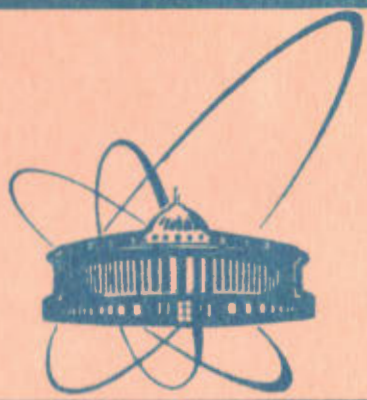


18/VI/84



**сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна**

11-84-198

Е.П.Каданцева

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА СЕТОК
К ЗАДАЧЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ
ПЛОТНОГО ПУЧКА ЭЛЕКТРОНОВ
В УСКОРЯЮЩИХ СИСТЕМАХ
СЛОЖНОЙ СТРУКТУРЫ**

1984

В предлагаемой работе проводятся дальнейшие исследования движения плотного сгустка электронов в ускоряющей структуре. В отличие от работ [1,2] здесь моделируется движение сгустка в полом резонаторе и в резонаторе сложной структуры, обладающих цилиндрической симметрией.

В области Ω решается система уравнений Максвелла

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \xi} &= -\frac{\partial w}{\partial z}, \\ \frac{\partial v}{\partial \xi} &= \frac{1}{z} \frac{\partial zw}{\partial z} - \frac{4\pi}{c} jz, \quad jz = c\rho \frac{dq}{d\xi}, \\ \frac{\partial w}{\partial \xi} &= -\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial z}, \\ \xi &= ct, \quad \xi \in [0, \tau], \quad (z, z) \in \Omega, \end{aligned} \quad (I)$$

$u = E_z$, $v = E_z$, $w = H_\varphi$ - составляющие электромагнитного поля \vec{E} , \vec{H} в цилиндрической системе координат. Распределение плотности движущегося заряда ρ задается соотношением

$$\rho = \begin{cases} \frac{\rho_0}{2\pi z}, & (z, z) \in \sigma(\xi), \\ 0, & (z, z) \notin \sigma(\xi), \end{cases}$$

ρ_0 - плотность заряда сгустка, $\sigma(\xi)$ - область, занимаемая сечением сгустка в момент времени ξ . Кольцевой сгусток, квадратного сечения, как целое, движется вдоль оси z , так что координата его центра z_0 по оси z не меняется.

Координата центра сгустка $q(\xi)$ по оси z удовлетворяет релятивистскому уравнению движения

$$c^2 M \frac{d}{d\xi} \left(\frac{dq}{d\xi} \left(1 - \left(\frac{dq}{d\xi} \right)^2 \right)^{-1/2} \right) = 2\pi \int_{\sigma(\xi)} \rho v z dz dz. \quad (2)$$

Касательные составляющие электромагнитного поля \vec{E} , \vec{H} на границе идеально проводящей структуры равны нулю.

Математическая постановка задачи

Задача I: моделируется движение плотного сгустка электронов в полом резонаторе.

Система (1), (2) решается в прямоугольной области

$$\Omega = \{z, z; -R_2 \leq z \leq R_2, 0 \leq z \leq A\} \quad (\text{см. рис. 1}).$$

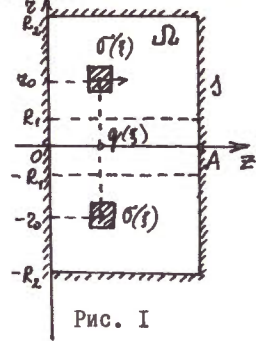


Рис. 1

Начальное распределение составляющих $E_z|_{z=0} = U_0(z, z)$, $E_z|_{z=0} = V_0(z, z)$ электромагнитного поля \vec{E}, \vec{H} находится из решения уравнения Пуассона в Ω :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{1}{z} \frac{\partial \Phi}{\partial z} = -4\pi\rho, \\ U_0(z, z) = -\frac{\partial \Phi}{\partial z}, \quad V_0(z, z) = -\frac{\partial \Phi}{\partial z}, \\ \Phi|_A = 0 \end{cases} \quad (3)$$

В силу цилиндрической симметрии уравнение (3) можно решать в $\Omega' = \{z, z; 0 \leq z \leq R_2, 0 \leq z \leq A\}$, при этом

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0.$$

Импульсное стороннее поле $H\varphi|_{z=0} = \omega_0(z, z)$ задается соотношением

$$\omega_0(z, z) = \begin{cases} B[Y_0(\sigma R_1)J_1(\sigma z) - J_0(\sigma R_1)Y_1(\sigma z)], & z \geq R_H, \\ 0, & z < R_H, \quad 0 < R_1 < R_2, \quad 0 \leq z \leq A, \end{cases} \quad (4)$$

σ - минимальный положительный корень уравнения

$$J_0(\sigma R_1)Y_0(\sigma R_2) - J_0(\sigma R_2)Y_0(\sigma R_1) = 0, \quad (5)$$

R_H - решение уравнения

$$Y_0(\sigma R_1)J_1(\sigma R_H) - J_0(\sigma R_1)Y_1(\sigma R_H) = 0, \quad (6)$$

J_0, J_1 - функции Бесселя, Y_0, Y_1 - функции Неймана.

Предполагается, что $z_0, q(0)$ - заданы, $\dot{q}(0) = 0$.

Задача II: моделируется движение сгустка электронов в резонаторе сложной структуры.

Система уравнений (1), (2) решается в неоднородной области $\Omega = \bigcup_{i=1}^3 \Omega_i$, сечение которой представлено на рис. 2,

$$\Omega_1 = \{z, z; R_1 \leq z \leq R_2, 0 \leq z \leq Z\}, \quad \Omega_2 = \{z, z; R_2 \leq z \leq R_3, z_1 \leq z \leq z_2\},$$

$$\Omega_3 = \{z, z; R_2 \leq z \leq R_4, z_3 \leq z \leq z_4\}.$$

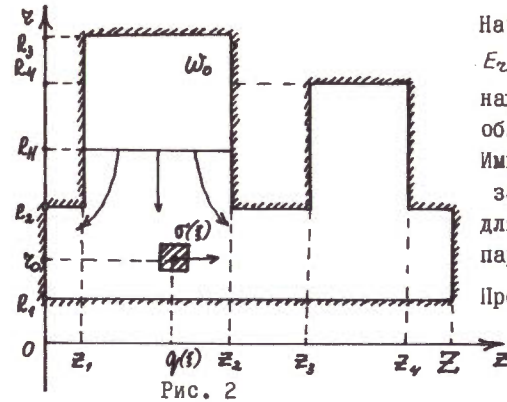


Рис. 2

Начальное распределение $E_z|_{z=0} = U_0(z, z)$, $E_z|_{z=0} = V_0(z, z)$ находится из решения (3) в области $\Omega = \bigcup_{i=1}^3 \Omega_i$. Импульсное стороннее поле $\omega_0(z, z)$ задается соотношениями (4)-(6) для соответствующих значений параметров R_1 и R_2 .

Предполагается: $z_0, q(0)$ - заданы, $\dot{q}(0) = 0$.

Энергетические соотношения

Решения поставленных задач удовлетворяют энергетическим соотношениям

$$\frac{1}{4} \int_{\Omega} (u^2 + v^2 + w^2) \Big|_0^T z dz dz = -\frac{2\pi}{c} \int_0^T \int_{\sigma(z)} j_z \tilde{v} z dz dz dz, \quad (7)$$

$$c^2 M \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \dot{q}^2(\tau)}} - 1 \right) = \frac{2\pi}{c} \int_0^T \int_{\sigma(z)} j_z \tilde{v} z dz dz dz. \quad (8)$$

Выполнение энергетических соотношений (7), (8) принимается основным критерием правильности численного решения. Численные значения левой и правой частей (7) обозначим через - \tilde{I} лев., \tilde{I} прав., численное значение левой части (8) - $\Delta\gamma$. При этом \tilde{I} лев. = \tilde{I} прав. = $\Delta\gamma$.

Начальные данные. Аналитические разложения

Начальные данные $U_0(z, z), V_0(z, z)$ для задачи I находились из решения (3) в $\Omega' = \{z, z; 0 \leq z \leq R_2, 0 \leq z \leq A\}$.

Для контроля счета начальных данных независимо считались норма в L_2 $I(0) = \int_{\Omega'} (u_0^2 + v_0^2) z dz dz$ и ускоряющая сила $F(0) = \frac{2\pi}{c^2 M} \int_{\sigma(0)} \rho \tilde{v}_0(z, z) z dz dz$. Для этих величин методом разделения переменных могут быть получены точные аналитические разложения. При их выводе использовались формулы из [3]:

$$\begin{aligned} I_a(0) &= \frac{64 \rho_0^2}{\pi^2 R_2^2} \sum_{k, l=1}^{\infty} \frac{1}{k^2 \left(\frac{k\pi}{A}\right)^2 + \sigma_c^2} \sin^2 \frac{k\pi q(0)}{A} \sin^2 \frac{k\pi l \sigma}{2A} \frac{1}{J_1^2(\sigma_c R_2)} \left[\int_{z_0 - l\sigma/2}^{z_0 + l\sigma/2} J_0(\sigma_c z) dz \right]^2, \\ F_a(0) &= -\frac{16 \rho_0^2}{c^2 M \pi R_2^2} \sum_{k, l=1}^{\infty} \frac{1}{k \left(\frac{k\pi}{A}\right)^2 + \sigma_c^2} \sin \frac{2k\pi q(0)}{A} \sin^2 \frac{k\pi l \sigma}{2A} \frac{1}{J_1^2(\sigma_c R_2)} \left[\int_{z_0 - l\sigma/2}^{z_0 + l\sigma/2} J_0(\sigma_c z) dz \right]^2. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь $z_0, q(0)$ - координаты центра сечения $\sigma(0)$ ступка по r, z соответственно, ℓ_σ - линейный размер сечения ступка квадратной формы, β_ℓ - корни уравнения $J_0(\beta_\ell R_2) = 0$.
 При счете β_ℓ использовалась асимптотика

$$\beta_\ell \sim (3\pi/4 + (\ell-1)\pi) / R_2.$$

Первые четыре корня β_1, \dots, β_4 уточнялись простым делением пополам. При $\ell > 5$ асимптотика корней давала три верных знака, достаточных для корректного счета рядов (9). За 1' машинного времени СДС 6500 считаются 3600 членов ряда $\sum_{k, \ell=1}^{60}$, при этом в значениях нормы $I_a(0)$ и силы $F_a(0)$ устанавливаются соответственно 5 и 3 знака.

В таблице I приведены значения частичных сумм $\sum_{k, \ell=1}^N$ при различных значениях N .

Замечание. Для задачи I начальные данные могут быть найдены аналитически. Но ряды для $u_0(r, z), v_0(r, z)$ сходятся медленно и не пригодны для счета в узлах мелкой сетки.

Для задачи II начальные данные получить аналитически не удается.

Численный метод решения потенциальной электростатической задачи

Для решения (3) применяется алгоритм, разработанный в [1, 2]. Однако для задачи I, где (3) решается вплоть до границы $r=0$, пришлось изменить структуру разностной сетки. Численные эксперименты показали, что на сетке $\Omega_h = \{z_i, z_j; z_i = (i-1)h, z_j = (j-1)h; i=1, \dots, M, j=1, \dots, L\}$ с уменьшением шага h решение растет в узлах, близких к $r=0$. Сетка была "сдвинута" вниз по r на $h/2$. Шаг h выбирался таким образом, чтобы верхняя граница области $r=R_2$ содержала узлы сетки, а нижняя - $r=0$ - проходила по середине первого слоя ячеек сетки $\Omega'_h = \{z_i, z_j; z_i = -h/2 + (i-1)h, i=1, \dots, M+1; -h/2 + Mh = R_2; z_j = (j-1)h, j=1, \dots, L\}$.

Счет велся по методу оптимальных релаксаций [4] на сетках с шагами h и $h/3$. (Сетка $\Omega'_{h/3}$ имеет ту же структуру, что и Ω'_h). Затем проводилась линейная экстраполяция на $h=0$. Полученные на сетке Ω'_h значения Φ_{ij} линейно интерполировались на сетку $\Omega'_{h/3}$. За начальное приближение $\Phi_{ij}^{(0)}$ были взяты первые четыре члена разложения Φ в ряд в Ω' :

$$\Phi_{ij} = \frac{16\rho_0}{\pi R_2^2} \sum_{k, \ell=1}^{\infty} \frac{a_k b_\ell}{(\frac{k\pi}{A})^2 + \beta_\ell^2} \sin \frac{k\pi z_j}{A} J_0(\beta_\ell z_i), \quad (10)$$

$$a_k = \frac{1}{k} \sin \frac{k\pi q(0)}{A} \sin \frac{k\pi \ell_\sigma}{2A}, \quad b_\ell = \frac{1}{J_1^2(\beta_\ell R_2)} \int_{z_0 - \ell_\sigma/2}^{z_0 + \ell_\sigma/2} J_0(\beta_\ell z) dz.$$

Значения $u_0(r, z), v_0(r, z)$ находились в центрах ячеек сетки $\Omega'_{h/3}$ аналогично [1]. В среднем задача решается за 4' машинного времени СДС 6500. Для кольцевого ступка с радиусом кольца r_0 , близким к нулю, начальные данные считаются медленнее. По-видимому, это связано с тем, что существенно возрастает напряженность электрического поля вблизи $r=0$.

Получено достаточно хорошее согласование численных и аналитических значений нормы начальных данных и ускоряющей силы. В таблице II приведены значения $I(0), F(0), I_a(0), F_a(0)$ для различных положений центра сечения ступка и областей Ω .

Таблица I

N	$I_a(0)$	$F_a(0)$
2	$0.10463 \cdot 10^9$	$0.73404 \cdot 10^{-1}$
30	$0.17479 \cdot 10^9$	$-0.23427 \cdot 10^0$
50	$0.17482 \cdot 10^9$	$-0.23368 \cdot 10^0$
60	$0.17483 \cdot 10^9$	$-0.23382 \cdot 10^0$

Таблица II

$r_0, q(0), \Omega$	$I(0)$	$F(0)$	$I_a(0)$	$F_a(0)$
$\Omega = \{r, z; 0 \leq r \leq 3, 0 \leq z \leq 3\}$ $r_0 = 1.25, q(0) = 1.25$	$0.179 \cdot 10^9$	-0.18	$0.175 \cdot 10^9$	-0.23
$\Omega = \{r, z; 0 \leq r \leq 3, 0 \leq z \leq 2.5\}$ $r_0 = 3.45, q(0) = 1.54$	$0.511 \cdot 10^8$	0.25	$0.542 \cdot 10^8$	0.25

Для контроля дополнительно считались варианты:

I). Уравнение (3) решалось в области $\Omega' = \{r, z; 0 \leq r \leq 3, 0 \leq z \leq 3\}$.

На оси $r=0$ ставилось граничное условие

$$\Phi|_{r=0} = \frac{16\rho_0}{\pi R_2^2} \sum_{k, \ell=1}^{15} \frac{a_k b_\ell}{(\frac{k\pi}{A})^2 + \beta_\ell^2} \sin \frac{k\pi z_j}{A},$$

a_k, b_ℓ определяются из (10). За 6' машинного времени СДС 6500 при $r_0 = 1.25, q(0) = 1.25$ получено:

$$I(0) = 0.177 \cdot 10^9, \quad F(0) = -0.18.$$

2). Уравнение (3) решалось в "целой" области $\Omega = \{r, z; -3 \leq r \leq 3, 0 \leq z \leq 3\}$, $r_0 = 1.25, q(0) = 1.25$:

$$I(0) = 0.157 \cdot 10^9, \quad F(0) = -0.20.$$

На решение расходуется 8' машинного времени СДС 6500.

Замечание. Начальные данные для задачи II находились аналогично [2].

За начальное приближение $\Phi_{ij}^{(0)}$ было взято: в области Ω_1 - первые четыре члена разложения Φ в Ω_1 ; в области Ω_2 - первые четыре члена разложения Φ в $\Omega_2 \cup (R_1 \leq r \leq R_2, z_1 \leq z \leq z_2)$ и в области $\Omega_3 - \Phi^{(0)} = 0$, (см. рис. 2).

Обсуждение результатов численного решения динамических самосогласованных задач

Замечание. Задачи I, II решались по алгоритму, изложенному в [1, 2].

Однако при решении задачи I, из-за необходимости вычислять $\frac{1}{2} \frac{\partial z w}{\partial z}$ при $z=0$, пришлось изменить структуру разностной сетки - сдвинуть ее по оси z вверх на $h/2$. В силу цилиндрической симметрии на оси $z=0$ ставились такие граничные условия:

$$u|_{z=0} = w|_{z=0} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial z}|_{z=0} = 0.$$

Задача I. Проведены расчеты со следующими значениями параметров:

$$R_2=8.7 \text{ см}, \quad A=2.26 \text{ см}, \quad z_0=3.45 \text{ см}, \quad q(0)=1.16 \text{ см}, \\ \dot{q}(0)=0, \quad l_{\sigma}=0.24 \text{ см}, \quad h=0.04 \text{ см}, \quad \tau=h/2, \quad \rho_0=-5 \cdot 10^4 \text{ cgs e/cm}^2, \\ B=3.6 \cdot 10^3 \text{ э}, \quad R_1=2.7 \text{ см}.$$

Сгусток электронов, ускоряясь, движется в направлении оси z и достигает правой стенки структуры. Конечная скорость сгустка $\dot{q}(\xi \text{ кон.})=0.636$. "Облегченный" сгусток ($\rho_0/4.25$) движется быстрее. Его конечная скорость $\dot{q}(\xi \text{ кон.})=0.647$. Энергетические соотношения (7),(8) выполняются удовлетворительно. В таблице III приведены значения $\tilde{I}_{лев.}$, $\tilde{I}_{прав.}$, ΔY , $\dot{q}(\xi)$ для "облегченного" сгустка, соответствующие различным моментам времени n ($n\tau=\xi$). При $n=234$ сгусток достигает правой стенки структуры.

n	$\tilde{I}_{лев.}$	$\tilde{I}_{прав.}$	ΔY	$\dot{q}(\xi)$
90	$-0.184 \cdot 10^3$	$-0.178 \cdot 10^3$	$0.159 \cdot 10^3$	0.007
150	$-0.997 \cdot 10^5$	$-0.105 \cdot 10^6$	$0.109 \cdot 10^6$	0.192
210	$-0.100 \cdot 10^7$	$-0.104 \cdot 10^7$	$0.103 \cdot 10^7$	0.529
234	$-0.174 \cdot 10^7$	$-0.182 \cdot 10^7$	$0.180 \cdot 10^7$	0.647

Таблица III. ($\rho_0/4.25$)

На рис. 3 представлены графики ускоряющей силы $F(\xi)=\frac{2\xi}{c^2 M} \int_0^{\xi} \rho v^2 dz dz$ и скорости $\dot{q}(\xi)$ для сгустка с плотностью ρ_0 .

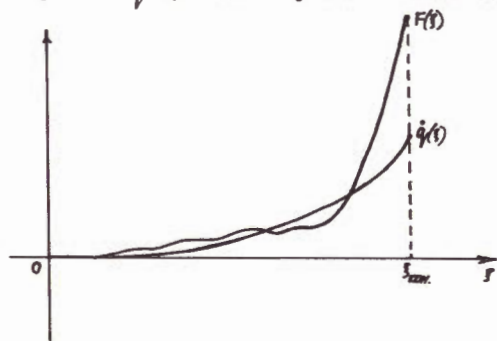


Рис. 3.

Были проведены расчеты для других расположений центра $z_0, q(0)$ сечения сгустка по z, z . Во всех рассматриваемых случаях сгусток, ускоряясь, двигался вдоль оси z и достигал правой стенки структуры.

Энергетические соотношения (7),(8) выполнялись удовлетворительно. В среднем на счет динамической задачи I расходуется 30' машинного времени CDC 6500.

Задача II. Были проведены расчеты со следующими значениями параметров (см. рис. 2):

$$R_1=2.7 \text{ см}, \quad R_2=4.2 \text{ см}, \quad R_3=8.7 \text{ см}, \quad R_4=5.7 \text{ см}, \quad z_1=1 \text{ см}, \\ z_2=3.5 \text{ см}, \quad z_3=4.5 \text{ см}, \quad z_4=6 \text{ см}, \quad Z=8 \text{ см}, \quad \rho_0=-5 \cdot 10^4 \text{ cgs e/cm}^2, \\ l_{\sigma}=0.24 \text{ см}, \quad z_0=3.45 \text{ см}, \quad q(0)=3 \text{ см}, \quad h=0.04 \text{ см}, \quad \tau=h/2, \\ B=3.6 \cdot 10^3 \text{ э}, \quad \dot{q}(0)=0.$$

Сгусток электронов движется вдоль оси z и достигает правой стенки структуры. Конечная скорость сгустка $\dot{q}(\xi \text{ кон.})=0.526$. При подходе к z_3 ускоряющая сила $F(\xi)$ меняет знак. Законы сохранения (7),(8) разрушаются, сгусток тормозится. При движении в области $z_3 < q(\xi) < z_4$, $F(\xi)$ становится положительной, сгусток ускоряется, законы сохранения энергии выполняются удовлетворительно. (Ранее¹² были проведены расчеты с более мелким шагом $h/1.75$, которые показали корректность счета с шагом h). В таблице IV приведены значения $\tilde{I}_{лев.}$, $\tilde{I}_{прав.}$, ΔY , $\dot{q}(\xi)$ для различных моментов времени n ($n\tau=\xi$). При $n=528$ сгусток достигает правой стенки структуры.

n	$\tilde{I}_{лев.}$	$\tilde{I}_{прав.}$	ΔY	$\dot{q}(\xi)$
65	$-0.636 \cdot 10^4$	$-0.764 \cdot 10^4$	$0.739 \cdot 10^4$	0.0346
180	$-0.101 \cdot 10^7$	$-0.101 \cdot 10^7$	$0.100 \cdot 10^7$	0.384
307	$-0.189 \cdot 10^6$	$-0.462 \cdot 10^6$	$0.462 \cdot 10^6$	0.266
528	$-0.164 \cdot 10^7$	$-0.219 \cdot 10^7$	$0.216 \cdot 10^7$	0.526

Таблица IV

Дополнительно считались варианты:

1). $R_3=7.2, \quad R_4=7.2, \quad \omega_0(z, z) = 0$, при $(z, z) \in \Omega_3$

2). $R_3=7.2, \quad R_4=7.2$, при $(z, z) \in \Omega_3$:

$$\omega_0(z, z) = \begin{cases} -B[Y_0(\sigma R_1) Y_1(\sigma z) - J_0(\sigma R_1) Y_1(\sigma z)], & z \geq R_H \\ 0, & z \leq R_H \end{cases}$$

σ, R_H определяются из (5),(6).

В первом случае сгусток ускорялся от $\dot{q}(0)=0$ до $\dot{q}(\xi \text{ кон.})=0.431$, во втором - от $\dot{q}(0)=0$ до $\dot{q}(\xi \text{ кон.})=0.547$. При подходе к т. z_3 наблюдалась аналогичная картина: $F(\xi)$ меняет знак, сгусток тормозится, законы сохранения разрушаются. Затем при движении в области $z_3 < q(\xi) < z_4$, $F(\xi)$ становится положительной, законы сохранения (7),(8) выравниваются. Во втором случае сгусток тормозится слабее. На рис. 4 приведены графики ускоряющей силы $F(\xi)$ и скорости сгустка $\dot{q}(\xi)$

для вариантов 1), 2). Пунктирной линией отмечены $F(\xi)$ и $\dot{q}(\xi)$ для второго случая.

Вертикальные линии соответствуют моментам прохождения точек z_2, z_3, z_4 .

В среднем, на решение динамической задачи II расходуется I час машинного времени CDC 6500.

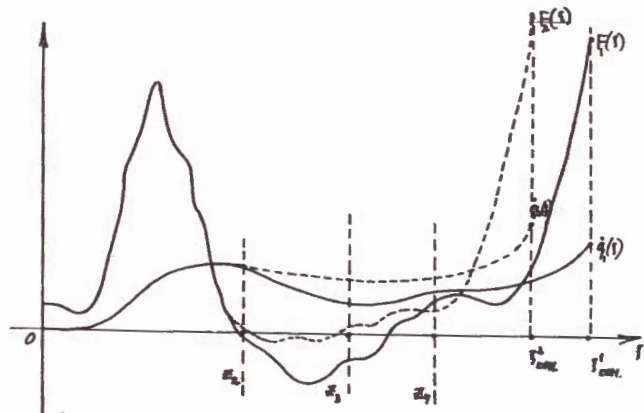


Рис. 4.

Устойчивость и сходимость разностного алгоритма исследовалась в /5/.

В принципе, разработанный в /1,2/ численный алгоритм может быть использован и для расчета более сложных ускоряющих структур. Однако реальные возможности ЭВМ накладывают определенные ограничения. Работа с внешними устройствами приводит к существенному увеличению времени счета динамической задачи.

Литература

1. Бахвалов Н.С., Жидков Е.П., Каданцева Е.П., Рубин С.Б., Сердюкова С.И. ЖВМ и МФ, 1979, т.19, № 5.
2. Бахвалов Н.С., Жидков Е.П., Каданцева Е.П., Рубин С.Б., Сердюкова С.И. ЖВМ и МФ, 1982, т.22, № 3.
3. Бейтман Т., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции, т. П, М., "Наука", 1974.
4. Carre V.A., Computer J., 1966, vol.4, No.1, April.
5. Каданцева Е.П. ОИЯИ, РИ-81-813, Дубна, 1981.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 марта 1984 года.

Каданцева Е.П.

11-84-198

Применение метода сеток к задаче моделирования движения плотного пучка электронов в ускоряющих системах сложной структуры

Моделируется движение плотного сгустка электронов в ускоряющей структуре. Сгусток электронов движется под действием импульсного стороннего поля и собственного поля сгустка. Соответствующая группа уравнений Максвелла и релятивистское уравнение движения решаются совместно с помощью метода конечных разностей. Рассматриваются задачи о движении плотного сгустка электронов из неустойчивого положения равновесия в полном резонаторе и в резонаторе сложной структуры, обладающих цилиндрической симметрией. Приводятся результаты численных расчетов. Обсуждается энергетический баланс динамической системы.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1984

Перевод О.С.Виноградовой

Kadantseva E.P.

11-84-198

Application of Lattice Method to the Problem of Simulating the Motion of a Dense Electron Bunch in Accelerating Systems of Complicated Structure

The motion of a dense electron bunch in an accelerating structure is described. An electron bunch moves under the action of pulsed external field and of proper bunch field. The corresponding group of Maxwell equations and relativistic Newton equation are solved together by the finite-difference method. The problems of the motion of dense electron bunch out of instability balance in a hollow cavity and in a complicated structure cavity with cylindrical symmetry are considered. The results of numerical calculations are given. The energy balance of dynamic system is discussed.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1984