ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

11-94-250

На правах рукописи

УДК 517.9+519.6:519.62:519.64

ЗЕМЛЯНАЯ
Елена Валериевна

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ ПОЛЯРОНА И КВАРКОНИЯ НА ОСНОВЕ ОБОБЩЕННОГО НЕПРЕРЫВНОГО АНАЛОГА МЕТОДА НЬЮТОНА

Специальность: 05.13.16 — применение вычислительной техники, математического моделирования и математических методов в научных исследованиях

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 1994

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации Объединенного института ядерных исследований.

Научные руководители:
кандидат физико - математических наук АМИРХАНОВ И.В.
кандидат физико - математических наук ПУЗЫНИНА Т.П.

Официальные оппоненты:
Доктор физико - математических наук профессор РЯБОВ Ю.А.
Доктор физико - математических наук ВИНИЦКИЙ С.И.

Ведущее научно - исследовательское учреждение:
Научно - исследовательский институт физики Санкт-Петербургского Государственного Университета, Санкт-Петербург.

Автореферат разослан "_____ "____________ 1994 года.

Защита диссертации состоится "_____ "____________ 1994 года в "_____" часов на заседании Специализированного ученого совета Д047.01.04 при Лаборатории вычислительной техники и автоматизации Объединенного института ядерных исследований, г.Дубна Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета
кандидат физико - математических наук [signature] З.М.Иванченко

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность

Представляемая диссертация посвящена актуальной проблеме — разработке методов и программного обеспечения для численного исследования нелинейных задач, возникающих в рамках двух известных и активно используемых моделей теоретической физики. Изучаемые задачи относятся к таким ее разделам, как теория полярона и квантовая хромодинамика.

Первая из рассматриваемых в диссертации моделей — это обобщенная поляронная модель Латтинжера - Лу[1], в терминах которой дается описание целого ряда физических процессов, таких, например, как взаимодействие электрона проводимости с продольными оптическими фононами в полярных кристаллах, химические реакции в поляризующихся жидкостях, связанные колебания фононов в теории динамики решеток, эффекты фотовозбуждения электронов в кристаллах и др.

Уровни энергии и волновые функции полярона в рамках рассматриваемого в диссертации приближения определяются как решения задачи на собственные значения для нелинейного интегродифференциального уравнения в трехмерном координатном пространстве, полученного из условия минимума функционала энергии полярона.[2]

Особенно актуальным в настоящее время является вопрос существования и нахождения поляронных состояний, отличных от сферически симметричных, что связано с потребностью изучения проблемы электронного переноса возбужденных состояний в различных конденсированных средах. В диссертации исследуются некоторые классы несимметричных решений уравнения полярона на основе их разложения по сферическим функциям.

[1] Luttinger J.M., Lu C.Y. // Phys.Rev. B, v.21, 10, p.425-426, 1980.

[2] Возбужденные поляронные состояния в конденсированных средах. // Сборник научных трудов, НЦБИ АН СССР, Пущино, 1990.

Вторая рассматриваемая в диссертации модель является активно развиваемым в последнее время в квантовой хромодинамике (КХД) обобщением нерелятивистской модели кварков[3], которое сводится к системе уравнений Швингера - Дайсона (Ш-Д) для кварков и Бете - Солпитера (Б-С) для связанных состояний кварков с единым феноменологическим потенциалом.[4]

Интерес к исследованию указанной модели связан с планированием экспериментов на сверхмощных ускорителях и обусловлен открывающейся возможностью единообразного описания поведения как легких, так и тяжелых кваркониев. В диссертации проведено численное исследование уравнений Ш-Д и Б-С с потенциалом Гаусса.

Поскольку все изучаемые в диссертации задачи могут рассматриваться как нелинейные функциональные уравнения в B - пространстве, в качестве единой математической базы для их численного исследования используется обобщенный подход на основе непрерывного аналога метода Ньютона (НАМН)[5], являющегося, как известно, эффективным средством численного решения таких уравнений. Ньютоновские итерационные схемы успешно применяются для решения широкого круга задач, возникающих при исследовании различных моделей теоретической физики.[6]

Применение обобщения НАМН и его модификаций позволяет в создаваемых вычислительных схемах максимально учитывать специфику конкретных классов задач при сохранении единого подхода к их решению.

Работы, положенные в основу диссертации, выполнены в соответствии с планом научно - исследовательских работ ОИЯИ.

---

[3]A.Le Yaouanc, L.Oliver, P.Pene and J.C.Raynal. Spontaneous breaking of chiral symmetry for confining potentials // Phys. Rev. D29, p.1233, 1984; Quark model of light mesons with dynamically broken chiral symmetry. // Phys. Rev. D31, p.137, 1985.

[4]Калиновский Ю.Л., Каллис В., Курапов Б.Н., Первушин В.Н., Сариков Н.А. Билокальные мезонные лагранжианы и потенциальная модель. // Ядерная физика, т.49, стр. 1709 - 1717, 1989.

[5]Жанлав Т.,Пузынин И.В. О сходимости итераций на основе непрерывного аналога метода Ньютона. // ЖВМиМФ, 1992, 32, 6, с.846-856; Жанлав Т.,Пузынин И.В. Эволюционный ньютоновский процесс решения нелинейных уравнений. // ЖВМиМФ, 1992, 31, 1, с.3-12.

[6]Жидков Е.П., Макаренко Г.И., Пузынин И.В. Непрерывный аналог метода Ньютона в нелинейных задачах физики. // Физ. элементарных частиц и атомного ядра. 1973, Т. 4, Вып.1, с. 127-165.

Целью работы является:

- На основе единого подхода, определяемого обобщением НАМН, с использованием модифицированных алгоритмов разработать вычислительные схемы и программное обеспечение для численного исследования уравнений полярона (модель Латтинжера - Лу) и уравнений Ш-Д и Б-С (кварковая потенциальная модель КХД).
- Провести численное исследование уравнения полярона для указанной модели с использованием разложения решений по сферическим функциям.
- Выполнить численное исследование уравнений Швингера - Дайсона и Бете - Солпитера с потенциалом Гаусса.

Научная новизна

В диссертации на основе единого подхода, определяемого обобщением НАМН, разработаны алгоритмы, итерационные схемы и программное обеспечение, позволившие провести численное исследование уравнения полярона в рамках модели Латтинжера - Лу и уравнений Ш-Д и Б-С в рамках кварковой потенциальной модели КХД.

Особенно важное значение в связи с развитием векторно - параллельных вычислительных систем приобретает представленный в диссертации новый модифицированный алгоритм на основе обобщения НАМН, открывающий широкие возможности для распараллеливания и векторизации вычислений. Эффективность предложенного алгоритма для векторных систем подтверждается вычислениями на векторной ЭВМ CONVEX C120.

Проведено исследование нелинейной самосогласованной спектральной задачи в рамках обобщенной поляронной модели Латтинжера - Лу. Впервые для этой модели получены несферические решения уравнения полярона в виде их аппроксимации разложением по сферическим функциям.

Выполнено численное исследование уравнений Ш-Д и Б-С с потенциалом Гаусса и впервые получены параметры для одновременного описания массовой функции кварка, энергии и константы распада основного состояния пиона.

Практическая ценность

В диссертации получен ряд важных результатов по разработке модифицированных итерационных схем на основе обобщенного аналога метода Ньютона и создано программное обеспечение, позволившее при численном исследовании изучаемых задач получить ряд интересных физических результатов.

При этом разработанные алгоритмы, вычислительные схемы и программы имеют самостоятельную ценность и могут применяться для решения других задач.

В частности, в настоящее время с использованием разработанного программного обеспечения в рамках модели кваркония проводятся расчеты с потенциалом Юкавы, комбинацией гауссовского и осцилляторного потенциалов, комбинацией линейного и кулоновского потенциалов, а также для потенциала Гаусса с включением температурной зависимости.

Апробация работы

Основные результаты, изложенные в диссертации, докладывались на научных семинарах ЛВТА ОИЯИ, на международном совещании "Polarons and Applications" (Пущино, Россия, май 1992), международной конференции "Mathematical Methods for Solving Physical Problems" (Дубна, Россия, июнь 1993), международном совещании в рамках программы "Гейзенберг - Ландау" (Росток, Германия, май 1994) и международном рабочем совещании CONVEX - Metacomputing (Дубна, Россия, май 1994).

Публикации

Основные результаты диссертации опубликованы в 7 работах, в том числе в виде препринтов ОИЯИ, в трудах совещаний, в журнале "Математическое моделирование" и сборнике "JINR Rapid Communications".

Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения, содержит 106 страниц, 18 рисунков, 24 таблицы и список цитируемой литературы, включающий 102 наименования.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении дается краткое описание изучаемых в диссертации задач, обосновывается их актуальность и обсуждаются некоторые особенности, определившие выбор методов численного исследования, сформулированы основные требования, предъявляемые к вычислительным схемам, описывается структура диссертации и ее краткое содержание по главам.

Первая глава посвящена описанию модифицированных итерационных схем на основе обобщенного НАМН.

Первый раздел этой главы носит обзорный характер. В нем рассматривается общий подход к решению нелинейных функциональных уравнений вида

$$\mathcal{F}(z) = 0 \tag{1}$$

в B - пространстве, определяемый НАМН и его обобщением, обсуждаются различные аспекты его использования для решения конкретных задач, приводятся оценки точности ньютоновских итерационных схем и формулировки некоторых теорем, касающихся сходимости метода, рассматриваются варианты модифицированных схем на основе НАМН.

В разделе 2 представлен модифицированный алгоритм на основе обобщенного НАМН с одновременным вычислением оператора, обратного производной нелинейной функции,путем замены обращения этого оператора на каждом итерационном шаге перемножением вспомогательных линейных операторов.

Согласно предлагаемому подходу вместо уравнения (1), представляющего исследуемую задачу, рассматривается следующая система функционально - операторных уравнений

$$\begin{cases} \mathcal{F}(z) = 0, \\ \mathcal{B}\mathcal{A} - \mathcal{I} = 0, \end{cases} \tag{2}$$

где $\mathcal{A} = \mathcal{F}'_z, \mathcal{B} = \mathcal{A}^{-1}$, $\mathcal{I}$ — единичный оператор.

Вводя непрерывный параметр $t (0 \leq t < \infty)$ и переходя, согласно обобщенному НАМН, к системе эволюционных уравнений, после простых преобразований и дискретизации непрерывного параметра по схеме Эйлера получаем формулы для вычисления $z_{k+1} = z(t_{k+1})$

и $\mathcal{B}_{k+1} = \mathcal{B}(t_{k+1})$, считая известными на каждом k-том шаге z_k и $\mathcal{B}_k$:

$$\begin{cases} z_{k+1} = z_k + \tau_k V_k \\ B_{k+1} = B_k + \tau_k W_k \end{cases} \tag{3}$$

где

$$V_k = -\mathcal{B}_k[\mathcal{F}(t_k, z_k) + \mathcal{F}'_t(t_k, z_k)],$$
$$W_k = [\mathcal{I} - \mathcal{B}_k(\mathcal{A}_k + \mathcal{A}'_{kt})]\mathcal{B}_k.$$

Использование такой модифицированной итерационной схемы предоставляет дополнительные возможности для векторизации и распараллеливания вычислений.

Приведенные результаты сравнительного анализа временных характеристик модифицированного и немодифицированного алгоритмов применительно к численному решению ряда задач подтверждают эффективность предложенного алгоритма для векторных вычислительных систем (CONVEX C120).

Во второй главе дано описание двух программных пакетов, использовавшихся при численном анализе рассматриваемых в диссертации задач.

В разделе 1 описывается модифицированная ньютоновская итерационная схема и разработанный на ее основе программный комплекс SNIDE для решения задачи на собственные значения для нелинейного интегродифференциального уравнения

$$\phi^{(1)}(\lambda, y(x)) \equiv [\frac{d^2}{dx^2} + Q(x) - \lambda R(x)]y(x) + \tag{4}$$

$$+y^n(x)\int\limits_a^b K(x,x')y^m(x')dx' = 0,$$

где $n = 0, 1, \quad m = 1, 2, \quad a \leq x \leq b$, граничные условия имеют вид

$$\phi^{(2)}(\lambda, y(x)) \equiv [d_1(\lambda, x)\frac{d}{dx} + f_1(\lambda, x)]y(x) = 0, \qquad x = a,$$

$$\phi^{(3)}(\lambda, y(x)) \equiv [d_2(\lambda, x)\frac{d}{dx} + f_2(\lambda, x)]y(x) = 0, \qquad x = b,$$

условие нормировки следующее:

$$\phi^{(4)}(\lambda, y(x)) \equiv \int\limits_a^b y^2(x)dx - N = 0.$$

Здесь $Q(x), R(x), K(x,x')$ — заданные на $[a,b]$ функции, обеспечивающие существование нетривиального решения, N — заданная нормировка, $d_1^2 + f_1^2 > 0$, $d_2^2 + f_2^2 > 0$.

Численная схема в представленном пакете реализована на неравномерной сетке с использованием аппроксимации кубическими сплайнами.

Программа применялась для численного решения уравнения полярона в сферически симметричном случае.

В разделе 2 дается описание SYSINT(SYSINTM) — программного комплекса, разработанного с использованием изложенного в главе 1 модифицированного алгоритма и предназначенного для решения задачи на собственные значения для системы линейных интегральных уравнений:

$$\vec{\Phi}(z) = \hat{Q}(x)\vec{\phi}(x) - \lambda\hat{R}(x)\vec{\phi}(x) + \int\limits_0^R \hat{K}(x,x')\vec{\phi}(x')dx' = 0,$$

$$z = (\lambda, \vec{\phi}(x)), \quad \vec{\phi} = \{\phi_1(x), \phi_2(x), ..., \phi_L(x)\}$$

с условием нормировки

$$\Gamma(z) = \int\limits_0^R dx \sum_{l=1}^L \phi_l^2(x) - G = 0,$$

где

$$\hat{Q}(x) = \begin{pmatrix} Q_{11}(x) & ... & Q_{1L}(x) \\ ... & ... & ... \\ Q_{L1}(x) & ... & Q_{LL}(x) \end{pmatrix}, \hat{R}(x) = \begin{pmatrix} R_{11}(x) & ... & R_{1L}(x) \\ ... & ... & ... \\ R_{L1}(x) & ... & R_{LL}(x) \end{pmatrix},$$

$$\hat{K}(x,x') = \begin{pmatrix} K_{11}(x,x') & ... & K_{1L}(x,x') \\ ... & ... & ... \\ K_{L1}(x,x') & ... & K_{LL}(x,x') \end{pmatrix},$$

$Q_{lm}(x), R_{lm}(x), K_{lm}(x,x')$ — известные функции.

Этот комплекс использовался для численного решения уравнения Б-С при исследовании кварковой потенциальной модели КХД с потенциалом Гаусса.

Для каждого программного пакета приводятся численные примеры, иллюстрирующие его работу.

Третья глава посвящена численному исследованию уравнения полярона в рамках модели Латтинжера - Лу.

В разделе 1 с использованием разложения решений по сферическим функциям формулируется самосогласованная нелинейная спектральная задача:

$$\psi_l''(r) - \lambda\psi_l(r) - \frac{l(l+1)}{r^2}\psi_l(r) + \frac{A}{r}\sum_{l_1=0}^{L_m} Q_{ll_1}(r)\psi_{l_1}(r) = 0, l = 0,1,...,L_m,$$

$$V_{1l}''(r) - \frac{l(l+1)}{r^2}V_{1l}(r) + S_l(r) = 0, \quad l = 0,1,...,L_v, \tag{5}$$

$$V_{2l}''(r) - \frac{l(l+1)}{r^2}V_{2l}(r) - C^2V_{2l}(r) + S_l(r) = 0, \quad l = 0,1,...,L_v,$$

условие нормировки имеет вид

$$\sum_{l=0}^{L_m}\int_0^{R_m}\psi_l^2(r)dr = 1.$$

Здесь

$$Q_{ll_1}(r) = \sum_{l_2=0}^{L_v} W_{ll_1l_2}(V_{1l_2}(r) - V_{2l_2}(r)),$$

$$S_l(r) = \sum_{l_1=0}^{L_m}\sum_{l_2=0}^{L_m} W_{ll_1l_2}\psi_{l_1}(r)\psi_{l_2}(r),$$

$$W_{ll_1l_2}(r) = 2\pi\sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}}\sqrt{\frac{2l_1+1}{4\pi}}\sqrt{\frac{2l_2+1}{4\pi}}\int_{-1}^{+1}P_l(x)P_{l_1}(x)P_{l_2}(x)dx,$$

P_l — полиномы Лежандра, A и C — константы, связанные с физическими параметрами модели, λ — собственные значения, определяющие уровни энергии полярона.

С учетом асимптотических свойств решений краевые условия на конечном интервале $0 \le r \le R_m$ имеют вид:

$$\psi_{1A}(0)\psi_l'(0) - \psi_{1A}'(0)\psi_l(0) = 0, \tag{6}$$

$$\psi_{2A}(R_m)\psi_l'(R_m) - \psi_{2A}'(R_m)\psi_l(R_m) = 0, \tag{7}$$

$$V_{i1A}(0)V_{il}'(0) - V_{i1A}'(0)V_{il}(0) = 0,$$

$$V_{i2A}(R_m)V_{il}'(R_m) - V_{i2A}'(R_m)V_{il}(R_m) = 0,$$

где

$$\psi_{1A} = A_{1l}r^{l+1}, \qquad \psi_{2A} = A_{2l}e^{-\sqrt{\lambda}r}, \qquad V_{11A} = B_{1l}r^{l+1},$$

$$V_{12A} = B_{2l}r^{-l}, \qquad V_{21A} = C_{1l}r^{l+1}, \qquad V_{22A} = C_{2l}e^{-Cr},$$

A_{il}, B_{il}, C_{il} — константы, $i = 1,2$.

Показано, что для сферически симметричного случая ($L_m = 0, L_v = 0$) задача может быть поставлена в виде нелинейной задачи на собственные значения для интегродифференциального уравнения:

$$\psi''(x) - \lambda\psi(x) + A\psi(x)\frac{1}{x}\int_0^R D(x,x')\frac{\psi^2(x')}{x'}dx' = 0 \tag{8}$$

с граничными условиями (6),(7) и условием нормировки

$$\int_0^R \psi^2(x)dx = \frac{1}{4\pi},$$

где

$$D(x,x') = \begin{cases} x' - (exp(-Cx)shCx')/C, & x' < x, \\ x - (exp(-Cx')shCx)/C, & x < x'. \end{cases}$$

В разделе 2 описывается итерационный процесс на основе сочетания НАМН и метода последовательных приближений для численного решения уравнения полярона. В соответствии с предлагаемым подходом, по аналогии с методами расщепления[7], решение достаточно сложной нелинейной системы заменяется на каждом шаге последовательным решением относительно простых линейных задач.

В разделе 3 представлены численные результаты. Показано, что полученные решения в сферически симметричном случае согласуются с известными численными результатами работы[8], а в сферически несимметричном случае — с представленной в работе[9] классификацией возможных решений уравнения полярона для модели Пекара.

В четвертой главе рассматривается кварковая потенциальная модель КХД.

В разделе 1 этой главы дается постановка задач Швингера - Дайсона и Бете - Солпитера для гауссовского потенциала. Задача Ш-Д в этом случае имеет вид нелинейной системы двух интегральных уравнений:

$$\begin{cases} E(p)cos(2v(p)) = m_0 + \int\limits_0^\infty dq\frac{q}{p}V_1(p,q)cos(2v(q)), \\ E(p)sin(2v(p)) = p + \int\limits_0^\infty dq\frac{q}{p}V_2(p,q)sin(2v(q)), \end{cases} \tag{9}$$

а задача Б-С для псевдоскалярных мезонов представляет спектральную задачу для системы двух линейных интегральных уравнений:

$$MU_{\binom{2}{1}}(p) = E_t(p)U_{\binom{1}{2}}(p) - \tag{10}$$

$$-2\int\limits_0^\infty dq[C_p^{(\mp)}C_q^{(\mp)}V_1(p,q) + S_p^{(\mp)}S_q^{(\mp)}V_2(p,q)]U_{\binom{1}{2}}(q)$$

[7]Марчук Г.И. Методы вычислительной математики // Наука, М., 1989.

[8]Амирханов И.В. и др. Численное исследование нелинейной самосогласованной задачи на собственные значения в обобщенной модели полярона. // Препринт НЦБИ АН СССР, Пущино, 1988.

[9]Габдуллин Р.Р. Маломерная аппроксимация решений уравнения полярона Пекара. // Препринт НЦБИ АН СССР, Пущино, 1991.

с условием нормировки

$$\frac{4N_C}{M}\frac{1}{(2\pi)^3}\int dqU_1(q)U_2(q) = 1, N_C = 3,$$

где

$$V_1(p,q) = \beta[exp(-\beta^2(p^2+q^2))sh(2\beta^2pq)],$$

$$V_2(p,q) = \frac{1}{2\beta pq}[exp(-\beta^2(p^2+q^2))(2\beta^2pqch(2\beta^2pq) - sh(2\beta^2pq))],$$

$$C_p^{(\pm)} = cos(v_1(p) \pm v_2(p)), \quad S_p^{(\pm)} = sin(v_1(p) \pm v_2(p)),$$

$v_1(p), v_2(p)$ и $E_1(p), E_2(p)$ – решения уравнения Швингера - Дайсона для кварка и антикварка с заданными массами m_{01} и m_{02}, $E_t(p) = E_1(p) + E_2(p)$ — полная энергия мезона, M — собственное значение (масса связанного состояния), $U_{\binom{1}{2}}$ — волновые функции мезона, β — заданный параметр потенциала.

В разделе 2 представлена общая схема численного исследования модели и методы численного решения уравнений Ш-Д и Б-С.

В разделе 3 обсуждаются результаты исследования модели для различных вариантов задачи Ш-Д (так называемых схем "перенормировки" волновой функции кварка). Показано, что в рамках обсуждаемой постановки модель удовлетворительно описывает динамическую массу кварка, а также массы и константы лептонного распада основного состояния пиона.

В заключении диссертации сформулированы основные результаты, выносящиеся на защиту:

- На основе обобщения непрерывного аналога метода Ньютона разработан новый модифицированный алгоритм, открывающий широкие возможности для распараллеливания и векторизации вычислений. Эффективность алгоритма для векторных систем подтверждена расчетами на векторной ЭВМ CONVEX C120.
- Построен и программно реализован итерационный метод решения нелинейной самосогласованной спектральной задачи в рамках обобщенной поляронной модели Латтинжера - Лу.

- Выполнено численное исследование уравнения полярона с использованием разложения решений по сферическим функциям. Полученные численные результаты согласуются с известными численными и теоретическими результатами работ других авторов.

- Впервые для модели Латтинжера - Лу получены несферические решения уравнения полярона в виде их аппроксимации разложением по сферическим функциям.

- Разработаны и программно реализованы общая схема иследования и методы решения уравнений Швингера - Дайсона и Бете - Солпитера в рамках модели кваркония.

- Выполнено численное исследование уравнений Швингера - Дайсона и Бете - Солпитера с потенциалом Гаусса.

- Впервые в рамках рассматриваемой модели получены параметры для одновременного описания массовой функции кварка, энергии и константы распада основного состояния пиона.

- На основе модификаций обобщенного аналога метода Ньютона составлены два программных пакета для решения задач на собственные значения: 1) — для интегродифференциального уравнения и 2) — для системы интегральных уравнений.

Работы, положенные в основу диссертации:

1. И.В.Амирханов, Е.В.Земляная, Т.П.Пузынина. SNIDE — пакет программ для решения задач на собственные значения для интегродифференциального уравнения // Сообщение ОИЯИ Р11-91-87, Дубна, 1991.

2. И.В. Амирханов, Е.В. Земляная, Т.П. Пузынина. Итерационный метод решения уравнения полярона в сферически симметричном случае // Сообщение ОИЯИ Р11-91-139, Дубна, 1991.

3. I.V.Amirkhanov, I.V.Puzynin, T.P.Puzynina, E.V.Zemlyanaya. Iteration method for solving the spherically non-symmetric polaron equation (the Luttinger - Lu model) // in: International Workshop "Polarons and Applications", Pushchino, Russia, May 1992; // Preprint JINR E11-92-205, Dubna, 1992.

4. I.V. Amirkhanov, I.V. Puzynin, T.P. Puzynina, T.A. Strizh, E.V. Zemlyanaya. Some nonlinear problems in the nonlinear field theories. // in: International Conference "Mathematical Methods for Solving Physical Problems" Dubna, Russia, June 1993.

5. I.V.Puzynin, I.V.Amirkhanov, T.P.Puzynina, E.V.Zemlyanaya. The newtonian iterative scheme with simultaneous calculating the inverse operator for the derivative of nonlinear function. // JINR Rapid Comm., 5[62]-93, Dubna, 1993, c.63.

6. Е.В. Земляная. SYSINT(SYSINTM) — комплекс программ для численного решения задачи на собственные значения для системы интегральных уравнений // Сообщение ОИЯИ Р11-94-120, Дубна, 1994.

7. И.В. Амирханов, Е.В. Земляная, В.Н. Первушин, И.В. Пузынин, Т.П. Пузынина, Н.А. Сариков, Т.А. Стриж. Численное исследование уравнений Швингера - Дайсона и Бете - Солпитера с потенциалом Гаусса в рамках модели кваркония // Матем. Моделирование, 7, 1994; // Препринт ОИЯИ Р11-94-74, Дубна, 1994.

Рукопись поступила в издательский отдел
1 июля 1994 года.