

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



Ц8408

M-137

26/2-75

11 - 8667

1936 / 2 - 75

Г.Л.Мазный

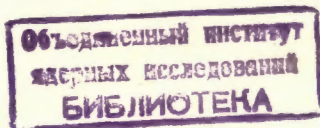
РЕАЛИЗАЦИЯ КОМПЛЕКСНОЙ АРИФМЕТИКИ
С БОЛЬШИМ ДИАПАЗОНОМ ПОРЯДКОВ
НА ЭВМ БЭСМ-6

1975

11 - 8667

Г.Л.Мазный

РЕАЛИЗАЦИЯ КОМПЛЕКСНОЙ АРИФМЕТИКИ
С БОЛЬШИМ ДИАПАЗОНОМ ПОРЯДКОВ
НА ЭВМ БЭСМ-6



Мазный Г.Л.

11 - 8667

Реализация комплексной арифметики с большим диапазоном порядков на ЭВМ БЭСМ-6

В работе описаны подпрограммы, позволяющие реализовать комплексные вычисления с большим диапазоном порядков при программировании на языках ФОРТРАН и МАДЛЕН, а также методика использования этих подпрограмм с минимальными изменениями в программах пользователей.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна 1975

I. Постановка задачи

Одной из важнейших функций универсальных алгоритмических языков программирования (ФОРТРАН/1/ и другие) является облегчение использования одних и тех же программ для счета на разных машинах. Вместе с тем, выполнение этой функции иногда осложняется различной длиной машинного слова ЭВМ и, соответственно, различной точностью вычислений и различным диапазоном порядков чисел на разных машинах.

Имеется ряд задач, для решения которых при проведении вычислений достаточно ограничиться сравнительно небольшим количеством (до 7-8) верных десятичных цифр, но диапазон используемых чисел должен быть весьма велик (числа с абсолютной величиной более 10^{19}). Некоторые из таких задач можно решить на ЭВМ типа CDC-6200 (длина машинного слова - 60 разрядов; если это число, то его порядок со знаком занимает 12 разрядов, мантисса и знак числа - 48 разрядов; диапазон представимых чисел по абсолютной величине - до 10^{308} , точность - до 13-14 десятичных знаков/2/), но нельзя без дополнительных ухищрений решить на ЭВМ БЭСМ-6 (длина машинного слова - 48 разрядов; порядок со знаком занимает 7 разрядов, мантисса со знаком числа - 41 разряд; диапазон представимых чисел по абсолютной величине - до $0.9 \cdot 10^{19}$, точность - до 11 - 12 десятичных знаков/3/). Решение ряда других задач затруднительно на обеих ЭВМ. Особенно скверно

обстоят дела при проведении комплексных вычислений. В самом деле, при проведении вычислений в вещественной области можно прибегнуть к аппарату двойной точности, который на БЭСМ-6 существенно расширяет диапазон порядков представимых чисел. Комплексная же арифметика с двойной точностью в стандартном варианте языка ФОРТРАН не предусмотрена.

Ставится вопрос: как, программируя для БЭСМ-6 на ФОРТРАНе, добиться существенного увеличения диапазона представимых чисел, причем так, чтобы при перенесении программы на ЭВМ с достаточным диапазоном порядков изменения были минимальными?

2. Традиционная форма представления чисел на ЭВМ БЭСМ-6

| | | | | |
|-------------------|-------------------------|-------|----|----|
| real: | 48 47 | 42 41 | 40 | 1 |
| | U | E | S | M |
| integer: | 48 | 42 41 | 40 | 1 |
| | 1101000 | S | | M |
| complex: | 48 47 | 42 41 | 40 | 1 |
| | U | E | S | M |
| | 48 47 | 42 41 | 40 | 1 |
| | U | E | S | M |
| | | | | Re |
| | 48 47 | 42 41 | 40 | 1 |
| | U | E | S | M |
| | | | | Im |
| double precision: | 48 47 | 42 41 | 40 | 1 |
| | U | E1 | S | M1 |
| | 48 | 42 41 | | 1 |
| | | E2 | | M2 |
| | E = E2, E1 ; M = M1, M2 | | | |
| logical: | 48 | | 2 | 1 |
| | 0 | | 0 | 1 |
| | .true. : L = 1 | | | |
| | .false.: L = 0 | | | |

Здесь всегда:

- U - знак порядка,
- E - порядок,
- S - знак мантиссы,
- M - мантисса.

3. Реализация комплексной и комплексно-смешанной арифметик на БЭСМ-6

ЭВМ БЭСМ-6 не имеет команд для непосредственного выполнения действий с комплексными числами. Поэтому соответствующие арифметические выражения преобразуются транслятором в команды обращения к специальным системным подпрограммам ^{3/}, реализующим комплексные и комплексно-смешанные вычисления.

Наименования этих подпрограмм:

С*AD*С, С*AD*R, R*AD*С, С*AD*I, I*AD*С,
 С*LN*С, С*LN*R, R*LN*С, С*LN*I, I*LN*С,
 С*LB*С, С*LB*R, R*LB*С, С*LB*I, I*LB*С,
 С*MU*С, С*MU*R, R*MU*С, С*MU*I, I*MU*С,
 С*ST*С, С*ST*R, R*ST*С, С*ST*I, I*ST*С,
 С*SU*С, С*SU*R, R*SU*С, С*SU*I, I*SU*С,
 С*DI*С, С*DI*R, R*DI*С, С*DI*I, I*DI*С,
 С*С*MP, С*P*R, С*P*I.

Вычисления производятся по тому же принципу, что и при выполнении команд одноадресной машины, а именно: взаимодействует сумматор и операнд, причем результат выполнения операций всегда остается на сумматоре. Вещественной частью комплексного сумматора служит сум-

матор машины, мнимой - специальная общая ячейка АССЖ (она же служит "продолжением" сумматора и при реализации арифметики с двойной точностью). Адрес операнда (кроме случая СЖ СФМР, когда операнд не нужен) задается при обращении к подпрограммам в I4 индекс-регистре, возврат осуществляется по адресу, содержащемуся в I3 индекс-регистре.

Наименования подпрограммы мнемоничны, причем первая буква наименования обозначает тип сумматора, последняя - тип операнда, буквы между звездочками - операцию, которую необходимо выполнить.

Мнемоника типов величин такова:

R - real, C - complex, I - integer, D - double precision, L-logical.

Мнемоника операций:

AD - add (сложение), СФМР - complement (смена знака), DI-divide (деление), LN - load negative (выборка на сумматор со сменой знака), LØ - load (выборка на сумматор), MU - multiply (умножение), PØ - power (возведение в степень), ST - store (засылка в память), SU-subtract (вычитание).

Кроме арифметических операций, в комплексных и комплексно-смешанных выражениях могут использоваться стандартные функции ФОРТРАНа:

CMPLX, СФNJC, REAL, AIMAG,

СЕХР, СLØG, CSIN, ССØS, CSQRT, СABS.

Возникла естественная посылка: коль скоро при комплексных и комплексно-смешанных вычислениях мы всегда имеем дело с системными подпрограммами и подпрограммами-функциями, можно заменить их такими, которые ориентировались бы на иную форму представления комплексных чисел с увеличенным диапазоном порядка за счет некоторого уменьшения количества точных знаков мантииссы.

4. Предлагаемая форма представления комплексных чисел

complex:

| | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|---|---|----|
| 48 | 47 | 42 | 41 | 40 | 8 | 7 | 1 |
| U | E1 | S | M | | | | E2 |

 Re

| | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|---|---|----|
| 48 | 47 | 42 | 41 | 40 | 8 | 7 | 1 |
| U | E1 | S | M | | | | E2 |

 Im

E = E2, E1

Данная форма представления комплексных чисел была признана наиболее удобной, так как при этом допустимый максимальный порядок наиболее соответствует максимальному порядку числа с двойной точностью, принятому на БЭСМ-6.

Для создания необходимых подпрограмм было удобно обзавестись некоторой особой формой представления особых вещественных чисел ("double real"):

double

| | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|---|---|----|
| 48 | 47 | 42 | 41 | 40 | 8 | 7 | 1 |
| | E1 | S | M | | | | E2 |

E = E2, E1

Естественно, типа double real в ФОРТРАНе нет, поэтому работать с ним можно только в подпрограммах, написанных на автокоде МАДЛЕН, используя при этом подпрограммы:

А*PØ*И, А*ST*D, D*ST*A, С*DI*A, С*МУ*A, С*LØA, С*LN*A,
С*ST*A, А*LI*C, А*МУ*C, А*SU*C, А*AD*C, А*ST*C, А*LØ*C,
А*LN*C, А*AD*A, С*AD*A, А*МУ*A, А*DI*A, А*SU*A, С*SU*A,
А*LN*A, А*СФМР, А*LØ*A, А*ST*A,

которые попутно были созданы. Мнемоника здесь та же, что в пункте 3, за исключением буквы A, которая обозначает тип double real.

Преимуществом использования типа double real по сравнению с типом double precision является уменьшение в 2 раза длины необходимых массивов в памяти, недостатком — существенное уменьшение точности вычислений (гарантируется не более 8 точных значащих десятичных цифр).

Диапазон вещественных и мнимых частей величин типа complex при использовании описанных здесь подпрограмм, а также диапазон чисел double real: от -10^{2465} до $+10^{2465}$, однако при использовании в операторах ввода-вывода по формату — лишь от -10^{1000} до $+10^{1000}$ (точнее, пределом является число, мантисса которого состоит из одних девяток, а порядок равен 999).

5. Ввод и вывод комплексных чисел с большим диапазоном порядков по формату

Ввод и вывод обычных комплексных чисел в ФОРТРАНе осуществляется спецификациями E и F в операторе FORMAT. Естественно, ввод и вывод чисел с большим диапазоном порядков не может осуществляться этими спецификациями, так как они ориентированы еще и на обычные числа типа real.

Системная подпрограмма FCJ002 заменена другой, в результате чего ввод и вывод комплексных чисел по формату может осуществляться спецификацией D. Поэтому соответствующие операторы FORMAT должны быть изменены. Например, вместо последовательности операторов:

```
COMPLEX C, C2(10)
PRINT 1, C, C2
1 FORMAT (2F20.5/1X,2E19.5)
```

нужно использовать последовательность:

```
COMPLEX C, C2(10)
PRINT1, C, C2
1 FORMAT (2D20.5/1X,2D19.5)
```

Бесформатный ввод и вывод осуществляются прежним способом.

Ввод и вывод величин типа double real по формату возможен только после их перевода в тип double precision (например, с помощью подпрограммы AжSTжD).

6. Оформление пакета задачи при использовании комплексной арифметики с большим диапазоном порядков

Описанные подпрограммы выдаются пользователю в виде стандартных массивов. Они подкладываются непосредственно в пакет (перед картой EXECUTE) или читаются из личной библиотеки, если предварительно были туда занесены.

Запись подпрограмм на системные магнитные барабаны или в общую библиотеку стандартных подпрограмм (ОБСП) — занятие бессмысленное, так как в первом случае это исключило бы возможность работы с обычной комплексной арифметикой, а во втором не привело бы к цели, так как подпрограммы системной библиотеки приоритетнее, чем одноименные подпрограммы ОБСП.

От пользователя больше не требуется никаких усилий для расширения диапазона порядков его комплексных вычислений. Подпрограммы

пользователя могут быть на ФОРТРАНе, АВТОКОДе, АЛГОЛе или в уже транслированном виде, если они удовлетворяли ограничениям пункта 7. Переменные и массивы, используемые для комплексных вычислений с большим диапазоном порядков, должны быть, как обычно, описаны в операторах `COMPLEX`. Все выражения тоже могут иметь свой естественный, принятый в ФОРТРАНе, вид. Препрежнему остается также длина комплексных массивов и переменных и место, занимаемое ими в оперативной памяти.

7. Ограничения на фортранские подпрограммы, использующие комплексную арифметику с большим диапазоном порядков

1. Операторы `FORMAT` для ввода-вывода комплексных величин должны быть приведены в соответствие с пунктом 5, т.е. спецификации `E` и `F` должны быть заменены спецификациями `D`.

2. Запрещается непосредственное использование комплексных констант. Например, вместо комплексной константы:

`(3.141593, - 2.718282)`

следует написать (пробить):

`CMPLX (3.141593, - 2.718282).`

Ограничение снимается, если оба вещественные числа, записанные в скобках, имеют в представлении БЭСМ-6 0 в последних 7 разрядах мантиссы (например, числа 0. или 1.). Однако, поскольку такие числа являются скорее исключением, чем правилом, лучше неукоснительно выполнять данное указание.

3. Запрещается (по тем же причинам) использование оператора `DATA` для рассылки значений в комплексные переменные и массивы.

Рекомендуется пользоваться для этого оператором `READ` с карт, приняв к сведению пункт 5, или рассылкой в вещественные переменные и массивы с последующим переписыванием.

8. Некоторые дополнительные подпрограммы и функции

1. Подпрограммы `STOD` и `DTDC`.

В ФОРТРАНе не предусмотрена возможность непосредственного взаимодействия комплексных величин с величинами двойной точности. Подпрограммы `STOD` и `DTDC` помогают обойти это ограничение.

Например, последовательность операторов:

```
COMPLEX C
DOUBLE PRECISION D(2)
CALL STOD (C,D)
```

приводит к тому, что в `D(1)` пересылается величина $\text{Re}(C)$, а в `D(2)` пересылается величина $\text{Im}(C)$.

Оператор
`CALL DTDC(D,C)`

при тех же обстоятельствах формирует в `C` комплексное число, вещественная часть которого равна величине `D(1)`, а мнимая - величине `D(2)`.

2. Подпрограммы-функции `DREAL` и `DIMAG`.

Последовательность операторов:

```
COMPLEX C
DOUBLE PRECISION D
D = DREAL (C)
```

приводит к тому, что `D` присваивается вещественная часть комплексного числа `C`.

Оператор

$D = \text{IMAG}(C)$

при аналогичных обстоятельствах присваивает D величину, равную мнимой части комплексного числа C .

Естественно, указанные подпрограммы могут использоваться только в совокупности с другими подпрограммами комплексной арифметики с большим диапазоном порядков.

Автор благодарит И.Н.Дановскую, И.В.Амирханова и А.И.Широкову за опробование созданных подпрограмм, Н.Н.Говоруна и Р.Н.Федорову за поддержку, И.Н.Силина за участие в обсуждениях.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Язык ФОРТРАН. Под редакцией В.П.Широкова. ОИЯИ II-4818, Дубна, 1969.
2. С.Н.Соколов и др. ФОРТРАН и мониторная система. Издательство "Статистика". Москва, 1970.
3. Г.Л.Мазный. Мониторная система "ДУБНА". Руководство для пользователей. ОИЯИ II-5974, Дубна, 1971.
4. Г.И.Макаренко, А.В.Ракитский, А.И.Салтыков. ФОРТРАН. Издательство "Знание", Москва, 1973.

Рукопись поступила в издательский отдел
6 марта 1975 г.