

СЗУ501

ИС-696

4584

2-76

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



ЭКЗ. ЧИТ. ЗДЛ/ХІ - 76

11 - 9966

Е.П.Жидков, И.Б.Иссинский, Т.П.Кочкина,  
Е.М.Кулакова, Т.В.Рыльцева, Л.А.Смирнова,  
Б.В.Феоктистов

НАХОЖДЕНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ТРАЕКТОРИЙ  
В УСКОРИТЕЛЕ С ПОМОЩЬЮ НЕПРЕРЫВНОГО  
АНАЛОГА МЕТОДА НЬЮТОНА  
С УЧЕТОМ РЕАЛЬНЫХ ИСКАЖЕНИЙ  
МАГНИТНОГО ПОЛЯ

**1976**

11 - 9966

Е.П.Жидков, И.Б.Иссинский, Т.П.Кочкина,  
Е.М.Кулакова, Т.В.Рыльцева, Л.А.Смирнова,  
Б.В.Феоктистов

НАХОЖДЕНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ТРАЕКТОРИЙ  
В УСКОРИТЕЛЕ С ПОМОЩЬЮ НЕПРЕРЫВНОГО  
АНАЛОГА МЕТОДА НЬЮТОНА  
С УЧЕТОМ РЕАЛЬНЫХ ИСКАЖЕНИЙ  
МАГНИТНОГО ПОЛЯ



## 1. Физическая постановка задачи

Реальные характеристики магнитов ускорителей всегда в какой-то мере не совпадают с расчетными. В частности, деформации магнита синхрофазотрона ОИЯИ значительно отличаются как от проектных<sup>/1,2/</sup>, так и от тех, которые считаются допустимыми на ускорителях такого класса<sup>/3, 4, 5/</sup>. Согласно требованиям проекта, допуск на разность высотного положения квадрантов магнита синхрофазотрона должен составлять  $\pm 2$  мм<sup>/1/</sup>. Однако при монтаже основного оборудования началась осадка фундамента, достигшая 23 мм. К 1972 г. деформации фундамента и, следовательно, квадрантов магнита, увеличились до 25-28 мм<sup>/6/</sup>; при этом наружные края квадрантов опустились больше, чем внутренние, /радиальный перекося/ и эта разница составляет по разным измерениям от 1,5 до 5 мм. Неточность высотного положения квадрантов ускорителя вызывает искажения вертикальных орбит и приводит к возникновению резонансов связи между радиальным и вертикальным движением частиц. При наладке и модернизации ускорителя важно знать, насколько характеристики пучка отличаются от проектных и как это влияет на интенсивность ускорителя. При исследовании этих вопросов полезно находить искаженные замкнутые орбиты /периодические траектории/ в ускорителе. Вследствие сложности этой задачи до сих пор не существует хороших аналитических методов для нахождения периодических траекторий с нужной точностью, за исключением некоторых простейших случаев<sup>/7,8,9/</sup>.

В настоящей работе используется численный метод нахождения пространственных траекторий практически с любой степенью точности<sup>/10,11/</sup>, который применен к синхрофазотрону ОИЯИ, имеющему довольно сложное распределение магнитного поля в пространстве<sup>/12/</sup>.

## 2. Системы координат

Далее будут использоваться восемь систем координат /см. рис. 1/: четыре цилиндрических системы координат и четыре декартовых. С каждым квадрантом ускорителя мы связываем цилиндрическую систему координат  $(\phi, R, z)$  с началом в точке  $O_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), где  $i$  - номер квадранта ускорителя.

С каждым промежутком между квадрантами ускорителя мы связываем декартову систему координат  $(x, y, z_D)$  с началом в точке  $O_{i,D}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), где  $i$  - номер промежутка ускорителя. Оси  $z$  цилиндрических систем координат и оси  $z_D$  декартовых направлены во всех случаях вверх от плоскости чертежа.

Краткости ради, иногда будем говорить о некоторой "условной" системе координат  $(\xi, \eta, \zeta)$ , подразумевая при этом, что, если речь идет о точке, находящейся в одном из квадрантов ускорителя, то ее положение описывается цилиндрической системой координат  $(\phi, R, z)$  этого квадранта, а если точка находится в промежутке ускорителя, то ее положение описывается декартовой системой координат  $(x, y, z_D)$  этого промежутка. Таким образом, в дальнейшем  $\xi$  означает  $\phi$  или  $x$ ;  $\eta$  означает  $R$  или  $y$ ;  $\zeta$  означает  $z$  или  $z_D$ .

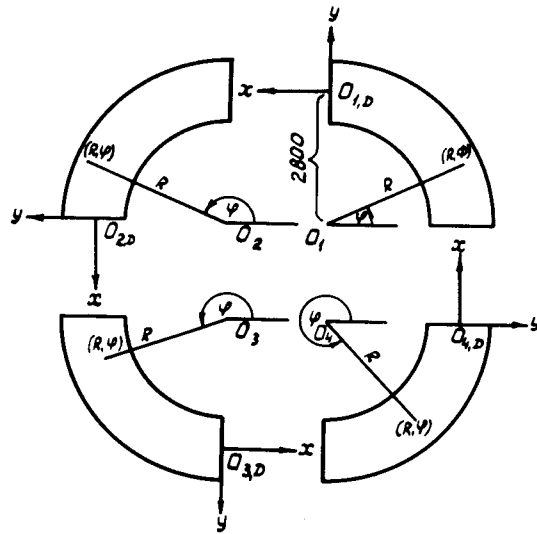


Рис. 1

## 3. Математическая постановка задачи

Даны дифференциальные уравнения движения заряженной частицы в магнитном поле ускорителя /одно-частичная модель/:

$$\left. \begin{aligned} \eta''_{\xi^2} &= \Phi_1(\xi, \eta, \zeta, \eta'_{\xi}, \zeta'_{\xi}) & /1/ \\ \zeta''_{\xi^2} &= \Phi_2(\xi, \eta, \zeta, \eta'_{\xi}, \zeta'_{\xi}) & /2/ \end{aligned} \right\}$$

где  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  - заданные функции:

$$R + \frac{2R\phi'^2}{R} - \frac{\sqrt{R + R\phi'^2 + z\phi'^2}}{B_0 R_0 R} [-Rz\phi' B_{\phi} - R\phi' z\phi' B_R + (R^2 + R\phi'^2) B_z], \quad /3/$$

если точка траектории находится в одном из квадрантов ускорителя /и тогда в левой части уравнения /1/  $\eta''_{\xi^2}$  следует заменить на  $R\phi''_{\xi^2}$  /; т.о., в этом случае мы записываем уравнение /1/ в цилиндрической системе координат одного из квадрантов ускорителя.

$$\Phi_1 = \frac{\sqrt{1 + y_x'^2 + z_x'^2}}{R_0 B_0} [z_x' B_x + y_x' z_x' B_y - (1 + y_x'^2) B_z], \quad /4/$$

если точка траектории находится в одном из промежутков ускорителя /и тогда в левой части уравнения /1/  $\eta''_{\xi^2}$  следует заменить на  $y_x''_{\xi^2}$  /; т.о., в этом случае мы записываем уравнение /1/ в декартовой системе координат одного из промежутков ускорителя.

$$\Phi_2 = \begin{cases} \frac{2R'_\phi z'_\phi - \sqrt{R^2 + R'^2_\phi + z'^2_\phi}}{R - \frac{B_0 R_0 R}{B_0 R_0 R}} [R R'_\phi B_\phi - (R^2 + z'^2_\phi) B_R + R'_\phi z'_\phi B_z], & /5/ \\ \text{если точка траектории находится в квадранте ускорителя /и тогда в левой части уравнения /2/ нужно заменить } \zeta''_{\xi 2} \text{ на } z''_{\phi 2} / \\ \frac{\sqrt{1 + y'^2_x + z'^2_x}}{B_0 R_0} [-y'_x B_x + (1 + z'^2_x) B_y - y'_x z'_x B_z], & /6/ \\ \text{если точка траектории находится в промежутке ускорителя /и тогда в левой части уравнения /2/ нужно заменить } \zeta''_{\xi 2} \text{ на } z''_{x 2} / \end{cases}$$

В выражениях /3/ - /6/  $B_0$  и  $R_0$  константы,  $B_\phi$ ,  $B_R$ ,  $B_z$  - заданные функции  $\phi$ ,  $R$ ,  $z$ ,  $B_x$ ,  $B_y$ ,  $B_z$  - заданные функции  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

Отыскивается периодическое решение  $\eta = \eta(\xi)$ ,  $\zeta = \zeta(\xi)$  уравнений /1/, /2/ в промежутке  $a \leq \xi \leq b$ , удовлетворяющее краевым условиям:

$$\left. \begin{aligned} \eta(a) &= \eta(b) \\ \eta'_\xi(a) &= \eta'_\xi(b) \end{aligned} \right\} /7/$$

$$\left. \begin{aligned} \zeta(a) &= \zeta(b) \\ \zeta'_\xi(a) &= \zeta'_\xi(b) \end{aligned} \right\} /8/$$

Числа  $a$  и  $b$  таковы, что решение, найденное на  $[a, b]$ , соответствует одному полному обороту частицы в ускорителе.

#### 4. Численный метод решения задачи

При решении краевой задачи /1/-/8/ был применен непрерывный аналог метода Ньютона /10, 11/.

Для рассматриваемой задачи он сводится к решению системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} u''_{\xi^2} - (\Phi_1)'_{\eta'} u'_\xi - (\Phi_1)'_{\eta} u - (\Phi_1)'_{\zeta} v'_\xi - (\Phi_1)'_{\zeta} v &= \\ &= [\eta''_{\xi^2} - \Phi_1(\xi, \eta, \zeta, \eta'_\xi, \zeta'_\xi)], & /9/ \\ v''_{\xi^2} - (\Phi_2)'_{\eta'} u'_\xi - (\Phi_2)'_{\eta} u - (\Phi_2)'_{\zeta} v'_\xi - (\Phi_2)'_{\zeta} v &= \\ &= [\zeta''_{\xi^2} - \Phi_2(\xi, \eta, \zeta, \eta'_\xi, \zeta'_\xi)], & /10/ \\ \eta'_t &= u, & /11/ \\ \zeta'_t &= v. & /12/ \end{aligned} \right\}$$

На неизвестные функции  $\eta = \eta(\xi, t)$ ,  $\zeta = \zeta(\xi, t)$ ,  $u = u(\xi, t)$ ,  $v = v(\xi, t)$  налагаются следующие начальные и краевые условия:

$$\eta(\xi, 0) = \eta_0(\xi), \quad /13/$$

$$\zeta(\xi, 0) = \zeta_0(\xi), \quad /14/$$

$$\left. \begin{aligned} \eta_0(a) &= \eta_0(b), \\ \eta'_0(a) &= \eta'_0(b), \end{aligned} \right\} /15/$$

$$\left. \begin{aligned} \zeta_0(a) &= \zeta_0(b), \\ \zeta'_0(a) &= \zeta'_0(b), \end{aligned} \right\} /16/$$

$$\left. \begin{aligned} u(a, t) &= u(b, t), \\ u'_\xi(a, t) &= u'_\xi(b, t), \end{aligned} \right\} /17/$$

$$\left. \begin{aligned} v(a, t) &= v(b, t), \\ v'_\xi(a, t) &= v'_\xi(b, t). \end{aligned} \right\} /18/$$

Для функций  $\eta(\xi, t)$ ,  $\zeta(\xi, t)$ , являющихся решением задачи /9/-/18/ согласно общей теории непрерывного аналога метода Ньютона, должны, вообще говоря, выполняться следующие условия:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \eta(\xi, t) = \eta(\xi), \quad /19/$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \zeta(\xi, t) = \zeta(\xi), \quad /20/$$

где  $\eta(\xi)$  и  $\zeta(\xi)$  - решение исходной задачи /1/ - /8/.

Функции  $\eta_0(\xi)$ ,  $\zeta_0(\xi)$  - начальные приближения искомых функций  $\eta(\xi)$  и  $\zeta(\xi)$  - в условиях /13/, /14/ задаются перед решением задачи. Чем точнее функции  $\eta_0$  и  $\zeta_0$  описывают искомую периодическую траекторию, тем быстрее сойдется процесс.

### 5. Описание машинного алгоритма решения задачи /9/-/18/

Для решения краевой задачи /9/-/18/ составлена программа на ЭВМ БЭСМ-6, в которой реализован следующий алгоритм.

Система уравнений /9/-/12/ нелинейна - некоторые коэффициенты уравнений зависят от искомых функций  $\eta, \zeta$  и их производных.

Пусть  $t = 0$ .

Подставим в коэффициенты уравнений /9/, /10/ вместо

$$\eta(\xi; t = 0), \quad \eta'_\xi(\xi; t = 0), \quad \eta''_{\xi^2}(\xi; t = 0),$$

$$\zeta(\xi; t = 0), \quad \zeta'_\xi(\xi; t = 0), \quad \zeta''_{\xi^2}(\xi; t = 0),$$

известные функции

$$\eta_0(\xi), \quad \eta'_0(\xi), \quad \eta''_0(\xi),$$

$$\zeta_0(\xi), \quad \zeta'_0(\xi), \quad \zeta''_0(\xi),$$

определяемые начальными условиями /13/, /14/; обозначим полученные при этом уравнения через /9'/ и /10'/.

Коэффициенты уравнений /9'/, /10'/ зависят только от  $\xi$ , и, следовательно, уравнения /9'/, /10'/ представляют собой систему двух обыкновенных линейных дифференциальных уравнений второго порядка, решение которой  $u(\xi, t = 0)$ ,  $v(\xi, t = 0)$  должно удовлетворять крайним условиям /17/ и /18/:

$$u(a; t = 0) = u(b; t = 0), \quad /17'/$$

$$u'_\xi(a; t = 0) = u'_\xi(b; t = 0),$$

$$v(a; t = 0) = v(b; t = 0),$$

$$v'_\xi(a; t = 0) = v'_\xi(b; t = 0). \quad /18'/$$

Решив краевую задачу /9'/, /10'/, /17'/, /18'/ одним из известных методов, получим функции

$$u = u(\xi, t = 0), \quad v = v(\xi, t = 0) \quad (a \leq \xi \leq b). \quad /21/$$

Рассмотрим теперь уравнения /11/ и /12/ при  $t = 0$ .

$$\eta'_t(\xi; t = 0) = u(\xi; t = 0), \quad /11'/$$

$$\zeta'_t(\xi; t = 0) = v(\xi; t = 0). \quad /12'/$$

Запишем их в разностном виде

$$\frac{\eta(\xi; t = 0 + \tau) - \eta(\xi; t = 0)}{\tau} = u(\xi; t = 0),$$

$$\frac{\zeta(\xi; t = 0 + \tau) - \zeta(\xi; t = 0)}{\tau} = v(\xi; t = 0),$$

или

$$\eta(\xi; t = 0 + \tau) = \eta(\xi; t = 0) + \tau \cdot \dot{\eta}(\xi; t = 0), \quad /11''/$$

$$\zeta(\xi; t = 0 + \tau) = \zeta(\xi; t = 0) + \tau \cdot \dot{\zeta}(\xi; t = 0). \quad /12''/$$

Все величины, входящие в правые части равенств /11''/ и /12''/, известны - см. /13/, /14/, /21/. Таким образом, получим функции

$$\left. \begin{array}{l} \eta(\xi; t = 0 + \tau) \\ \zeta(\xi; t = 0 + \tau) \end{array} \right\} (a \leq \xi \leq b).$$

Итак, зная  $\eta(\xi; t = 0)$ ,  $\zeta(\xi; t = 0)$ , мы вычислили  $\eta(\xi; t = 0 + \tau)$ ,  $\zeta(\xi; t = 0 + \tau)$ , то есть сделали "шаг"  $\tau$  по переменной  $t$ .

Повторяя описанные выше операции, получим:

$$\eta(\xi; t = 2\tau), \quad \zeta(\xi; t = 2\tau) \quad (a \leq \xi \leq b)$$

$$\eta(\xi; t = 3\tau), \quad \zeta(\xi; t = 3\tau) \quad (a \leq \xi \leq b)$$

.....

Критерием окончания счета является "близость", с заданной точностью, двух последовательных приближений.

#### 6. Вычисление компонент магнитного поля. Учет искажений магнитного поля

Компоненты ведущего магнитного поля ускорителя в пространстве можно вычислить на основании измеренного распределения показателя поля  $n(R)/12/$  в магнитной медианной плоскости  $z=0$  с использованием уравнений Максвелла и представлением  $B_z(\phi, R, z)$  и  $B_R(\phi, R, z)$  в окрестности  $z=0$  рядом Тейлора:

$$B_z(\phi, R, z) = B_z(\phi, R, 0) - \frac{z^2}{2} \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial B_z(\phi, R, 0)}{\partial R} + \frac{\partial^2 B_z(\phi, R, 0)}{\partial R^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 B_z(\phi, R, 0)}{\partial \phi^2} \right] + \dots \quad /22/$$

$$B_R(\phi, R, z) = \frac{\partial B_z(\phi, R, 0)}{\partial R} z - \frac{z^3}{6} \left[ \frac{1}{R} \frac{\partial^2 B_z(\phi, R, 0)}{\partial R^2} - \frac{1}{R^2} \frac{\partial B_z(\phi, R, 0)}{\partial R} - \frac{2}{R^3} \frac{\partial^2 B_z(\phi, R, 0)}{\partial \phi^2} \right] + \dots \quad /23/$$

В силу ряда причин /2/ геометрическая медианная плоскость ускорителя не совпадает с плоскостью  $z=0$ . Она оказалась деформированной в некоторую поверхность  $z = z_I(\phi, R)$ . В рассмотренном нами случае эта поверхность задается /по результатам измерений/ для каждого квадранта ускорителя двумерной таблицей вида:

$\phi$	$z_I(\phi; R_1 = 2720)$	$z_I(\phi; R_2 = 2880)$
$\phi_0$	$z_I(\phi_0; R_1)$	$z_I(\phi_0; R_2)$
$\phi_1$	$z_I(\phi_1; R_1)$	$z_I(\phi_1; R_2)$
..	.....	.....
..	.....	.....
$\phi_i$	$z_I(\phi_i; R_1)$	$z_I(\phi_i; R_2)$
..	.....	.....
$\phi_n$	$z_I(\phi_n; R_1)$	$z_I(\phi_n; R_2)$

Представление о характере этой поверхности дает, например, таблица, задающая функцию  $z_1$  для второго квадранта.

$\varphi = \frac{\pi}{2} + \alpha$	$Z_I(\varphi; R_1 = 2720)$	$Z_I(\varphi; R_2 = 2880)$
$\alpha$		
0	-0,53 (см)	-0,55(см)
0,0655	-0,79	-0,79
0,1965	-1,32	-1,32
0,3275	-1,88	-1,81
0,4585	-2,06	-2,09
0,5895	-2,23	-2,36
0,7205	-2,27	-2,61
0,8515	-2,23	-2,45
0,9826	-2,11	-2,25
I,1114	-1,91	-2,05
I,2445	-1,55	-1,66
I,3755	-1,20	-1,27
I,5065	-0,80	-0,83
I,5708	-0,57	-0,58

Были сделаны следующие допущения:

1/ искаженная медианная геометрическая и магнитная поверхности ускорителя совпадают; уравнение этой поверхности есть  $z = z_1(\phi; R)$ , где  $z_1(\phi; R)$  функция, заданная таблицами вида /24/;

2/ элемент поверхности  $z = z_1(\phi; R)$  в некоторой окрестности точки  $N(\phi, R, z_1(\phi, R))$  лежит в плоскости  $P$ , проходящей через точку  $N$  и образующей с плоскостью

$z=0$  угол  $\alpha$  в радиальном направлении и угол  $\beta$  в азимутальном направлении, где  $\alpha$  и  $\beta$  определяются из условий:

$$\operatorname{tg} \alpha = (z_1)'_R$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{R} (z_1)'_\phi$$

Теперь, чтобы найти компоненты магнитного поля в точке  $M(\phi, R, z)$  квадранта ускорителя, поступали следующим образом. Сначала отыскивались с помощью формул /22/, /23/ компоненты магнитного поля  $B_z^-$ ,  $B_R^-$  во вспомогательной системе координат  $(\bar{\phi}, \bar{R}, \bar{z})$ , начало которой  $O$  лежит в плоскости  $P$ , а  $\bar{z}$  есть расстояние от точки  $M$  до плоскости  $P$ . Затем величины  $B_z^-$ ,  $B_R^-$  разлагались по направлениям  $\phi, R, z$  цилиндрической системы координат квадранта, и полученные при этом величины принимались за значения  $B_\phi, B_R, B_z$  компонент поля, входящих в уравнения /1/, /2/.

В промежутках между квадрантами полагали  $B_x = B_y = B_z = 0$ .

### 7. Результаты вычислений

Изложенным в п.п. 4,5 методом были рассчитаны периодические траектории для следующих значений констант  $R_0$  и  $B_0$ , входящих в уравнения /1/, /2/.

Таблица 1

№ траектории	$R_0$	$B_0$
I	2770 (см)	-164,9753
2	2800	-163,2077
3	2830	-161,4776
4	2840	-160,9090
5	2850	-160,3444



В результате счета для каждой периодической траектории получены таблицы значений функций  $\eta = \eta(\xi)$  и  $\zeta = \zeta(\xi)$ . В табл. 2 приведены значения функции  $R = R_i(\varphi)$  /  $i = 1, 2, 3, 4, 5$  - номер траектории/ на концах каждого квадранта/.

На рис. 2 изображены графики функций  $\zeta = \zeta_i(\xi)$  /  $i = 1, 2, 3, 4, 5$  - номера траекторий - на рисунке они указаны у правого конца траекторий/.

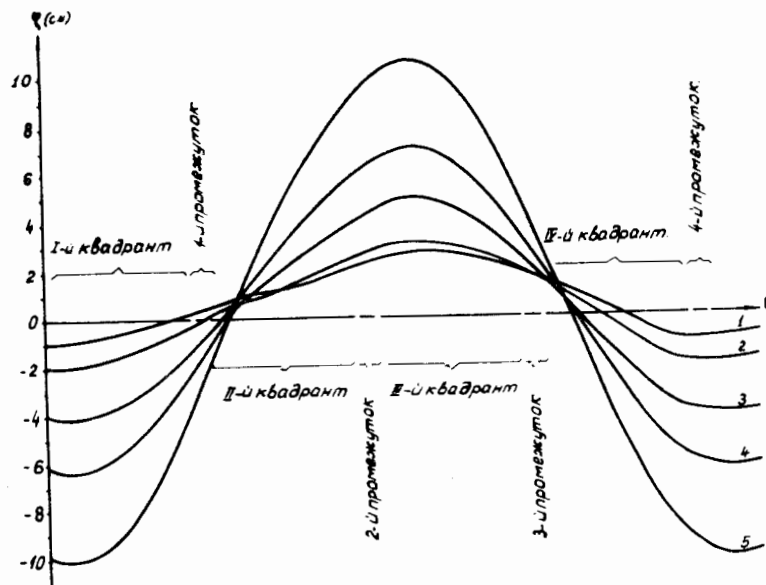


Рис. 2

Каждая из траекторий считалась так, что в квадранте делалось 48 шагов по  $\phi$ . Шаг по  $t$  был взят равным единице ( $\tau = 1$ ). На один шаг по  $t$  программа расходует около одной минуты машинного времени. Для расчета первой и второй траекторий потребовалось по два шага по  $t$ . Для остальных траекторий - по четыре шага. Примечание: Многоточие перед запятой означает, что целая часть числа совпадает с целой частью числа, стоящего в той же колонке в предыдущей строке.

Таблица 2

№ траектории →	Квадрант	$\varphi$	I	2	3	4	5
			$R = R_1(\varphi)$	$R = R_2(\varphi)$	$R = R_3(\varphi)$	$R = R_4(\varphi)$	$R = R_5(\varphi)$
I	I	0	2769,95I	2799,946	2829,86I	2839,733	2849,527
		$\frac{1}{2}\pi$	.....,97I	.....,965	.....,885	.....,757	.....,544
II	II	$\frac{1}{2}\pi$	.....,979	.....,972	.....,895	.....,769	.....,553
		$\frac{3}{2}\pi$	.....,01I	2800,005	.....,954	.....,852	.....,652
III	III	$\pi$	.....,013	.....,007	.....,959	.....,860	.....,663
		$\frac{3}{2}\pi$	2769,995	2799,987	.....,924	.....,807	.....,597
IV	IV	$\frac{3}{2}\pi$	.....,987	.....,979	.....,909	.....,787	.....,572
		$2\pi$	.....,952	.....,947	.....,862	.....,732	.....,522

### 8. Контроль вычислений

Программа отыскания периодических траекторий предусматривает контроль за решением краевой задачи.

После того, как краевая задача решена и, следовательно, получены таблицы функций  $\eta(\xi)$ ,  $\eta'(\xi)$ ,  $\zeta(\xi)$ ,  $\zeta'(\xi)$  в промежутке  $[a, b]$ , программа переходит к контролю.

Значения  $\eta(a)$ ,  $\eta'(a)$ ,  $\zeta(a)$ ,  $\zeta'(a)$  принимаются в качестве начальных условий задачи Коши для системы двух обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка /1/, /2/ на отрезке  $[a, b]$ . Полученное решение сравнивается с решением краевой задачи.

В качестве примера в табл. 3 и 4 приведены значения функций  $R_2(\phi)$  и  $z_2(\phi)$  для случаев, когда краевая задача и задача Коши решены при  $N = 48$  /  $N$  - число шагов по  $\phi$  в одном квадранте/ и при  $N = 96$ .

### 9. Заключение

Расчитанные вышеизложенным методом орбиты синхрофазотрона показывают, что неоднородность показателя поля по  $R$  и деформации квадрантов магнита приводят к существенному искажению вертикальных орбит /особенно на  $R_0$  больших 2800 см/ и уменьшению рабочей апертуры вакуумной камеры, что согласуется с результатами работы /13/. При этом, как видно из табл. 2, радиальные орбиты при указанных условиях искажаются незначительно.

Искажение орбит, вероятно, может быть компенсировано как нивелировкой магнита синхрофазотрона, что предложено в /14/, так и с помощью дополнительных коррекций поля ускорителя. Дальнейшим развитием методики, изложенной в настоящей работе, будет подбор режима оптимальной коррекции вертикальных орбит синхрофазотрона на разных  $R$ . Эта коррекция будет осуществляться системой витков с током, расположенных в прямолинейных промежутках ускорителя, которые создают дополнительную радиальную составляющую поля.

Таблица 3

Квадрант	$\phi$	$R = R_2(\phi)$			
		$N = 48$		$N = 96$	
		Краевая задача	Задача Коши	Краевая задача	Задача Коши
I	0	2799,946	2799,946	2799,946	2799,946
	$\frac{1}{2}\pi$	.....965	.....965	.....965	.....965
II	$\frac{1}{2}\pi$	.....972	.....972	.....972	.....972
	$\pi$	2800,005	2800,009	2800,005	2800,009
III	$\pi$	.....007	.....012	.....007	.....012
	$\frac{3}{2}\pi$	2799,987	2799,996	2799,987	2799,996
IV	$\frac{3}{2}\pi$	.....979	.....988	.....979	.....988
	$2\pi$	.....947	.....952	.....947	.....952

Таблица 4

Квадрант	$\varphi$	$Z = Z_2(\varphi)$			
		$N = 48$		$N = 96$	
		Краявая задача	Задача Коши	Краявая задача	Задача Коши
I	0	-1,980	-1,980	-1,972	-1,972
	$\frac{1}{2}\pi$	-0,358	-0,358	-0,356	-0,356
II	$\frac{1}{2}\pi$	0,156	0,156	0,156	0,156
	$\pi$	2,493	2,494	2,487	2,487
III	$\pi$	2,863	2,865	2,856	2,857
	$\frac{3}{2}\pi$	1,953	1,963	1,955	1,958
IV	$\frac{3}{2}\pi$	1,417	1,427	1,420	1,423
	$2\pi$	-1,971	-1,967	-1,963	-1,963

## Литература

1. E.G.Komar et al. CERN Symposium I (1956), 382-384.
2. А.Н.Комаровский. Строительные конструкции ускорителей. Высшая школа, М., 1961.
3. Д.Блюэт и др. Проблемы современной физики, т. XI, ИЛ, М., 1954.
4. E.Corkand, E.Lofgren. Bevatron Operation and Development. IUCRL-2692, September 13, 1954.
5. P.Bowles et al. Международная конференция по ускорителям. Дубна, 1963, М., Атомиздат, 1964.
6. Ю.Д.Безногих. Депонированное сообщение ОИЯИ, Б2-9-7208, Дубна, 1972.
7. А.А.Коломенский, А.Н.Лебедев. Теория циклических ускорителей. Москва, ГИФМЛ, 1962.
8. М.С.Рабинович. Труды ФИАН, т. 10, 23, 1958.
9. В.И.Котов, А.Б.Кузнецов, Н.В.Рубин. УФН, 64, 197, 1958.
10. Е.П.Жидков, Г.И.Макаренко, И.В.Пузынин. Непрерывный аналог метода Ньютона в нелинейных задачах физики. ЭЧАЯ, т. 4, вып. 1, 1973.
11. Е.П.Жидков, Т.П.Кочкина, Е.М.Кулакова, Т.В.Рыльцева, Л.А.Смирнова, Б.В.Феокистов. Исследование орбит заряженных частиц в синхротроне ОИЯИ. Совещание по программированию и математическим методам решения физических задач /Дубна, 30 октября - 4 ноября, 1973/. ОИЯИ, Д10-7707, Дубна, 1974.
12. В.И.Векслер. Ускорители атомных частиц. М., АН СССР, 1957.
13. Б.В.Василишин, Е.П.Жидков, Е.М.Кулакова, Р.В.Полякова, Л.А.Смирнова. Математическое моделирование пространственного многооборотного движения частиц в циклических ускорителях с учетом геометрических искажений магнита. Совещание по программированию и математическим методам решения физических задач. ОИЯИ, Д10-7707, Дубна, 1974.
14. Б.В.Василишин и др. Депонированное сообщение ОИЯИ. Б1-9-8031, Дубна, 1974.

Рукопись поступила в издательский отдел  
13 июля 1976 года.