

Д-361

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



19/IV-76

11 - 9525

1418/2-76

Ю.С.Дерендяев, Е.П.Жидков, В.И.Илющенко,  
А.А.Карлов

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА  
ДЛЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ  
ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВОГО ИСТОЧНИКА  
МНОГОЗАРЯДНЫХ ИОНОВ

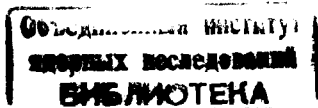
**1976**

11 - 9525

Ю.С.Дерендяев, Е.П.Жидков, В.И.Илющенко,  
А.А.Карлов

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА  
ДЛЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ  
ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВОГО ИСТОЧНИКА  
МНОГОЗАРЯДНЫХ ИОНОВ

Направлено на V Всесоюзное совещание по методам  
расчета электронно-оптических систем. Москва, 1974.



### *Введение*

Электромагнитная система электронно-лучевого источника многозарядных ионов /ИЭЛ/<sup>1</sup> состоит из диодной электронной пушки, секционированной дрейфовой трубки, электронного коллектора и вытягивающего электрода, расположенных на оси соленоида длиной около 120 мм. Все перечисленные элементы электромагнитной системы ИЭЛ имеют аксиальную симметрию.

Решение задачи анализа электромагнитной системы ИЭЛ сводится к расчету полей и траекторий при заданных граничных и начальных условиях, т.е. к численному решению соответствующих дифференциальных уравнений. С другой стороны, при решении задачи синтеза определяется такой набор исходных параметров, который бы удовлетворял требованиям, предъявляемым к пучкам заряженных частиц, при заданной степени точности.

Несмотря на значительные успехи в разработке численных методов в создании алгоритмов и программ для ЭВМ, обычно применяемые способы решения задач синтеза остаются довольно громоздкими и требуют значительных затрат машинного времени для перебора многочисленных вариантов.

В данной работе рассматриваются возможности дисплейной методики решения задач анализа и синтеза.

### Расчет электрического поля

Напряженность электрического поля  $\vec{E}$  определяется из решения уравнения Пуассона

$$\Delta\phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad /1/$$

с заданными граничными условиями. Здесь  $\phi$  - потенциал электрического поля,  $\vec{E} = -\text{grad}\phi$ ,  $\rho$  - плотность заряда,  $\epsilon_0$  - диэлектрическая проницаемость вакуума.

Уравнение /1/ аппроксимируется разностной схемой второго порядка. Полученная система разностных уравнений решается методом верхней релаксации, который известен как экстраполяционный метод Либмана<sup>/2-5/</sup>. В данном случае он заключается в построении прямоугольной сетки /шаг которой по осям задается в качестве исходных данных/ и замене дифференциальных уравнений в частных производных приближенными разностными уравнениями для каждой узловой точки сетки. Решение отыскивается внутри области, ограниченной простыми замкнутыми кривыми, которые задаются в виде координат совокупности точек каждой отдельной кривой. Соседние точки соединяются прямыми линиями, образуя сегменты. На отдельных сегментах кривых известно либо значение функции, либо выполняется условие Неймана. Поиск решения носит итеративный характер и прекращается по достижении заданной точности. При использовании дисплея<sup>/6/</sup> исходные данные и результаты расчета выдаются на экран ЭЛТ сразу в наглядной форме и могут быть проанализированы с помощью ЭВМ<sup>/7/</sup>. Последнее обстоятельство исключительно важно с точки зрения взаимодействия оператора с ЭВМ, так как процесс анализа результатов является творческим и, как правило, не поддается алгоритмизации, за исключением простейших случаев. Как будет проходить этот процесс, во многом зависит от опыта и научной интуиции исследователя. При необходимости, используя световой карандаш и пишущую машинку, можно быстро изменять начальные данные и повторять расчет.

### Расчет магнитного поля

Индукция магнитного поля соленоида  $\vec{B}$  определяется из следующего выражения<sup>/8/</sup>:

$$\vec{B}(r, z, t) = \frac{\mu_0}{2\pi S'} \int J(r', z', t) \vec{G}(r', z', r, z) dr' dz', \quad /2/$$

где  $\mu_0$  - магнитная проницаемость вакуума,  $S'$  - площадь сечения соленоида плоскостью  $\theta = 0$ ,  $J(r', z', t)$  - плотность тока,

$$G_r = \frac{z - z'}{r \sqrt{(r+r')^2 + (z-z')^2}} \left[ -K(x) + \frac{r^2 + r'^2 + (z-z')^2}{(r-r')^2 + (z-z')^2} E(x) \right],$$

$$G_\theta = 0,$$

$$G_z = \frac{1}{\sqrt{(r+r')^2 + (z-z')^2}} \left[ K(x) + \frac{r'^2 - r^2 - (z-z')^2}{(r-r')^2 + (z+z')^2} E(x) \right].$$

Здесь  $K(x)$ ,  $E(x)$  - эллиптические интегралы первого и второго рода, соответственно,  $x^2 = 4 \cdot r \cdot r' / [(r+r')^2 + (z-z')^2]$ .

При расчетах интегрирование заменяется суммированием, а точность определяется величинами  $dr'$  и  $dz'$ .

Индукцию магнитного поля, создаваемого магнитным экраном, который окружает электронный коллектор, находим по /2/, где вместо плотности тока  $J$  нужно подставить поверхностную плотность связанных токов  $\sigma$ , которая находится из интегрального уравнения

$$\sigma = \frac{2}{\mu_0} \cdot \frac{\mu - \mu_0}{\mu + \mu_0} B_t. \quad /3/$$

Здесь  $\mu$  - магнитная проницаемость материала, из которого изготовлен экран,  $B_t$  - касательная к внешней поверхности экрана компонента индукции, которая определяется всеми токами, создающими магнитное поле, в том числе и связанными с плотностью  $\sigma$ .

Исходные данные и результаты расчета выводятся на экран дисплея и анализируются<sup>/10/</sup>.

### Расчет траекторий

Определив поля  $\vec{E}$  и  $\vec{B}$ , интегрируем уравнения движения Лоренца:

$$\frac{d\vec{m}\vec{v}}{dt} = q[\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}],$$

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{v}$$

/4/

методом Рунге-Кутты и определяем траектории крупных частиц. В качестве начальных условий вводятся фиксированное положение начала траектории и начальная скорость крупной частицы.

Для электронов за начало траекторий принимается сечение, перпендикулярное оси  $z$ . Сечение разделяем на несколько равных секций, предполагая, что все траектории электронов, выходящих из секции, подобны и образуют трубку тока, которую далее будем рассматривать как крупную частицу с зарядом  $q$  и массой  $m$ . Траектории крупных частиц, составленных из ионов, рассчитываются таким же образом, если известна их концентрация и начальные скорости.

Процесс генерации ионов описывается при помощи кинетических уравнений. Вероятность ионизации одного атома равна  $p = n_e \cdot \tau_i \cdot \sigma_i$ , где  $n_e$  - плотность электронного пучка,  $\tau_i$  - время ионизации или удержания ионов в электронном пучке и  $\sigma_i$  - сечение последовательной ионизации. Учет других процессов ионизации не меняет, в принципе, подхода к этой проблеме, однако система кинетических уравнений при этом усложняется.

На экране дисплея высвечиваются параметры источников электромагнитных полей, которые можно изменять с пульта дисплея, и расчетные траектории крупных частиц.

В частности, видимые на экране дисплея координаты  $R$ ,  $Z$  траекторий К-й и М-й крупных частиц при различных значениях тока  $I$  в обмотке соленоида приведены в таблице /R, Z даны в мм/.

Таблица

		I ≠ 0			
		К		М	
Z	R	Z	R	Z	R
		4.000	0.722	4.000	0.722
5.860	0.732	4.610	0.726	4.600	1.750
7.760	0.750	5.230	0.730	5.210	1.760
9.670	0.770	5.860	0.721	5.830	1.740
11.60	0.791	6.490	0.710	6.440	1.710
13.50	0.811	7.120	0.766	7.060	1.850
15.40	0.833	7.760	0.871	7.680	2.110
17.30	0.856	8.400	0.635	8.320	1.530
19.20	0.881	9.070	1.440	9.130	3.660

## Пространственный заряд

Область внутри электродов разделена на ряд ячеек. Предполагается, что в центре  $j$ -ой ячейки находится заряд  $Q_j$ . Часть заряда  $Q$ , вносимая  $k$ -ой крупной частицей, рассчитывается по формуле:

$$Q_{kj} = -I_k \cdot t_{kj}, \quad /5/$$

где  $I_k$  - ток, обусловленный  $k$ -ой частицей,  $t_{kj}$  - продолжительность пребывания  $k$ -ой частицы в  $j$ -ой ячейке. В свою очередь, время  $t_{kj}$  определяется соотношением

$$t_{kj} = \frac{\ell_j}{v_{kj}}, \quad /6/$$

в котором  $\ell_j$  и  $v_{kj}$  - длина ячейки  $j$ -ой и скорость  $k$ -ой траектории, соответственно.

Из формул /5/ и /6/ можно получить следующее выражение для суммарного заряда  $Q_j$  в  $j$ -ой ячейке:

$$Q_j = - \sum_k \frac{I_k \ell_j}{v_{kj}}. \quad /7/$$

Уравнение /7/ приводит нас к итерационному методу решения. Пусть величина  $Q_j^{(n)}$  является зарядом в  $j$ -ой ячейке при  $n$ -ой итерации. Аналогично определяются и величины  $I_k^{(n)}$  и  $v_{kj}^{(n)}$ . Тогда в соответствии с уравнением /7/ имеем

$$Q_j^{(n+1)} = - \sum_k \frac{I_k^{(n)} \ell_j}{v_{kj}^{(n)}}, \quad /8/$$

$$\rho_j^{(n)} = \frac{Q_j^{(n)}}{\tau_j}, \quad /9/$$

где  $\tau_j$  - объем  $j$ -ой ячейки.

После сделанных замечаний можно воспроизвести ход итерационного процесса. На основании полученной

картины траекторий вычисляются токи крупных частиц и в соответствии с /9/ определяется новое распределение заряда. При найденном  $\rho^{(n)}$  потенциал находится из решения уравнения Пуассона с заданным распределением потенциала на границе. Критерием точности результатов расчета будем считать изменение распределения пространственного заряда при переходе к следующей итерации.

## Анализ и синтез электромагнитной системы ИЭЛ

При анализе электромагнитной системы применялся метод итераций, который состоял из следующих этапов:

- 1/ задание начального распределения пространственного заряда,
- 2/ решение уравнения Пуассона,
- 3/ определение распределения магнитного поля,
- 4/ решение уравнений движения и нахождения траекторий электронов,
- 5/ определение ионной компоненты тока,
- 6/ решение уравнений движения и нахождения ионных траекторий,
- 7/ видоизменение распределения пространственного заряда в результате анализа картины траекторий.

Эта процедура повторяется до тех пор, пока траектории и скорости частиц не будут соответствовать распределению пространственного заряда в пределах заданной точности.

В настоящее время на ЭВМ CDC-1604A для части электромагнитной системы ИЭЛ, расположенной вблизи электронного коллектора, проведены пробные расчеты с 50 крупными частицами. В дальнейшем предполагается существенно увеличить число крупных частиц и осуществить машинный синтез практически реализуемых вариантов электромагнитной системы ИЭЛ, которые должны обеспечивать минимальное токооседание первичных

электронов, запирающие вторичные электроны в области электронного коллектора, а также эффективное удержание и вывод за вытягивающий электрод ионной компоненты.

#### *Литература*

1. Е.Д.Донец, В.И.Илющенко, В.А.Альперт. ОИЯИ, Р7-4124, Дубна, 1968.
2. *Modern Computing Methods. Chap. 4, London, 1961.*
3. D.W.Martin, C.I.Tee. *Computer J.*, 4, No. 3, 1961.
4. A.Hornsby. *Preprint CERN 63-7, 1963.*
5. В.Вазов, Дж.Форсайт. *Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных.* ИЛ, М., 1963.
6. А.И.Ефимов, Г.И.Забиякин и др. ОИЯИ, Р10-5387, Дубна, 1970.
7. А.В.Гусев, Ю.С.Дерендяев и др. ОИЯИ, 11-5671, Дубна, 1971.
8. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. *Электродинамика сплошных сред.* Гостехиздат, М., 1957.
9. О.В.Тозони. *Расчет электромагнитных полей на вычислительных машинах.* Техника, Киев, 1967.
10. Ю.С.Дерендяев, А.А.Карлов, Ю.Л.Обухов, А.Д.Полынецев, А.П.Сумбаев. ОИЯИ, Б1-9-8503, Дубна, 1974.

*Рукопись поступила в издательский отдел  
10 февраля 1976 года.*