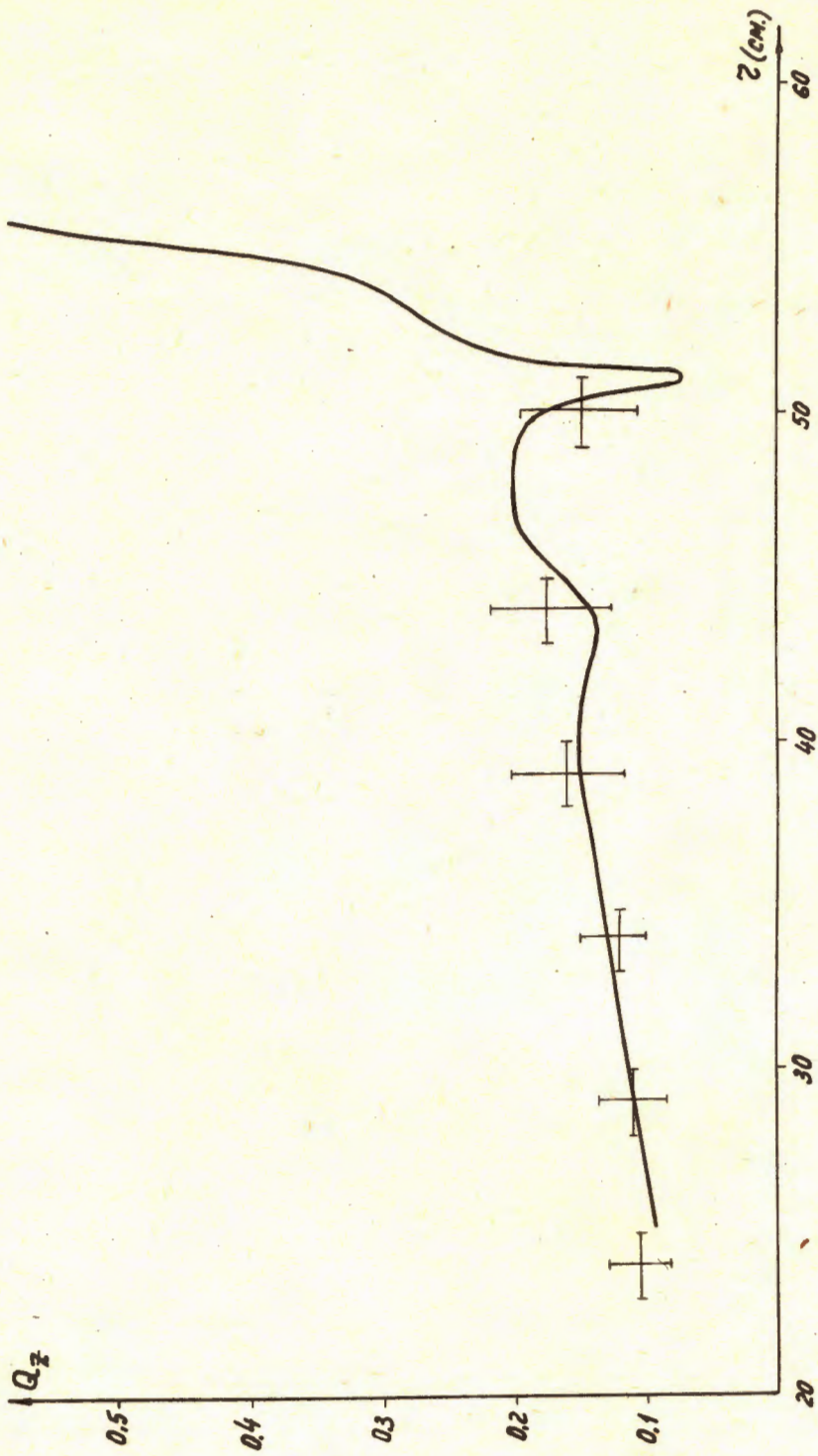
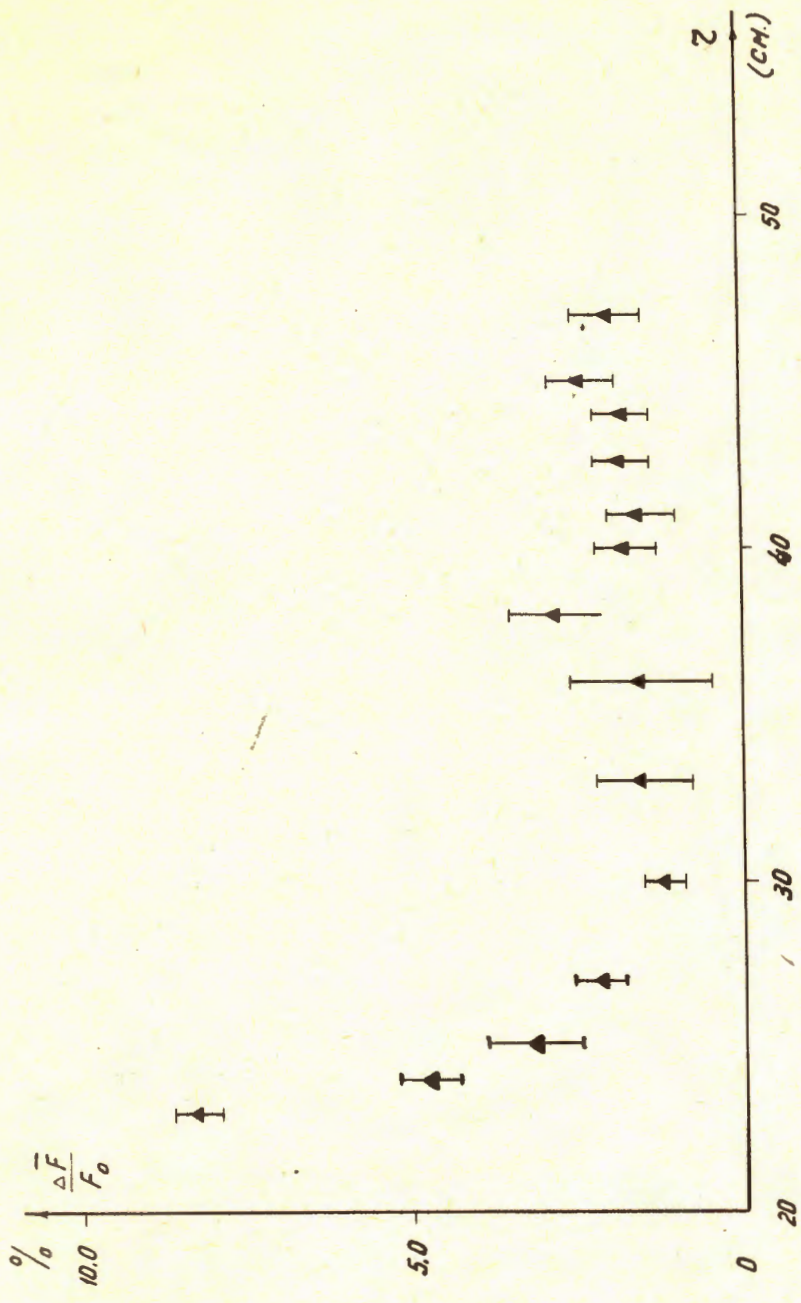


Рис. 6



Puc. 7



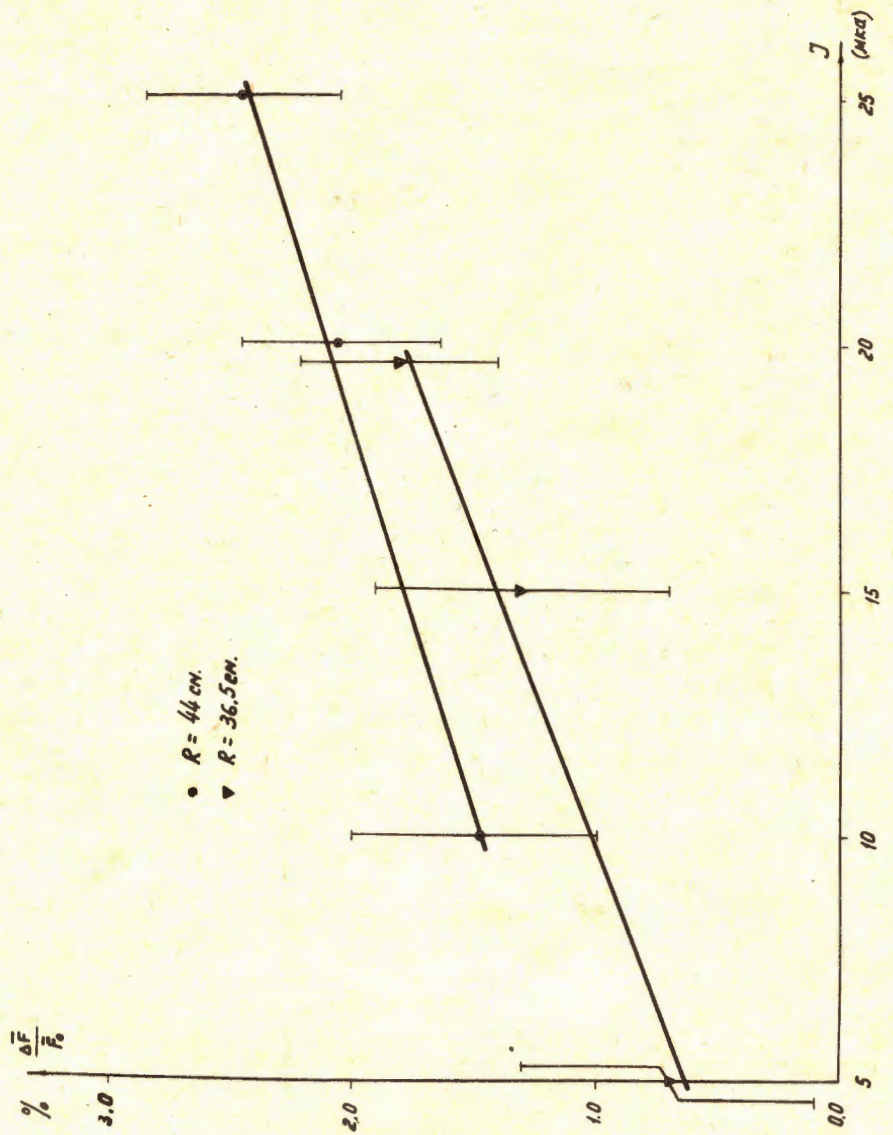


Рис. 8