

1102



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

Н.Н. Говорун, Е.П. Жидков, Л.И. Лепилова, Г.И. Макаренко, Г.Н. Тентюкова

1102

ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ, ПОСТУПАЮЩИХ С ПРОСМОТРОВЫХ АВТОМАТОВ

Дубна 1962 год

Н.Н.Говорун, Е.П.Жидков, Л.И.Лепилова, Г.И.Макаренко, Г.Н.Тентюкова

1102

ОБРАБОТКА
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ,
ПОСТУПАЮЩИХ С ПРОСМОТРОВЫХ АВТОМАТОВ

17/3/11 28.

28/1

Дубна 1962 год

А н н о т а ц и я

В работе дается описание программы обработки автоматной пленки на электронной вычислительной машине, излагаются методы сглаживания кривых при помощи полиномов 2-го и 4-го порядков, предлагается новый метод поиска соответственных точек.

В в е д е н и е

Обработка экспериментальных данных на электронных вычислительных машинах в ОИЯИ началась в 1957 году.

Первая программа на машину "Урал" была составлена Л.Кулюкиной.

В дальнейшем по более расширенным и уточненным заданиям от физиков-экспериментаторов были составлены программы на машины "Стрела" (А.Тагинцева, см. ^{/5/}) и "Киев" (Л.Нефедьева, Л.Кулюкина, Т.Пузынина, Г.Тентюкова, Л.Лепилова, Л.Зильбер).

В настоящее время практически вся обработка экспериментальных данных, получаемых на пропановой камере ЛВЭ, ведется на машине М-20, на которой специально для этой задачи сделан ввод с перфоленты.

С начала 1962 года исходные данные для математической обработки поступают на машину с просмотрных автоматов. Программа обработки экспериментальных данных составлена в основном по заданию, изложенному в докладе Е.Н.Кладницкой на совещании по методике обработки фотографий, получаемых на пузырьковых камерах (см. ^{/2/}). Однако в процессе работы над программой пришлось в нескольких местах уклониться от задания. Так, в связи с плохой работой программы по сглаживанию кривой, нами был подробно исследован вопрос о выбросе плохо измеренных точек (см. § 2 и § 3). Мы остановились на выбросе точек по кривой 4-го порядка, как наиболее подходящей для данной задачи.

Была добавлена специальная программа ввода исходных данных с перфоленты с контролем правильности ввода.

При нахождении соответственных точек линейная интерполяция заменена параболической с использованием стандартной подпрограммы, что значительно сократило всю программу.

Имеются и другие, менее значительные, отклонения от упомянутого задания.

§ 1 настоящей работы посвящен описанию программы на машину М-20 для обработки экспериментальных данных, поступающих с просмотрных автоматов ^{х)}.

В § 2 описывается программа выброса точек на плоскости по кривой 4-го порядка.

В § 3 рассматривается выброс точек при аппроксимации проекции трека параболой 2-го порядка, а также предлагается новый метод нахождения соответственных точек.

Хотя материал § 3 не включен в программу, однако, его содержание представляет методический интерес и может найти практическое осуществление в других программах обработки экспериментальных данных.

х) Описываемая программа сделана также и для обработки данных на машине "Киев". Имеются варианты этой программы на машину М-20 и на машину "Киев" для обработки данных, поступающих с измерительных микроскопов.

Отметим, что в составлении программы, описываемой в § 1, принимали участие О.Благодарова, Н.Говорун, К.Данилова, Ким Зе Пхень, Л.Лепилова, И.Силин, Г.Тентюкова, Шень Чун Хуа. Руководила составлением программы Г.Тентюкова. Считаю своим приятным долгом поблагодарить Е.Кладницкую и Г.Ососкова за полезные обсуждения.

§ 1. Описание программы обработки автоматной пленки на электронной вычислительной машине М-20

В этом параграфе указаны порядок размещения исходных данных на пленке, типы обрабатываемых событий и дано краткое описание программы обработки автоматной пленки с блок-схемой управляющей программы.

Порядок размещения информации

Исходные данные для задачи пробиваются на киноленте автоматом в следующем порядке:

1 кадр: номер зоны занимает разряды 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10. Максимальный номер зоны 377. Признак зоны занимает 3 строку в 11 дорожке.

2 кадр: номер пленки занимает с 25 по 36 разряды ($N_{\max} = 999$), номер события - с 13 по 24 разряды ($N_{\max} = 999$). Оба номера в двоично-десятичном коде.

3 кадр: число треков в событии занимает 1, 2, 3, 5, 6, 7 разряды в двоичном коде.

4 кадр: ячейки признака пар II типа (изломы)

13-16 разряды-(1) -ый след	}	1 пара (1, 1+1)
17-20 разряды-(1+1) -ый след		
21-24 разряды-(1+2) -ой след	}	2 пара (1+2, 1+3)
25-28 разряды-(1+3) -ий след		
29-32 разряды-(1+4) -ый след	}	3 пара (1+4, 1+5)
33-36 разряды-(1+5) -ый след		

5 кадр: пустой.

6 кадр: ячейка признака событий III типа (излом с вилкой)

13-16 разряды-(1) -ый след	}	1 событие (1, 1+2, 1+3)
17-20 разряды-(1+2) -ой след		
21-24 разряды-(1+3) -ий след		
25-28 разряды-(1+4) -ый след	}	2 событие (1+4, 1+6, 1+7)
29-32 разряды-(1+6) -ой след		
33-36 разряды-(1+7) -ой след		

7 кадр: пустой.

8 кадр: ячейка признака пар I типа (вилки)

13-16 разряды, пробивается 1	}	1 вилка (1, 1+1), пробивается (1, 1)
17-20 разряды, пробивается 1		
21-24 разряды, пробивается 1	}	2 вилка (1+2, 1+3), пробивается (1, 1+2)
25-28 разряды, пробивается 1+2		
29-32 разряды, пробивается 1	}	3 вилка (1+4, 1+5), пробивается (1, 1+4).
33-36 разряды, пробивается 1+4		

9 кадр: пустой

10-12 кадры: реперные точки левого кадра

13-(20к+12) кадры: координаты точек следов левого кадра

(20к+13)-(20к+15) кадры: реперные точки правого кадра

(20к+16)-(40к+15) кадры: координаты точек следов правого кадра

(40к+16)-(40к+35) кадры: пустые

На всех кадрах с координатами точек следа координата y занимает 1-18 разряды, координата x -21-38 разряды.

ПРИМЕЧАНИЯ

1. Номера следов во всех ячейках признаков, а также все координаты точек задаются в двоичном коде.

2. Координаты каждого следа занимают на перфоленте всегда 19 кадров + один пустой. Недостающее до 20 число ненулевых координат дополняется пустыми кадрами.

Количество следов в событии ≤ 15 . Число точек на следе $8 \leq n \leq 19$. Если в результате выброса n окажется < 8 , то выдается специальный признак короткого следа и этот след не обсчитывается. При выбросе 1-ой точки следа также выдается специальный признак. При отсутствии 1-й точки первого следа или в случае короткого первого следа все событие не считается. На печать выдается номер пленки, номер события и условный признак: 999999999.

Программа может обрабатывать 4 типа событий.

1. Звезда. Число лучей + первичный след ≤ 15 .



Рис. 1.

Принадлежность l -го луча звезде определяется программным путем.

Если $(x_1^1 - x_1^l)^2 + (y_1^1 - y_1^l)^2 + (z_1^1 - z_1^l)^2 \leq 0,04$,

где x_1^1, y_1^1, z_1^1 — координаты 1-ой точки 1-го следа,

x_1^l, y_1^l, z_1^l — координаты 1-ой точки l -го следа,

то i -тый след принадлежит звезде. Если 1-ая точка i -того следа оказывается выброшенной, то принадлежность звезде определяется по 2-ой точке. После установления принадлежности i -того следа звезде в качестве 1-ой точки этого следа берется 1-ая точка 1-ого следа.

2. Вилка. Число вилок ≤ 3 .

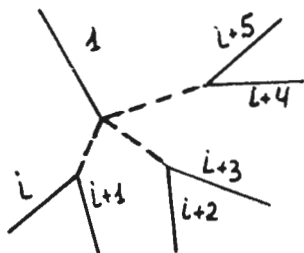


Рис. 2.

Признак вилки пробивается в 8 кадре в виде: $(1, i); (1, i+2); (1, i+4)$. Если один из следов, образующих вилку, короткий или отсутствуют 1-е точки обоих следов, то вилка не считается. На печать в этом случае выдаются нули. Если отсутствует 1-ая точка одного из следов, то ему присваивается в качестве 1-ой точки 1-ая точка другого следа.

3. Излом. Число изломов ≤ 3 .

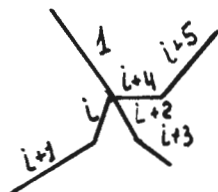


Рис. 3.

Признак излома пробивается в 4-ом кадре в виде: $(i, i+1); (i+2, i+3); (i+4, i+5)$.

Если один из следов, образующих излом, короткий, или выброшена точка взаимодействия обоих следов, то излом не считается, на печать выдаются нули. При выбросе точки взаимодействия только на одном из

следов эта точка берется из другого следа.

4. События III типа (излом с вилкой). Число событий ≤ 2 .

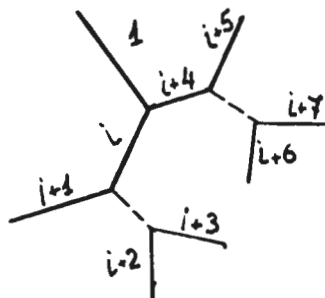


Рис. 4.

Признак записывается в 6-ом кадре в виде: $(i, i+2, i+3)$.

Условия возможности для счета при выбросе точки взаимодействия или коротких следах те же, что и в случае вилки для $(i+2)$ и $(i+3)$ следов, и в случае излома для (i) , $(i+1)$ следов. Причем, если излом не может быть сосчитан, то вилка тоже не считается.

Нумерация следов.

Для звезды нумерация следов произвольная. Следы, образующие другой тип события (вилка, излом, излом с вилкой) имеют последовательные номера, причем все следы, относящиеся к данному типу события, нумеруются подряд. Последовательность самих типов событий безразлична. Например, событие состоит из 15 следов: первичный, 2 вилки, 1 излом, 2 излома с вилкой.

Допустимы следующие варианты нумерации следов:

1. Вилки: 2,3 и 4,5
Изломы: 6,7
Изломы с вилками: 8,9, 10,11; 12, 13, 14, 15.
2. Вилки: 4,5; 6,7
Излом: 2,3
Изломы с вилками: 8,9,10,11; 12, 13, 14, 15.
3. Вилки: 10, 11; 12, 13
Излом: 14, 15
Изломы с вилками: 2,3,4,5; 6,7,8,9.
4. Вилки: 12, 13, 15
5. Излом: 10, 11
Изломы с вилками: 2,3,5; 6,7,8,9.

Программа обработки включает в себя 9 программ.

ПРОГРАММА № 1

Программа ввода с пленки

Программа вводит исходные данные, набитые на перфоленте.

Материал вводится по зонам, причем ввод происходит по возрастающим номерам одной четности. После обсчета всех зон одной четности программой предусмотрена смена четности зон. Номера зон на пленке должны быть пробиты в порядке возрастания, при этом наименьший номер и непосредственно следующий за ним, должны отличаться не больше, чем на единицу; $N_{3\max} - N_{3\min} < 00378$, где N_3 означает номер зоны. При нарушении последнего условия предусмотрена остановка.

Ввод производится с контролем. При тройном несовпадении контрольных сумм какой-либо зоны номер этой зоны выдается на печать.

После обсчета всех зон на пленке предусмотрена специальная остановка.

По признаку (1 в 24 разряде ДЗУ1) весь материал с перфоленты записывается на магнитную ленту (с контролем) и затем исходные данные на счет подаются с магнитной ленты.

ПРОГРАММА № 2

Производит анализ на выброс события в целом или отдельного следа. Если событие пробито неверно, то дается специальный признак (1 в 41 разряде). При наличии этого признака введенная зона не считается. На печать выдается номер пленки, номер события и специальный признак: 001 001 001.

Если неверно измерен след (на левом или правом кадре), то пробивается 1 в 40 разряде любого из 19 кадров этого следа. При наличии этого признака информация о следе забывается.

Количество верных и неверных следов не должно превышать общего количества допустимых (15).

ПРОГРАММА № 2

Размещает координаты реперных точек в ячейках памяти машины в соответствии с правилом записи чисел с плавающей запятой и считает величины, связанные с реперными точками, необходимые для преобразования исходных данных в систему координат с началом в точке S .

ПРОГРАММА № 3

Обрабатывает координаты точек трека на правом и левом кадрах, аналогично координатам реперных точек, считает количество точек на правом и левом кадрах, причем случайно пробитые нули выбрасываются. Затем происходит счет соответственных точек и пространственных координат.

Выдает на печать:

1. Координаты реперных точек и координаты трека на правом и левом снимках.
2. Пространственные координаты точек трека.

ПРОГРАММА № 4

Производит выброс точек в пространстве, считает количество оставшихся точек; в случае выброса первой или последней точки трека выдает специальные признаки; определяет принадлежность трека к звезде.

Выдает на печать таблицу изломов, таблицу выбросов и окончательные пространственные координаты.

ПРОГРАММА № 5

Проекция следа на плоскость $xу$ аппроксимируется параболой. Считаются все требуемые величины для отдельного трека. Результаты заносятся в память машины и выдаются на печать.

ПРОГРАММА № 6

Считает звезду. Результаты выдает на печать.

ПРОГРАММА № 7

Считает вилку, излом, излом с вилкой. Получающиеся при счете вилки исходные данные для других программ записываются в память. Все результаты выдает на печать.

ПРОГРАММА № 8

Управляющая программа
(См. блок-схему; в блок-схеме не отражен двойной просчет, имеющийся в программе).
Организация двойного просчета.

Двойной просчет управляется разрядом 2 ячейки 7771. При отсутствии признака двойного просчета каждая печать производится обычным порядком.

Если есть признак двойного просчета, то при первом просчете выдачи на печать нет. Вместо печати производится контрольное суммирование материала, выдаваемого на печать; суммы запоминаются в яч. 7001-7037. При втором просчете вновь производится контрольное суммирование того же материала и сравнение с ранее полученной соответствующей суммой. При совпадении сумм производится печать и дальнейший счет. Если какая-либо контрольная сумма не совпала с ранее сосчитанной, то счет начинается сначала, но повторной печати правильно сосчитанного материала не производится.

Управление печатью и двойным просчетом с пульта.

Яч. 7771: разряд 1 управляет выдачей программы № 4	0 нет выдачи 1 есть выдача
разряд 2 управляет двойным просчетом	0 два просчета 1 один просчет
разряд 3 управляет выдачей программы № 9	0 нет выдачи 1 есть выдача
разряд 4 управляет выдачей программы № 3 (координаты на плоскости)	0 нет выдачи 1 есть выдача
разряд 5 управляет выдачей программы № 3 (пространственные координаты)	0 нет выдачи 1 есть выдача
разряд 24 управляет работой с магнитной лентой при вводе исходных данных	1 - работа ввода с магн.лентой 0 - работа ввода без магн.ленты.

ПРОГРАММА № 9

Производит выброс точек на плоскости. Подробное описание этой программы см. в § 2.

Блок-схема управляющей программы / без двойного подсчета /

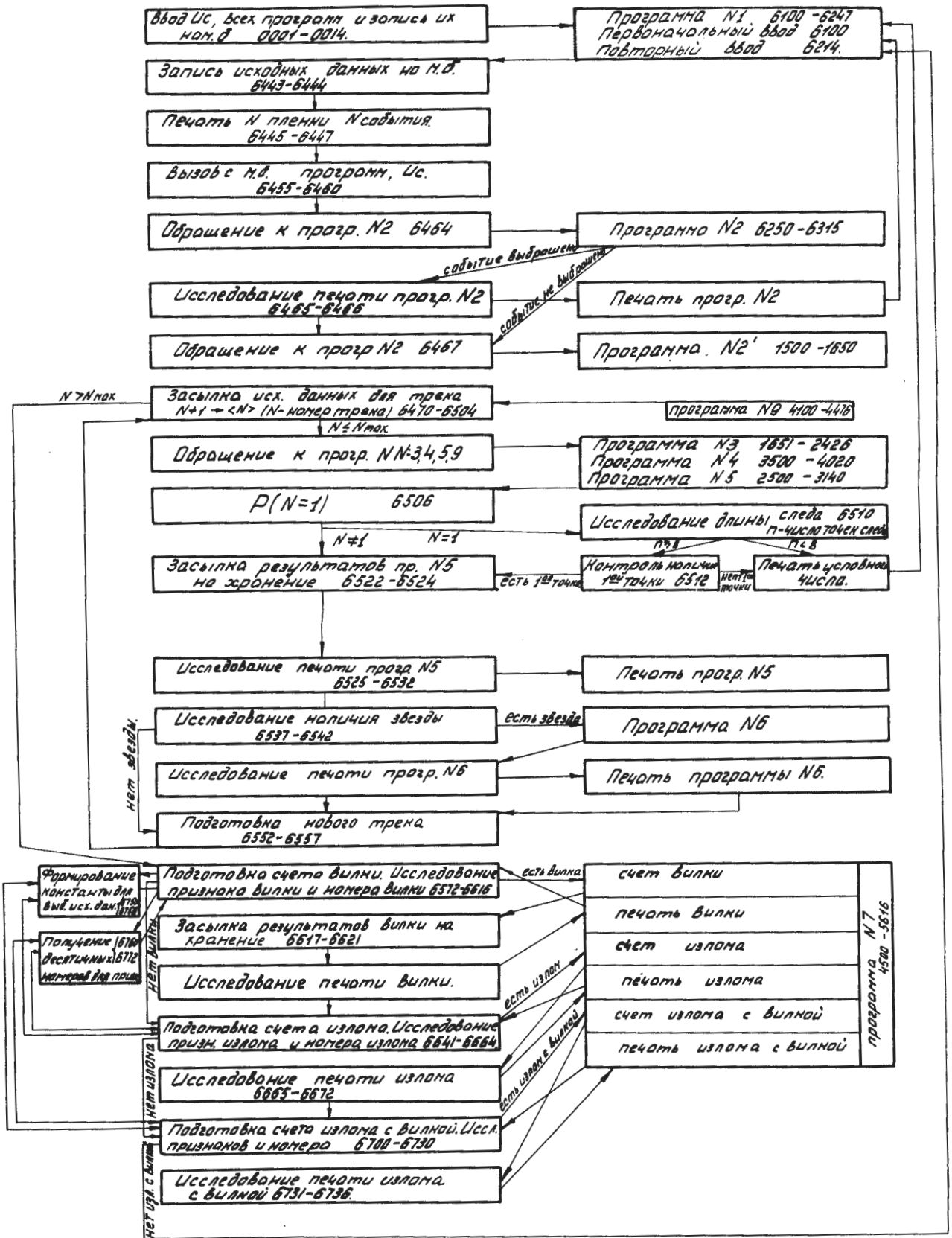


Рис. 5.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПАМЯТИ

0012	№ зоны	}	0023	}	исходные данные для события	
0013	№ пленки № события		0024			хранятся результаты 5-ой прогр.
0014	число треков				
0015	признак изломов		II60			
0016	0					
0017	признак вилок					
0020	0					
0021	признак изломов с вилками					
0022	0					
0023	<i>m</i> } левые реперные					
0024	<i>s</i> } точки .					
0025	<i>n</i> }					
0026	} координаты точек трека левые; правые реперные; правые					
.....						
II60						
II61	} пространственные координаты трека: x_1, \dots, x_k ; y_1, \dots, y_k ; z_1, \dots, z_k .					
.....						
I251						
I252	} рабочие ячейки					
.....						
I441						
I442	0 00 <i>n</i> 0 0	число точек в треке				
I443	0 00 <i>N</i> 0 0	число треков				
I444	0 00 $24N$ 0 0					
I445	0 00 N_i 0 0	номер текущего трека				
I446	номер трека в системе плавающей запятой					

I447 признак звезды { 0 00 0000 0000 0000 - нет звезды
 { 0 00 0000 0000 000I - есть звезда

I450 признак наличия последней точки { I 00 0 0 0 - есть K-тая точка
 { 0 00 0 0 0 - нет K-той точки

I45I }
 } константы, связанные с реперными точками
 I460 }

I46I 0 00 000I 000I IIII
 работа с магнитной лентой
 печать прогр. № 4
 один просчёт
 выдача прогр. № 9
 выдача прогр. № 3 (исх. данные на плоскости)
 печать пространственных координат.

I462 0 00 n+1 0 0

I463 признак наличия I-ой точки (аналогично I450)

I464 }
 } рабочие ячейки для СП-ИЮ. (СП-ИЮ - программа печати).
 I477 }

I500 } программа № 2'
 I650 }

I65I } программа № 3
 2426 }

2427 }
 2477 } рабочие ячейки программы № 9

2500 } программа № 5
 3I40 }

3I4I }
 3I77 } печать программы № 9

ь 3200 } программа № 6
 3435 }

3436 }
 3477 } свободны

3500 } программа № 4
 4020 }

402I }
 4077 } свободны

4I00 } программа № 9
 4377 }

4400 }
 4477 } рабочие ячейки программы № 4

4500 } программа № 7
 56I6 }

56I7 }
 6077 } свободны

6I00 } программа № I
 6247 }

6250 } 6315 }	программа № 2	6330 } 6772 }	управляющая программа(№8)
7000 } 7001 } } 7037 }	контрольные суммы		
7040	счетчик числа просчётов		
7041	счётчик № I		
7042	счётчик № 2		
Рабочее поле с 7200.			

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПАМЯТИ НА БАРАБАНАХ

БАРАБАН № I.

На местах с 1500 по 6775 находится вся программа одним массивом.

БАРАБАН № 2.

На местах с 1300 по 1406 находятся контрольные суммы вводимого материала и рабочие ячейки программы № I.

На местах с 0012 по 1160 размещаются исходные данные одного события.

БАРАБАН № 3.

На барабане № 3 записана интерпретирующая система (ИС).

ВЫДАЧА НА ПЕЧАТЬ

№№ пп	прогр. № 5	прогр. № 6 (звезда)	Программа 7		
			вилка	излом	излом с вилкой
1	2	3	4	5	6
1.	призн. пр. (5)	призн. пр. (6)	№ вилки	№ излома	№ излома с вилк.
2.	№ трека	$\cos \theta_{1,i}$	L_{118}	\cos	L_{118}
3.	яч. признака: $n \leq 8$	$\sin \phi_{1,i}$	L_{118}	Δ	L_{118}
4.	$\cos \varphi$	$\cos \phi_{1,i}$	m_{118}	$\Delta \cos$	m_{118}
5.	$\sin \varphi$	$\Delta \cos \theta_{1,i}$	n_{118}	P_{118}^+	n_{118}
6.	Δp_1	p_i^*	\cos	\cos	\cos
7.	Δp_2	l_i^*	Δ	Δ	Δ
8.	x_1	m_i^*	$\Delta \cos$	$\Delta \cos$	$\Delta \cos$
9.	y_1	n_i^*	\cos	\cos	\cos
10.	z_1	Δp_i^*	Δ	Δ	Δ
11.	x_k	Δm_i^*	$\Delta \cos$	$\Delta \cos$	$\Delta \cos$
12.	y_k	p_i^*	\cos	\cos	\cos
13.	z_k	l_i^*	Δ	Δ	Δ
14.	l_1	m_i^*	$\Delta \cos$	$\Delta \cos$	$\Delta \cos$
15.	m_1	n_i^*	\cos	\cos	\cos
16.	$(\Delta \beta_1)^2$	Δp_i^*	Δ	Δ	Δ
17.	$\text{tg} \beta_1$	Δm_i^*	$\Delta \cos$	$\Delta \cos$	$\Delta \cos$
18.	l_k		\sin	\sin	\sin
19.	m_k		p_i^+	p_i^+	p_i^+
20.	$(\Delta \beta_k)^2$		p_{i+1}^+	p_{i+3}^+	p_{i+3}^+
21.	$\text{tg} \beta_k$		p_{118}	p_{118}	p_{118}
22.	n		$l_{i,i+1}$	$l_{i+2,i+3}$	$l_{i+2,i+3}$
23.	$(\Delta d)^2$		$\Delta l_{i,i+1}$	$\Delta l_{i+2,i+3}$	$\Delta l_{i+2,i+3}$
24.	p		$\sin \phi$	$\cos d$	$\cos d$
25.	x_{16}		$\cos \phi$	Δ	Δ
26.	y_{16}		L_{x_1}	$\Delta \cos d$	$\Delta \cos d$
27.	R		L_{x_2}	p_{118}^+	p_{118}^+
28.	σ_a/α		L_y	p_i	p_i
29.	L		L_{z_1}	$l_{118,i+1}$	$l_{118,i+1}$
30.	$\cos d$		L_{z_2}	$\Delta l_{118,i+1}$	$\Delta l_{118,i+1}$
31.	$\sin d$			\cos	\cos
32.	l			Δ	Δ
33.	$\frac{\sigma_a}{\alpha} - \delta R \frac{\sigma_a}{\alpha^2}$			\cos	\cos
34.	$\Delta \text{tg} d$			$\Delta \cos$	$\Delta \cos$
35.	$\text{tg} d$			p_{i+1}^+	p_{i+1}^+
36.	$\Delta p_1/p_1$			\sin	\sin
37.	$\Delta p_2/p_2$				

Рис. 6.

§ 2. Выброс точек по кривой 4-го порядка

Наш опыт обсчета треков показал, что выброс точек целесообразно производить еще до получения пространственных координат - сразу после ввода числового материала для правого и для левого кадра. При этом плохие точки не участвуют в дальнейших операциях и не смогут привести к австам и к ухудшению результата.

Изображения трека на правом и левом кадрах аппроксимируются кривой четвертого порядка и точки, плохо лежащие на эту кривую, выбрасываются. Счет показал, что выброс с кривой четвертого порядка работает хорошо.

Описание метода и программы выброса

Программа состоит из двух блоков.

I. Блок. Он производит:

а) Проведение через систему заданных точек прямой $y = a_1 x + a_2$ по методу наименьших квадратов. Коэффициенты a_1 и a_2 находятся из условий минимума функционала

$$\Phi = \sum_{i=1}^n (y_i - a_1 x_i - a_2)^2 ;$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial a_1} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial a_2} = 0,$$

имеющих вид алгебраических уравнений:

$$a_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i ,$$

$$a_1 \sum_{i=1}^n x_i + a_2 n = \sum_{i=1}^n y_i$$

б) Преобразование системы координат по формулам:

$$y^1 = \frac{a_1 x}{\sqrt{1+a_1^2}} - \frac{y}{\sqrt{1+a_1^2}} + \frac{a_2}{\sqrt{1+a_1^2}} ,$$

$$x^1 = \frac{x}{\sqrt{1+a_1^2}} + \frac{a_1 y}{\sqrt{1+a_1^2}} - \frac{1}{n\sqrt{1+a_1^2}} (a_1 \sum_{i=1}^n y_i + \sum_{i=1}^n x_i) ;$$

здесь в качестве оси x^1 берется прямая, проведенная через заданные точки по методу наименьших квадратов.

II блок

В этом блоке производится проведение в новой системе координат кривой 4-го порядка по методу наименьших квадратов, а также считается значение функционала. Имеется возможность получить отклонения каждой точки от полученной кривой. Блок в свою очередь подразделяется на следующие части:

а) Выбор самого большого $x_{\max} = b$ и самого малого $x_{\min} = a$ чисел среди x_i и заготовка констант $\frac{a+b}{2}$, $\frac{2}{a-b}$ для последующего преобразования отрезка $[a, b]$ к $[-1, +1]$ по формуле

$$x'' = \frac{2}{b-a} \left(x' - \frac{a+b}{2} \right)$$

б) Заготовка коэффициентов матрицы алгебраической системы для нахождения кривой четвертого порядка по методу наименьших квадратов. Кривую представляем в виде:

$$y'_i = \sum_{k=0}^4 a_k P_k(x''_i),$$

где $P_k(x'')$ - полиномы Лежандра. Вследствие их ортогональности на отрезке $(-1, +1)$ получаемая алгебраическая система:

$$\| \sigma_{k\ell} \| \bar{a} = \bar{b} \quad (1)$$

всегда будет хорошо решаться. Система (1) получается из условий минимума функционала

$$\Phi = \sum_{i=1}^n (y'_i - \sum_{k=0}^4 a_k P_k(x''_i))^2.$$

Элементами матрицы и векторов (1) будут:

$$\sigma_{k\ell} = \sum_{i=1}^n P_k(x''_i) P_\ell(x''_i),$$

$$\bar{a} = \begin{pmatrix} a_0 \\ \vdots \\ a_4 \end{pmatrix} \quad \bar{b} = \begin{pmatrix} b_0 \\ \vdots \\ b_4 \end{pmatrix}, \quad b_m = \sum_{i=1}^n y'_i P_m(x''_i)$$

в) Получение решения системы и нахождение дисперсии

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Phi_0}{n-5}},$$

где Φ_0 - значение минимума функционала.

Работа программы

Сначала работает блок I, затем блок II. Управляющая часть программы производит сравнение полученной дисперсии с заданной $\sigma_{эт}$. Если

$$\sigma_{эт} - \sigma \geq 0, \quad (2)$$

то считается, что плохих точек нет и происходит выход из программы. Если же окажется, что $\sigma_{эт} - \sigma < 0$, то программа при помощи блока II находит среди всех точек такую точку, отклонение которой будет наибольшим, и далее выбрасывает эту точку. После выброса одной точки все начинается сначала, т.е. проводится прямая (блок I), находится новое σ (блок II) и производится снова проверка. Выброс точек будет происходить до тех пор, пока не будет выполнено условие точности или же точек останется меньше восьми.

§ 3. Выброс точек по параболу 2-го порядка. Нахождение соответственных точек

В этом параграфе подробно рассматривается аппроксимация снимков трека параболой, выброс плохо измеренных точек (отдельно на левом и правом кадрах) и дается наглядно геометрический метод нахождения соответственных точек.

1. Аппроксимация снимка трека параболой и выброс точек

После перехода к координатам $(x'_i, y'_i) (i = 1, 2, \dots, N)$ (см. /2/, стр. 6) полученную серию точек аппроксимируем при помощи параболы. Возможны два случая.

1-ый случай, когда выполняется условие

$$|y'_N - y'_1| < |x'_N - x'_1|.$$

В этом случае через точки (x'_i, y'_i) ($i = 1, 2, \dots, N$) проводим прямую

$$y = Ax + B.$$

Коэффициенты A и B находим по методу наименьших квадратов: выражение

$$W = \sum_{i=1}^N (y'_i - Ax'_i - B)^2$$

принимает наименьшее значение при выполнении условий:

$$\frac{\partial W}{\partial A} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial B} = 0. \quad (1)$$

Решая систему уравнений (1), получим

$$A = \frac{N \sum_{i=1}^N x'_i y'_i - \sum_{i=1}^N x'_i \sum_{i=1}^N y'_i}{\Delta},$$

$$B = \frac{\sum_{i=1}^N (x'_i)^2 \sum_{i=1}^N y'_i - \sum_{i=1}^N x'_i \sum_{i=1}^N x'_i y'_i}{\Delta},$$

где

$$\Delta = N \sum_{i=1}^N (x'_i)^2 - \left(\sum_{i=1}^N x'_i \right)^2.$$

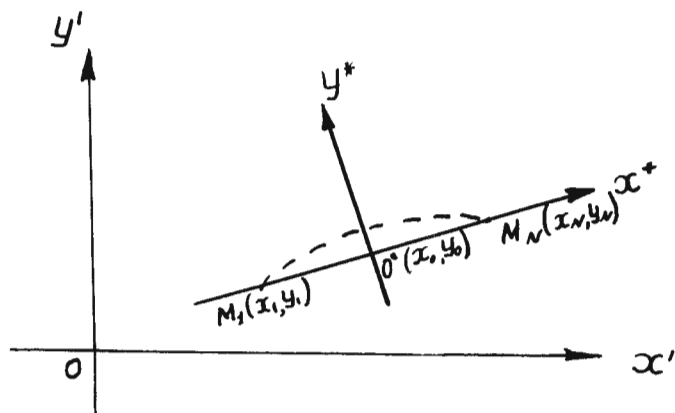


Рис. 7.

Прямую $y = Ax + B$ принимаем за ось Ox^* новой системы координат $x^*O^*y^*$. При этом за новое начало координат принимаем точку $O^*(x_0, y_0)$, где

$$x_0 = \frac{x'_1 + x'_N}{2},$$

$$y_0 = Ax_0 + B.$$

Угол поворота определяем по формулам :

$$\begin{aligned} \sin \phi &= \frac{A}{\pm \sqrt{1 + A^2}} , \\ \cos \phi &= \frac{1}{\pm \sqrt{1 + A^2}} , \end{aligned} \quad (2)$$

причем при выборе знаков перед квадратными корнями руководствуемся правилом:

$$\text{sign}(\sin \phi) \cdot \text{sign}(y'_N - y'_1) > 0 , \quad (3)$$

т.е. знак $\sin \phi$ должен совпадать со знаком разности $(y'_N - y'_1)$. Аналогично

$$\text{sign}(\cos \phi) \cdot \text{sign}(x'_N - x'_1) > 0 ,$$

т.е. знак $\cos \phi$ должен совпадать со знаком разности $(x'_N - x'_1)$.

Замечание: при указанном выборе $\sin \phi$ и $\cos \phi$ положительное направление оси Ox^* приближенно совпадает с направлением вектора $\overline{M_1 M_N}$, где (Рис. 7).

$$M_1(x'_1, y'_1), M_N(x'_N, y'_N) .$$

Переходим к новой системе координат $X^*O^*Y^*$ по формулам:

$$x_i^* = (x'_i - x_0) \cos \phi + (y'_i - y_0) \sin \phi , \quad (4)$$

$$y_i^* = -(x'_i - x_0) \sin \phi + (y'_i - y_0) \cos \phi .$$

Через точки (x_i^*, y_i^*) , $(i = 1, 2, \dots, N)$ проводим параболу

$$y^* = a(x^*)^2 + bx^* + c . \quad (5)$$

Числа a , b и c определяются по методу наименьших квадратов: минимум выражения

$$W = \sum_{i=1}^N [y_i^* - a(x_i^*)^2 - bx_i^* - c]^2$$

достигается при выполнении условий:

$$\frac{\partial W}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial b} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial c} = 0 . \quad (6)$$

Решая систему уравнений (6), получим:

$$\begin{aligned} a &= \frac{\Delta_a}{\Delta} , \\ b &= \frac{\Delta_b}{\Delta} , \\ c &= \frac{\Delta_c}{\Delta} , \end{aligned} \quad (7)$$

где Δ есть определитель системы (6),

$$\Delta = \begin{vmatrix} \sum_{i=1}^N x_i^{*4} & \sum_{i=1}^N x_i^{*3} & \sum_{i=1}^N x_i^{*2} \\ \sum_{i=1}^N x_i^{*3} & \sum_{i=1}^N x_i^{*2} & \sum_{i=1}^N x_i^* \\ \sum_{i=1}^N x_i^{*2} & \sum_{i=1}^N x_i^* & N \end{vmatrix} ,$$

а Δ_a , Δ_b , Δ_c получаются из Δ в результате замены первого, второго или третьего столбца (соответственно) столбцом:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^N x_i^{*2} y_i^* \\ & \sum_{i=1}^N x_i^* y_i^* \\ & \sum_{i=1}^N y_i^* \end{aligned}$$

и находим

$$W_{min} = \sum_{i=1}^N (y_i^* - ax_i^{*2} - bx_i^* - c)^2 \quad (8)$$

Теперь производим выброс плохо измеренных точек, а именно: выбрасываются те точки (x_i^*, y_i^*) , для которых выполняется условие

$$|y_i^* - ax_i^{*2} - bx_i^* - c| > 2\sqrt{\frac{W_{min}}{n-3}} \quad (9)$$

После выброса (x_i^*, y_i^*) , удовлетворяющих условию (9), через оставшиеся точки (x'_i, y'_i) опять проводим прямую

$$y = Ax + B$$

и т.д. Процесс продолжается до тех пор, пока все оставшиеся точки (x_i^*, y_i^*) будут удовлетворять условию

$$|y_i^* - ax_i^{*2} - bx_i^* - c| < 2\sqrt{\frac{W_{min}}{n-3}}.$$

Примечание.

Аналогично аппроксимируется снимок трека (x'_i, y'_i) на правом кадре. Выброс точек делаем так же, как и для левого кадра.

2-й случай - когда выполняется условие

$$|y'_N - y'_1| > |x'_N - x'_1|.$$

В этом случае через точки (x'_i, y'_i) ($i = 1, 2, \dots, N$) проводим прямую

$$x = cy + D.$$

Коэффициенты C и D находим по формулам:

$$C = \frac{\Delta_C}{\Delta},$$

$$D = \frac{\Delta_D}{\Delta},$$

где

$$\Delta = N \sum_{i=1}^N (y'_i)^2 - \left(\sum_{i=1}^N y'_i \right)^2, \quad \Delta_C = N \sum_{i=1}^N x'_i y'_i - \sum_{i=1}^N x'_i \sum_{i=1}^N y'_i$$

$$\Delta_D = \sum_{i=1}^N x'_i \sum_{i=1}^N (y'_i)^2 - \sum_{i=1}^N x'_i y'_i \sum_{i=1}^N y'_i.$$

Прямую $x = Cy + D$ принимаем за ось Ox^* новой системы координат.

Угол поворота α определяется по формулам:

$$\sin \alpha = \frac{1}{\pm \sqrt{1 + C^2}},$$

$$\cos \alpha = \frac{C}{\pm \sqrt{1 + C^2}}.$$

Выбор знаков перед корнями в последних формулах определяется из условий

$$\text{sign}(\sin \alpha) \cdot \text{sign}(y'_N - y'_1) > 0,$$

$$\text{sign}(\cos \alpha) \cdot \text{sign}(x'_N - x'_1) > 0.$$

Начало новой системы координат $O^*(x_0, y_0)$ находим по формулам

$$y_0 = \frac{y'_1 + y'_N}{2},$$

$$x_0 = Cy_0 + D.$$

Формулы преобразования:

$$x_i^* = (x'_i - x_0) \cos \alpha + (y'_i - y_0) \sin \alpha,$$

$$y_i^* = -(x'_i - x_0) \sin \alpha + (y'_i - y_0) \cos \alpha.$$

Далее через точки (x_i^*, y_i^*) проводим параболу

$$y^* = ax^{*2} + bx^* + c$$

при этом коэффициенты a , b и c определяются по тем же формулам, что и в случае 1. Выброс точек делается так же, как и в случае 1.

2. Нахождение соответственных точек

Будем исходить из предположения (см. /2/), что Z -я координата Z_A точки в пространстве камеры, полученная при условии, что ось OZ совпадает с осью левого объектива и Z -я координата Z_n той же точки, полученная при условии, что ось OZ совпадает с осью правого объектива, равны между собой, т.е., что

$$Z_A = Z_n. \quad (10)$$

Но

$$Z_A = f_1(x'_A, y'_A, x'_n, y'_n) =$$

$$= \sqrt{n^2 + (n^2 - 1) \frac{x'^2_A + y'^2_A}{v^2}} \cdot \left[\frac{Bv}{x'_A - x'_n \cdot \frac{y'_A}{y'_n}} - H_0 + d \left(1 - \frac{1}{\sqrt{n^2 + (n^2 - 1) \frac{x'^2_A + y'^2_A}{v^2}}} \right) \right],$$

$$Z_n = f_2(x'_A, y'_A, x'_n, y'_n) =$$

$$= \sqrt{n^2 + (n^2 - 1) \frac{x'^2_n + y'^2_n}{v^2}} \cdot \left[\frac{Bv}{x'_A \frac{y'_A}{x'_n} - x'_n} - H_0 + d \left(1 - \frac{1}{\sqrt{n^2 + (n^2 - 1) \frac{x'^2_n + y'^2_n}{v^2}}} \right) \right].$$

Пусть мы выбрали на левом кадре некоторую фиксированную точку (\vec{x}'_A, \vec{y}'_A) . Подставляя в f_1 и f_2 вместо x'_A и y'_A фиксированные числа \vec{x}'_A и \vec{y}'_A , получим две поверхности в системе координат x'_n, y'_n, z :

$$Z = F_1(x'_n, y'_n) \equiv f_1(\vec{x}'_A, \vec{y}'_A, x'_n, y'_n)$$

и

$$Z = F_2(x'_n, y'_n) \equiv f_2(\vec{x}'_A, \vec{y}'_A, x'_n, y'_n).$$

Очевидно, что на линии пересечения MN этих двух поверхностей будем иметь:

(см. рис. 8).

$$Z_A = Z_n.$$

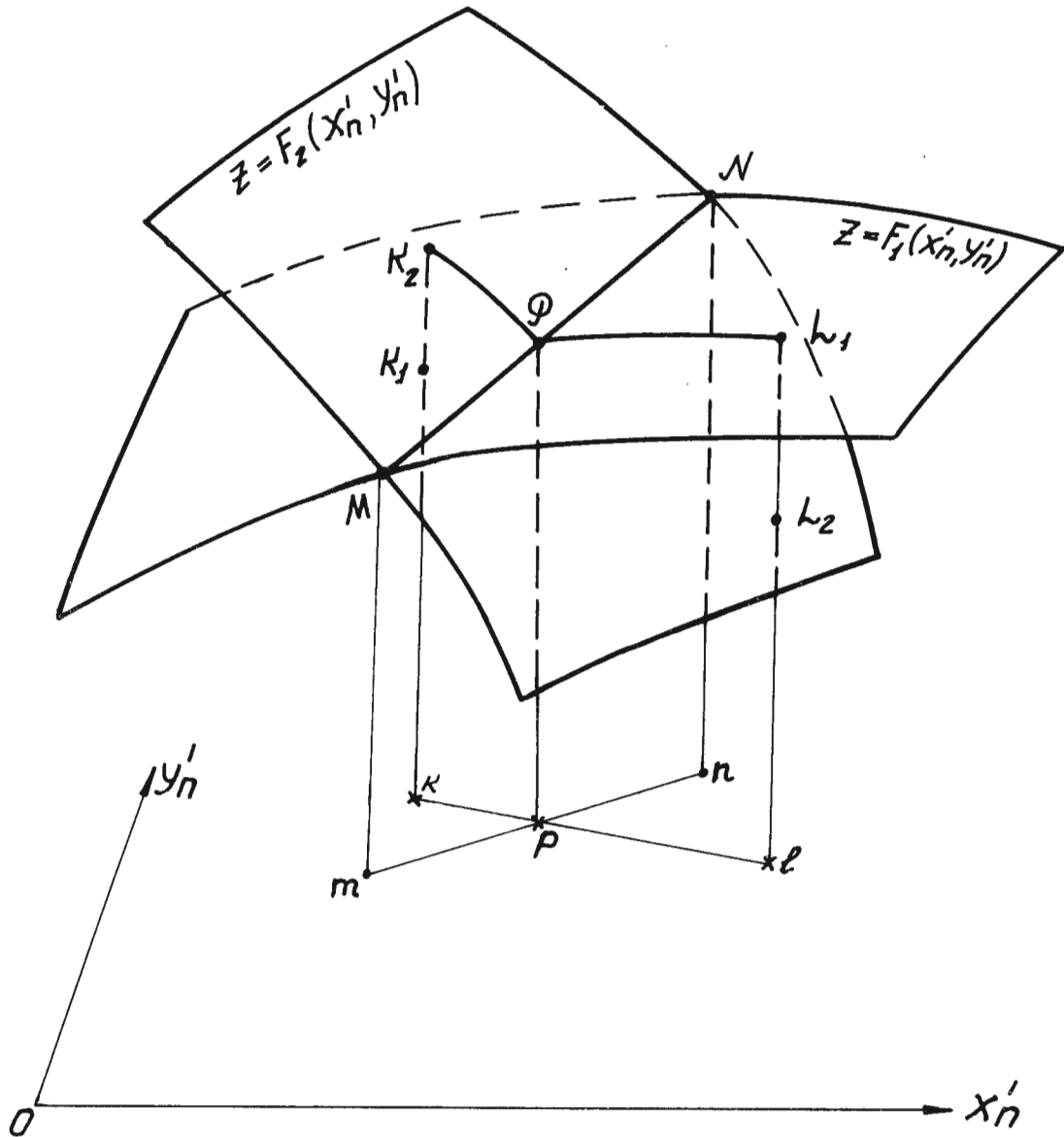


Рис. 8.

Для нахождения соответственной точки на правом кадре применим метод хорд. Составим разность

$$F(x'_n, y'_n) = F_1(x'_n, y'_n) - F_2(x'_n, y'_n) \quad (11)$$

и будем определять ее знак в точках правого кадра.

Пусть в некоторой точке (I) $F(I) > 0$, а в точке (II) $F(II) < 0$, тогда предполагаем, что искомая точка (\bar{x}'_n, \bar{y}'_n) находится на отрезке прямой, соединяющем точки (I) и (II).

Составим уравнение прямой, проходящей через точки (I) и (II)

$$\frac{x - x_I}{x_{II} - x_I} = \frac{y - y_I}{y_{II} - y_I}$$

или

$$y = y_I + \frac{y_{II} - y_I}{x_{II} - x_I} (x - x_I) \quad (12)$$

(здесь индексы „II“ и штрихи (') для простоты опущены).

Подставляя (12) в (11) получим зависимость только от x'_n :

$$\Phi = \Phi(x'_n) = F[x'_n, y'_n(x'_n)].$$

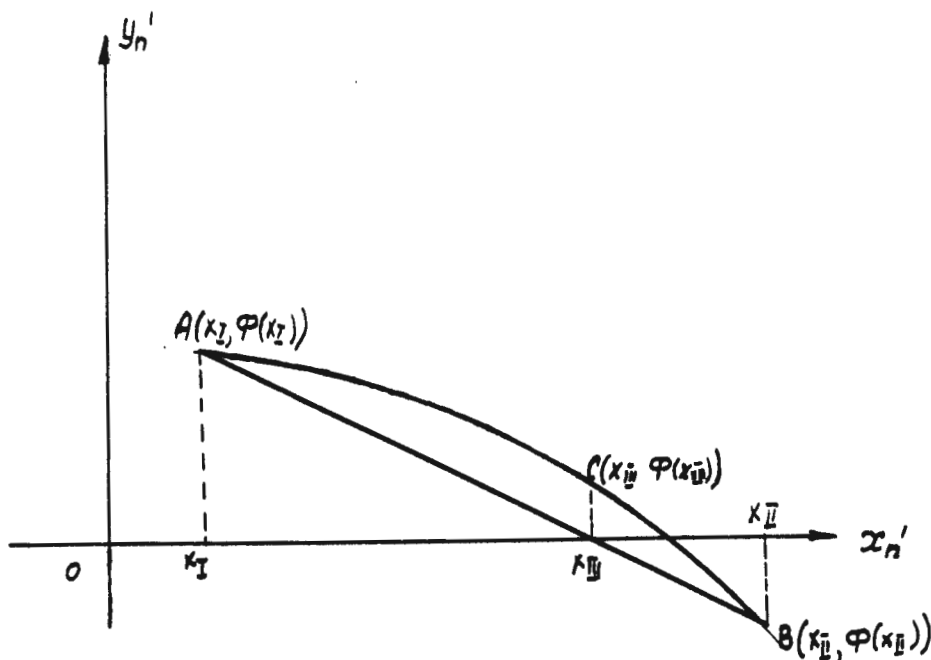


Рис. 9.

Через точки $A(x_I, \Phi(x_I))$ и $B(x_{II}, \Phi(x_{II}))$ проводим хорду AB (см. рис. 9).

$$\frac{x - x_I}{x_{II} - x_I} = \frac{y - \Phi(x_I)}{\Phi(x_{II}) - \Phi(x_I)};$$

отсюда находим точку пересечения хорды AB с осью Ox'_n :

$$x_{III} = x_I - \frac{x_{II} - x_I}{\Phi(x_{II}) - \Phi(x_I)} \cdot \Phi(x_I).$$

По формуле (12) находим значение y_{III} , а затем значение Φ в точке x_{III} :

$$\Phi(x_{III}) = F(x_{III}, y(x_{III})).$$

Далее сравниваем знак $\Phi(x_{III})$ со знаками $\Phi(x_I)$ и $\Phi(x_{II})$:

- 1) если знак $\Phi(x_{III})$ совпадает со знаком $\Phi(x_I)$, то хорду проводим через точки $(x_{II}, \Phi(x_{II}))$ и $(x_{III}, \Phi(x_{III}))$.
- 2) если знак $\Phi(x_{III})$ противоположен знаку $\Phi(x_I)$, то хорду проводим через точки $(x_I, \Phi(x_I))$ и $(x_{III}, \Phi(x_{III}))$ и т.д.

Процесс заканчивается при достижении заданной точности.

Л и т е р а т у р а

1. Ван Ган-чан, Ван Цу-цзэн, Дин Да-цао, Е.Н.Кладницкая, М.И.Соловьев. Обработка результатов, полученных при облучении пузырьковой пропановой камеры диаметром 110 мм в π^+ -мезонном пучке синхроциклотрона ОИЯИ. (Материалы совещания по камерам Вильсона, диффузионным и пузырьковым камерам, 1959 г., стр. 101-118).
2. Е.Н.Кладницкая. Программа для анализа событий на электронно-счетной машине "Київ". (Материалы совещания по методике пузырьковых камер, 1961 г., стр. 5-30).
3. К.Баркер. Измерение следов, полученных в камере Вильсона. "Проблемы современной физики", № 12 (1955), стр. 127-134.
4. А.А.Пугин. "Труды государственного гидрологического института", вып. 018 (1953), 36.
5. А.В.Тагинцева. Обработка экспериментальных результатов, полученных в диффузионных и пузырьковых камерах (дипломная работа), 1960 г.
6. Б.М.Щиголев. "Математическая обработка наблюдений", Физматгиз, 1962 г.
7. Б.Л.Ван дер Варден. "Математическая статистика", издательство ИЛ, 1960.
8. В.И.Романовский "Основные задачи теории ошибок". Гостехиздат, 1947 г.
9. W.G.Moorhead. A Programme for the Geometrical Reconstruction of Curved Tracks in a Bubble Chamber, CERN 60/33.

Рукопись поступила в издательский отдел
18 октября 1962 года.