

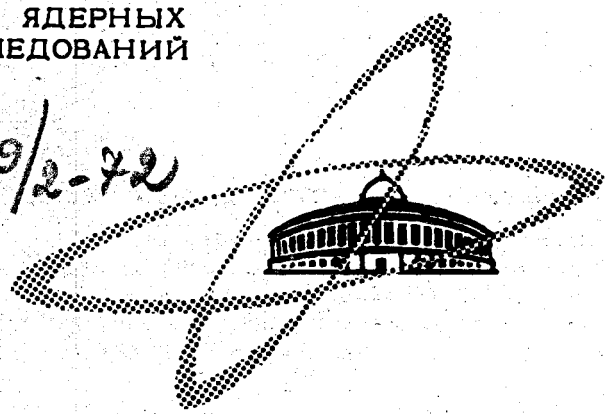
11/x11-72

А-745
ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна.

4259/2-72

11 - 6622



ЛАБОРАТОРИЯ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ

В.Л. Ломидзе

ДИНАМИКА ТОПЛИВА В ИМПУЛЬСНОМ РЕАКТОРЕ.
ТЕМПЕРАТУРНЫЕ УДАРЫ В СТЕРЖНЯХ
ИЗ ТАБЛЕТОК

1972

11 - 6622

В.Л. Ломидзе

ДИНАМИКА ТОПЛИВА В ИМПУЛЬСНОМ РЕАКТОРЕ.
ТЕМПЕРАТУРНЫЕ УДАРЫ В СТЕРЖНЯХ
ИЗ ТАБЛЕТОК

Направлено в АЭ

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Введение

Топливо в импульсном быстром реакторе (ИБР) подвергается быстрым периодически повторяющимся нагревам. В результате в тепловыделяющем элементе возникают механические колебания, которые являются причиной появления дополнительной реактивности. В связи с этим встает вопрос о влиянии динамики топлива на кинетику реактора. Импульсы мощности в ИБРе генерируются за счет введения основной (входной) реактивности с помощью импульсного устройства. Эта реактивность сопровождается упомянутой выше отрицательной реактивностью из-за смещения топлива и положительной реактивностью, обусловленной эффектом Доплера. Обе реактивности зависят от мощности и, следовательно, являются обратными связями. Форма импульсов мощности не будет искажаться в процессе работы реактора, если указанные обратные связи, возникнув в результате данного импульса, затухают к моменту прихода следующего. Иначе говоря, к этому моменту топливо должно остыть до исходной температуры и перестать двигаться. Первое обеспечивается выбором соответствующего режима теплосъема при заданной средней мощности, а второе целиком зависит от динамики тепловыделяющего элемента в данных условиях. В частности, интересно выяснить, хотя бы качественно, каково поведение топлива в результате температурного удара, если оно изготовлено в виде таблеток.

В настоящей работе решена задача о разлете таблеток для некоторых частных случаев функции температуры $T(x, t)$. Показано, что профиль скоростей разлета сильно зависит от неоднородности тепловыделения и времени нарастания температуры τ (в области $(0 < \tau \leq \frac{2L}{c})$). При мгновенном нагреве скорости таблеток пропорциональны скорости звука c . При $\tau > 0$ эта зависимость слабее, а при определенной форме температурного импульса и вовсе пропадает. Показано также, что в условиях, характерных для ИБРа, распад стержня начинается после того, как импульс мощности закончился. Кроме этого, возможны условия, когда таблечная структура топлива нарушает стабильность реактора.

1. Постановка задачи. Основные предположения

Задача заключается в следующем: стержень длины L , состоящий из упругих таблеток одинакового сечения с идеально гладкими поверхностями соприкосновения, нагревается по закону $T(x, t)$. Требуется определить профиль скоростей разлета таблеток $v_j(x)$ и вносимую при этом реактивность.

Если в таком стержне отсутствуют растягивающие напряжения, то он, очевидно, эквивалентен целому. Пусть $\sigma(x, t)$ — напряжения в целом стержне. Тогда моментом разделения таблеток (для простоты будем считать их бесконечно малыми по высоте) в точке x будет функция $t_j(x)$, которая является линией наименьшего уровня среди кривых, удовлетворяющих уравнению

$$\sigma(x, t(x)) = 0. \quad (1)$$

Ясно, что разрыв стержня в точке x изменит постановку задачи о напряжениях в оставшейся целой части $[0, x]$, так как координата x уже будет свободным концом. Следовательно, кривая $t_j(x)$, вообще говоря, не является распределением моментов разделения таблеток. Нужно учитывать дополнительные напряжения, обусловленные новым граничным условием.

Тем не менее в некоторых случаях задачу можно решить точно, пользуясь определением $t_j(x)$ в смысле (1).

Очевидно следующее утверждение: кривая $t_j(x)$ является распределением моментов разделения частиц стержня, если

$$c \left| \frac{dt_j(x)}{dx} \right| \leq 1 \quad (2)$$

всюду в области непрерывности $t_j(x)$. Другими словами, сигнал о потере связи между таблетками в точке $x + dx$ должен дойти в точку x не раньше, чем напряжение $\sigma(x, t)$ там изменит знак. Пусть в точке x_0 $t_j(x)$ имеет разрыв. Это означает, что в течение промежутка времени $|t_j(x_0+0) - t_j(x_0-0)|$ две таблетки (частицы) при $x = x_0$ касаются друг друга, не взаимодействуя ($\sigma(x_0, t) = 0$), т.е. точка x_0 является свободным концом и вообще не нуждается в ограничении (2).

Таким образом, чтобы найти распределение скоростей разлета таблеток $v_j(t_j(x), x)$, достаточно использовать решение задачи о напряжениях в целом стержне, если соблюдается условие (2). По определению, напряжения в целом упругом стержне при заданном законе нагревания $T(x, t)$ равны

$$\sigma(x, t) = E \left(\frac{\partial}{\partial x} u(x, t) - \alpha T(x, t) \right); \quad (3)$$

где $u(x, t)$ - смещение координаты x в момент t , α - коэффициент линейного расширения и E - модуль упругости. Если стержень находится в оболочке длиной $L_s \gg L$, опираясь только на ее донышко при $x = 0$, и $T(x, t)$ выбрана в виде

$$T(x, t) = (\delta_0 \sin \frac{\pi x}{L} + \delta_a) T(t) \quad (4)$$

(симметричное относительно середины стержня $x = \frac{L}{2}$ тепловыделение с коэффициентом неравномерности $k_z = \delta_a + \delta_0$), то движение частиц стержня до момента подскока $t_1(0)$ описывается функцией (см. /1/)

$$u(x, t) = f(ct - x) + g(ct + x) + \cos \frac{\pi x}{L} \xi(t), \quad (5)$$

в которой g , f и $\xi(t)$ имеют вид:

$$g(z) = \begin{cases} a\delta_a \int_L^z T\left(\frac{z'-L}{c}\right) dz', & L < z < 2L; \\ a\delta_a \int_L^z T\left(\frac{z'-L}{c}\right) dz' - \frac{1}{1+\gamma} \left\{ a\delta_a \int_0^{z-2L} T\left(\frac{z'}{c}\right) dz' + \gamma \xi\left(\frac{z-2L}{c}\right) \right\}, & 2L < z < 3L; \\ a\delta_a \int_L^z T\left(\frac{z'-L}{c}\right) dz' - \frac{1}{1+\gamma} \left\{ a\delta_a \int_0^{z-2L} T\left(\frac{z'}{c}\right) dz' - a\delta_a (1-\gamma) \int_L^{z-2L} T\left(\frac{z'-L}{c}\right) dz' + \gamma \xi\left(\frac{z-2L}{c}\right) \right\}, & 3L < z < 4L. \end{cases} \quad (6)$$

$$f(z) = \frac{1}{1+\gamma} \begin{cases} -a\delta_a \int_0^z T\left(\frac{z'}{c}\right) dz' - \gamma \xi\left(\frac{z}{c}\right), & 0 < z < L; \\ -a\delta_a \int_0^z T\left(\frac{z'}{c}\right) dz' - \gamma \xi\left(\frac{z}{c}\right) + (1-\gamma) a\delta_a \int_L^z T\left(\frac{z'-L}{c}\right) dz', & L < z < 2L; \\ -a\delta_a \int_0^z T\left(\frac{z'}{c}\right) dz' - \gamma \xi\left(\frac{z}{c}\right) + (1-\gamma) a\delta_a \int_L^z T\left(\frac{z'-L}{c}\right) dz' - \\ - \frac{1-\gamma}{1+\gamma} \left\{ a\delta_a \int_0^{z-2L} T\left(\frac{z'}{c}\right) dz' + \gamma \xi\left(\frac{z-2L}{c}\right) \right\}, & 2L < z < 3L; \\ \dots \end{cases} \quad (7)$$

$$\xi(t) = -a\delta_0 c \int_0^t \sin \frac{\pi c}{L} t' T(t-t') dt' \quad (8)$$

В формулах (6) и (7) $\gamma = \frac{\bar{\rho}_s c_s}{\bar{\rho} c}$ - жесткость оболочки ($\bar{\rho}$ ($\bar{\rho}_s$), c (c_s) - плотность (г/см) и скорость звука с стержне (оболочке)). Скорость разлета таблеток будет равна

$$v_j(t_j, x) = \dot{u}_j(t_j, x) = \frac{c^2}{E} \int_0^{t_j} \frac{\partial \sigma}{\partial x} dt = c(f' + g') + \text{Cos} \frac{\pi x}{L} \dot{\xi}(t) \quad (9)$$

2. Стержень из таблеток на жестком основании

Этот случай соответствует абсолютно жесткой оболочке ($\gamma = \infty$). Напряжения можно представить в виде суммы двух составляющих при δ_a и δ_0 соответственно: $\sigma = \sigma_a(x, t) + \sigma_0(x, t)$, из которых

$$\sigma_a(x, t) = E a \delta_a \begin{cases} -T(t), & 0 < t < \frac{L-x}{c}; \\ -T(t) + T(t - \frac{L-x}{c}), & \frac{L-x}{c} < t < \frac{L+x}{c}; \\ -T(t) + T(t - \frac{L-x}{c}) + T(t - \frac{L+x}{c}), & \frac{L+x}{c} < t < \frac{3L-x}{c}; \\ \dots \end{cases} \quad (10)$$

- напряжение в случае тепловыделения, равномерного по длине стержня L , и

$$\sigma_0(x,t) = E \sin \frac{\pi x}{L} \left[a \delta_0 T(t) + \frac{\pi}{L} \xi(t) \right] + \frac{E}{c} \begin{cases} 0 & 0 < t < \frac{x}{c}; \\ \dot{\xi}(t - \frac{x}{c}), & \frac{x}{c} < t < \frac{2L-x}{c}; \\ \dot{\xi}(t - \frac{x}{c}) - \dot{\xi}(t - \frac{2L-x}{c}), & \frac{2L-x}{c} < t < \frac{2L+x}{c}. \\ \dots \end{cases} \quad (11)$$

- напряжение, обусловленное неравномерностью тепловыделения.

2.1. Наклонно-ступенчатый импульс температуры

2.1.1. Равномерное по x тепловыделение

$$(\delta_a = 1, \delta_0 = 0)$$

В этом случае $\sigma_0 = 0$ и напряжения в стержне имеют вид (10).

Пусть

$$T(t) = T_0 \begin{cases} \frac{t}{r}, & 0 \leq t \leq r; \\ 1, & t \geq r. \end{cases} \quad (12)$$

Решив уравнение (1), для $t_j(x)$ получим выражение:

$$t_j(x) = \begin{cases} \left. \begin{aligned} \frac{L}{c} + \frac{r}{2}, & 0 \leq x \leq \frac{rc}{2}; \\ r + \frac{L-x}{c}, & \frac{rc}{2} \leq x \leq L; \end{aligned} \right\} & 0 \leq r \leq \frac{2L}{c}. \\ \left. \begin{aligned} \frac{2L}{c}, & 0 \leq x \leq L, \end{aligned} \right\} & r > \frac{2L}{c}. \end{cases} \quad (13)$$

Очевидно, эта кривая удовлетворяет условию (2) всюду на $[0, L]$.

Формула (13) показывает, что при $\tau \leq \frac{2L}{c}$ верхняя часть таблеток $[\frac{\tau c}{2}, L]$ ведет себя так, будто в момент $t = \tau$ стержень нагрет мгновенно.

Вычисление скоростей (по формуле (9)) дает

$$v_j(t_j(x), x) = a c T_0 \left\{ \begin{array}{ll} \frac{2x}{c\tau}, & 0 \leq x \leq \frac{\tau c}{2}; \\ 1, & \frac{\tau c}{2} \leq x \leq L; \\ \frac{2x}{c}, & 0 \leq x \leq L; \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} 0 \leq \tau \leq \frac{2L}{c} \\ \\ \tau \geq \frac{2L}{c} \end{array} \right. \quad (14)$$

При $\tau > \frac{2L}{c}$ (14) не зависит от скорости звука c . При мгновенном нагреве ($\tau = 0$) все таблетки движутся с одинаковой скоростью $v_j = a c T_0$, отрываясь по очереди в течение времени $\frac{L}{c}$. За это время верхняя таблетка пройдет путь, равный $a T_0 L$, т.е. величине температурного удлинения. Значит, весь стержень будет двигаться со скоростью $a c T_0$ как единое целое (без просветов между таблетками).

2.1.2. Сильно неоднородное тепловыделение

$$(\delta_a = 0, \delta_0 = k_{z \max} = \frac{\pi}{2})$$

Этот случай справедлив, когда подогревом концов стержня можно пренебречь. При $T(t)$ в виде (12) функция $\xi(t)$ равна

$$\xi(t) = -T_0 \frac{a \delta_0 c}{\omega_0^2 \tau} \left\{ \begin{array}{ll} \omega_0 t - \sin \omega_0 t, & 0 \leq t \leq \tau; \\ \omega_0 \tau - \sin \omega_0 t + \sin \omega_0 (t - \tau), & t \geq \tau; \end{array} \right. \quad (15)$$

где $\omega_0 = \frac{\pi c}{L}$. Используя (15) в уравнении $\sigma_0(x, t) = 0$, получим формулу для $t_j(x)$:

$$t_j(x) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{L}{c} + \frac{r}{2}, & 0 \leq x \leq \frac{L}{2}; \\ t(x), & \frac{L}{2} < x \leq \frac{L}{2} + \frac{rc}{2}; \\ \frac{L}{2c} + \frac{r}{2}, & \frac{L}{2} + \frac{rc}{2} \leq x \leq L; \end{array} \right\} \quad 0 \leq r < \frac{L}{c}. \quad (16)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{L}{c} + \frac{r}{2}, & 0 \leq x \leq L; \\ \frac{2L}{c}, & 0 \leq x \leq L; \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \frac{L}{c} < r \leq \frac{2L}{c}. \\ r \geq \frac{2L}{c}. \end{array}$$

Функция $t(x)$ в этом выражении задана уравнением

$$\cos \omega_0 t \cdot \cos \omega_0 \frac{x}{c} + \sin \omega_0 \frac{x}{c} \sin \omega_0 (t-r) = 1. \quad (17)$$

Кривая (16) имеет разрыв в точке $\frac{L}{2}$, равный $\frac{L}{2c} - \frac{r}{2}$, и резко меняет свою форму, когда r пересекает значение $\frac{L}{c}$. Последний факт обусловлен поведением напряжений вблизи $\frac{L}{2}$ и, естественно, не влияет на профиль скоростей. Кроме того, при $r < \frac{L}{c}$ существует некоторая область $(\frac{L}{2}, \frac{L}{2} + \epsilon)$ ($\epsilon < \frac{rc}{2}$), где не соблюдается условие (2). Причем ϵ зависит от r : при $r \rightarrow 0$ $\epsilon \rightarrow 0$ за счет сужения области определения $t(x)$, а при $r \rightarrow \frac{L}{c}$ (слева) $\epsilon \rightarrow 0$, так как $t(x)$ вырождается в прямую $\frac{2L-x}{c}$ ($\frac{L}{2} \leq x \leq L$). Полагая $t(x) \approx \frac{L}{2c} + \frac{r}{2}$ для $r \ll \frac{L}{c}$, получим приближенное распределение скоростей:

$$v_j(t_j(x), x) = T_0 \frac{\alpha \delta_0 c}{\omega_0 r} \begin{cases} 2 \sin \omega_0 \frac{r}{2} \sin \omega_0 \frac{x}{c}, & 0 \leq x \leq \frac{L}{2}; \\ 1 - \sin \omega_0 \left(\frac{x}{c} + \frac{r}{2} \right), & \frac{L}{2} < x \leq \frac{L}{2} + \frac{rc}{2}; \\ -2 \sin \omega_0 \frac{r}{2} \cos \omega_0 \frac{x}{c}, & \frac{L}{2} + \frac{rc}{2} \leq x \leq L. \end{cases} \quad (18)$$

При $r = 0$ эта формула становится точной. Если момент отрыва последней таблетки $t_j(0)$ совпадает с моментом подскока целого стержня, то как целый, так и составной стержень получают одинаковые импульсы (в обоих случаях напряжения при $x = 0$ будут одинаковы в интервале $(0 \leq t \leq t_j(0))$). Значит, средняя скорость таблеток должна быть равна средней скорости подскока целого стержня (которая известна точно):

$$\frac{1}{L} \int_0^L v_j(t_j(x), x) dx = \frac{1}{L} \int_0^L v_j(t_j(0), x) dx. \quad (19)$$

Если $t_j(x)$ найдена приближенно, то равенство в (19) будет также приближенным. Можно надеяться, что точность соотношения (19) достаточно достоверно отражает точность приближенного (из-за незнания истинной формы $t_j(x)$) распределения скоростей таблеток, так как $v_j(t_j(x), x)$ приближена лишь в некоторой области на $[0, L]$. Формула (18), например, приближена только в области $(x^*, \frac{L}{2} + \frac{rc}{2})$ (см. (30)), а погрешность равна $(\omega_0 r)^2$ %. Для $r \geq \frac{L}{c}$ получим уже точную формулу:

$$v_j(t_j(x), x) = \frac{2\delta_0 a c T_0}{\omega_0 r} \begin{cases} \sin \omega_0 \frac{r}{2} \sin \omega_0 \frac{x}{c}, & 0 \leq x \leq L - \frac{cr}{2}; \\ 1 + \cos \omega_0 \frac{r}{2} \cos \omega_0 \frac{x}{c}, & L - \frac{cr}{2} < x \leq L; \\ 1 - \cos \omega_0 \frac{x}{c}, & 0 \leq x \leq L; \quad r > \frac{2L}{c}. \end{cases} \quad (20)$$

Функция (18) разрывна в точке $\frac{L}{2}$, причем таблетки с координатами $x = \frac{L}{2} - 0$ и $x = L$ имеют одинаковую скорость. При $r \geq \frac{L}{c}$ профиль скоростей - непрерывная неубывающая функция, т.е. таблетки при движении сталкиваться не будут. Следует заметить, что коэффициент, стоящий перед скобкой в выражениях (18) и (20), не зависит от c .

В более общем случае, когда $\delta_a \neq 0$ и $\delta_0 \neq 0$, для $r \geq \frac{2L}{c}$ будем иметь:

$$v_j(t_j(x), x) = 2aT_0 \frac{L}{r} \left\{ \delta_a \frac{x}{L} + \frac{\delta_0}{\pi} \left(1 - \cos \frac{\pi x}{L} \right) \right\}; \quad 0 \leq x \leq L. \quad (21)$$

Учитывая, что $\delta_a + \frac{2}{\pi} \delta_0 = 1$ (см. /1/), для скорости верхней таблетки получим:

$$v_j(t_j(L), L) = 2 a T_0 \frac{L}{r}, \quad r \geq \frac{2L}{c}. \quad (22)$$

При $r = \frac{L}{c}$ профиль скоростей имеет вид:

$$v_j(t_j(x), x) = a c T_0 \begin{cases} 2\left(\delta_a \frac{x}{L} + \frac{\delta_0}{\pi} \sin \frac{\pi x}{L}\right), & 0 \leq x \leq \frac{L}{2}; \\ 1 & \frac{L}{2} \leq x \leq L; \end{cases} \quad (23)$$

т.е. зависимость от c есть.

2.2. Косинусоидально-ступенчатая форма температурного импульса

2.2.1. Случай однородного тепловыделения ($\delta_a = 1, \delta_0 = 0$)

Пусть

$$T(t) = T_0 \begin{cases} \frac{1}{2}(1 - \cos \omega t), & 0 \leq t \leq r \equiv \frac{\pi}{\omega}; \\ 1, & t \geq r. \end{cases} \quad (24)$$

Такая зависимость более близка к реальной. Если $r < \frac{2L}{c}$, то кривая $t_j(x)$ имеет прежний вид (13). Распределение скоростей в этом случае равно

$$v_j(t_j(x), x) = a c T_0 \begin{cases} \sin \omega \frac{x}{c}, & 0 \leq x \leq \frac{r c}{2}; \\ 1, & \frac{r c}{2} \leq x \leq L. \end{cases} \quad (25)$$

Следует отметить, что времена нарастания температуры в данном случае и при $T(t)$ в виде (12) "не равноценны". При плавном изменении $T(t)$, (24), r связано с полушириной импульса мощности $\theta_{1/2}$ соотношением

$$r \equiv \frac{\pi}{\omega} \approx 1.79 \theta_{1/2}, \quad (26)$$

а в случае наклонно-ступенчатой формы (12) -

$$r \approx 1.14 \theta_{1/2}. \quad (27)$$

2.2.2. Сильно неоднородное тепловыделение ($\delta_a = 0, \delta_0 = \frac{\pi}{2}$)

В этом случае при $r < \frac{L}{c}$ функция $t_j(x)$ имеет вид (16), но с несколько деформированной $t(x)$, которая представляет кривую разрывов

$t_j(x)$ на участке $(\frac{L}{2}, \frac{L}{2} + \frac{rc}{2})$. Здесь также $t_j(\frac{L}{2} + 0) = \tau + \frac{L}{2c}$ и существует область $(\frac{L}{2}, \frac{L}{2} + \epsilon)(0 < \epsilon < \frac{rc}{2})$, в которой не выполняется условие (2). Причем, когда $\tau \rightarrow \frac{L}{c}, \epsilon \rightarrow \epsilon_{max}$ (примерно 12% от длины стержня L). Полагая $t(x) = \frac{L}{2c} + \frac{\tau}{2}$ для $\tau < \frac{L}{c}$, получим

$$v_j(t_j(x), x) = \frac{acT_0 \delta_0}{1 - \theta^2} \begin{cases} \cos \frac{\pi}{2} \theta \sin \omega_0 \frac{x}{c}, & 0 \leq x \leq \frac{L}{2}; \\ -\frac{1}{2} [\cos(\omega_0 \frac{x}{c} + \frac{\pi}{2} \theta) + \theta \cos(\omega_0 \frac{x}{c} - \frac{\pi}{2} \theta)]; & \frac{L}{2} < x \leq \frac{L}{2} + \frac{rc}{2}; \\ -\cos \frac{\pi}{2} \theta \cos \omega_0 \frac{x}{c}, & \frac{L}{2} + \frac{rc}{2} \leq x \leq L. \end{cases} \quad (28)$$

Здесь $\theta = \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{\pi c}{L \omega} = \frac{rc}{L}$. При $\tau = 0$ это распределение, естественно, совпадает с (18). Скорость верхней таблетки:

$$v_j(t_j(L), L) = acT_0 \delta_0 \frac{\cos \frac{\pi}{2} \theta}{1 - \theta^2}, \quad 0 \leq \theta \leq 1. \quad (29)$$

Распределение (28) и $t_j(x)$ для $\tau < \frac{L}{c}$ изображены на рис. 1.

Формула (29) — точная, так как на участке $[\frac{L}{2} + \frac{rc}{2}, L]$ распределение (28) — точно. Самым ранним моментом, когда нарушается условие (2), будет, очевидно, $t_j(\frac{L}{2} + \epsilon)$. Сигнал об этом событии к моменту $\frac{L}{c} + \frac{\tau}{2}$ окажется в точке

$$x^* = \epsilon + [ct_j(\frac{L}{2} + \epsilon) - (\frac{L}{2} + \frac{rc}{2})] > \epsilon. \quad (30)$$

Следовательно, область приближенного, из-за некорректной постановки задачи, решения является промежутком $(x^*, \frac{L}{2} + \epsilon)$. Только здесь присутствуют возмущения $\delta \sigma(x, t)$, обусловленные распадом стержня.

Для остальных x распределения $t_j(x)$ и v_j останутся точными. Поправка к $v_j(t_j(x), x)$, очевидно, зависит не от величины $(x^*, \frac{L}{2} + \epsilon)$, а от дополнительных напряжений $\delta\sigma$ в этой области. Рассуждая строго, с момента $t_j(\frac{L}{2} + \epsilon)$ задачу следует решать заново в промежутке $[0, \frac{L}{2} + \epsilon]$ с условием $\sigma + \delta\sigma|_{x=\frac{L}{2} + \epsilon} = 0$, потом в меньшем и т.д. по мере отрыва таблеток. С другой стороны, начиная с момента $\tau + \frac{L}{2c}$ и вплоть до $\frac{L}{c} + \frac{\tau}{2}$, напряжения $\sigma(x, t)$ таковы, что $\sigma|_{x=\frac{L}{2}} = 0$. Значит, по свойству непрерывности решения от исходных данных при сколь угодно малых τ ($\epsilon < \frac{\tau c}{2}$) приближенное решение $\sigma(x, t)$ ($0 < x < \frac{L}{2}$) сколь угодно мало отличается от точного $\sigma(x, t) + \delta\sigma(x, t)$ ($0 < x < \frac{L}{2} + \epsilon$), т.е. при $\epsilon \rightarrow 0$ $\delta\sigma \rightarrow 0$. Из (30), однако, следует, что $x^*(\epsilon = 0) = 0$, значит, область некорректности существует: $(x^*, \frac{L}{2} + \epsilon) = (0, \frac{L}{2})$, но формально. Возмущений в ней нет. Отсюда следует вывод: при малых τ ($\tau \ll \frac{L}{c}$) распределение $v_j(t_j(x), x)$ существенно не отличается от точного, хотя промежуток $(x^*, \frac{L}{2} + \epsilon)$ и велик.

Пусть $\delta_a \neq 0$ и $\delta_0 \neq 0$. В случае мгновенного нагрева ($\tau = 0$) для $t_j(x)$ будем иметь:

$$t_j(x) = \begin{cases} \frac{L}{c}, & 0 \leq x < \frac{L}{2}; \\ \frac{L}{2c}, & \frac{L}{2} < x \leq L. \end{cases} \quad (31)$$

Скорости, соответственно, станут равны:

$$v_j(t_j(x), x) = acT_0 \begin{cases} \delta_a + \delta_0 \sin \frac{\pi x}{L}, & 0 \leq x < \frac{L}{2}; \\ \delta_a - \delta_0 \cos \frac{\pi x}{L}, & \frac{L}{2} < x \leq L. \end{cases} \quad (32)$$

При $\tau = \frac{\pi}{\omega} = \frac{2L}{c}$ $t_j(x) = \frac{2L}{c}$ всюду на $[0, L]$ и

$$v_j(t_j(x), x) = a c T_0 (\delta_a + \frac{2}{3} \delta_0) \sin \frac{\pi x}{2L}, \quad 0 \leq x \leq L. \quad (33)$$

На рис.2 приведены кривые $t_j(x)$ и $v_j(x)$ для случая $\tau = \frac{\pi}{\omega} = 1,2 \frac{L}{c} = 1,2 \cdot \frac{40 \text{ см}}{0,3 \text{ см/мксек}} = 160 \text{ мксек}$; $k_z = \delta_a + \delta_0 = 0,519 + 0,754 = 1,273$;

$a = 1,4 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{с}} \cdot \text{град}$ при среднем подогреве T_0 в один градус. Из рисунка видно, что момент $t_j(L)$ несколько меньше τ , тогда как при $\tau = 2 \frac{L}{c}$ $t_j(L) = \tau$. Скорость верхней таблетки превышает значение $a c T_0$ только на 4%. Пунктиром даны распределения для случая $k_z = 1$.

2.3. Реактивность

Из формул для $t_j(x)$ следует, что при характерных для ИБРА условиях (τ - малы) верхняя таблетка отрывается в момент $t_j(L) \geq \tau$, а так как τ больше полуширины $\theta_{1/2}$ (см. (26) и (27)), то таблеточная структура топлива не проявляет себя внутри импульса. С другой стороны, в интервале ($0 < \tau \leq \frac{2L}{c}$) скорость верхней таблетки не меньше величины $a c T_0$. При значительных подогревах таблетки могут прыгнуть так высоко, что не успеют возвратиться к моменту прихода следующего импульса: реактор может оказаться в сильно подкритичном состоянии и мощность в этом импульсе будет практически равна нулю. Если к третьему импульсу топливо займет прежнее положение, то картина повторится. Можно предположить, что реактор, работающий в подобном режиме, будет генерировать импульсы мощности с периодически меняющейся амплитудой. Оценим вносимую при разлете таблеток реактивность, предполагая, что высота подскока верхней таблетки много меньше L . Пусть $-L(x)$ - изменение реактивности при удалении единицы длины от всех стержней в точке x . Тогда полная реактивность в результате смещений $u(x, t)$ частиц стержня окажется равной ^{/2/}

$$\epsilon(t) = \int_0^L \frac{dL}{dx} u(x, t) dx. \quad (34)$$

Для простоты возьмем случай, когда все таблетки отрываются одновременно и не сталкиваются в полете. Тогда таблетка с координатой x возвратится на место спустя время $\frac{2v_j(x)}{g}$. Имея это в виду, для смещений $u(x, t)$ (t отсчитывается с момента t_j) получим формулу

$$u(x, t) = [v_j(x)t - g\frac{t^2}{2}] [1 - \eta(t - \frac{2v_j(x)}{g})], \quad (35)$$

где η - единичная функция Хевисайда, а v_j - скорости разлета. Тогда

$$\epsilon(t) = \int_{x_0(t)}^L \frac{dL}{dx} (v_j(x)t - g\frac{t^2}{2}) dx. \quad (36)$$

Здесь $x_0(t)$ - решение уравнения $2v_j(x) = gt$. Полагая, что $L(x)$ - линейная убывающая от центра $x = \frac{L}{2}$ функция с крутизной l_1 (см. /2/), т.е. такая, что

$$\frac{dL}{dx} = \begin{cases} l_1, & 0 \leq x < \frac{L}{2}; \\ -l_1, & \frac{L}{2} < x \leq L; \end{cases} \quad (37)$$

и $v_j(x) = acT_0 \frac{x}{L}$ (формула (14) при $\tau = \frac{2L}{c}$), получим

$$\epsilon(y) = \epsilon_{\text{exp}} \frac{(acT_0)^2}{g} y \begin{cases} 1 - \frac{1}{2}y^2, & 0 \leq y \leq 1; \\ 2(1-y) + \frac{1}{2}y^2, & 1 \leq y \leq 2; \end{cases} \quad (38)$$

где $y = \frac{gt}{acT_0}$ - безразмерное время, $\epsilon_{exp} = -\frac{1}{4} \beta_1$ - коэффициент реактивности по термическому расширению. При $a = 1,4 \cdot 10^{-5} \frac{1}{C}$, $c = 0,3 \frac{1}{\text{МКСЕК}}$, $T_0 = 10^\circ C$, $\epsilon_{exp} = -0,015 \frac{1}{\text{СМ}}$ получим

$$\epsilon_{max} = \epsilon \left(\sqrt{\frac{2}{3}} \right) = \epsilon_{exp} \left(\frac{2}{3} \right)^{3/2} \frac{(acT_0)^2}{g} = -1,47 \cdot 10^{-2}, t_{max} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{acT_0}{g} = 0,035 \text{ сек}.$$

При частоте 50 1/сек расстояние между импульсами всего 0,02 сек, так что "следующего" импульса вообще не будет. Реактивность (38) исчезнет в момент $y = 2$, т.е. через 0,0857 сек после подскока. Следовательно, эффект разлета скажется даже на четвертом импульсе. Конструкция тепловыделяющего элемента не должна допускать этой возможности.

Литература

1. В.Л. Ломидзе. Динамика топлива в импульсном реакторе. Колебания стержня с оболочкой. Препринт ОИЯИ, 11-6621, Дубна, 1972.
2. J. Randles. Journal of Nuclear Energy (Part A/B: Reactor Science and Technology) Volume 20, Number 1. (1966).

Рукопись поступила в издательский отдел
24 июля 1972 года.

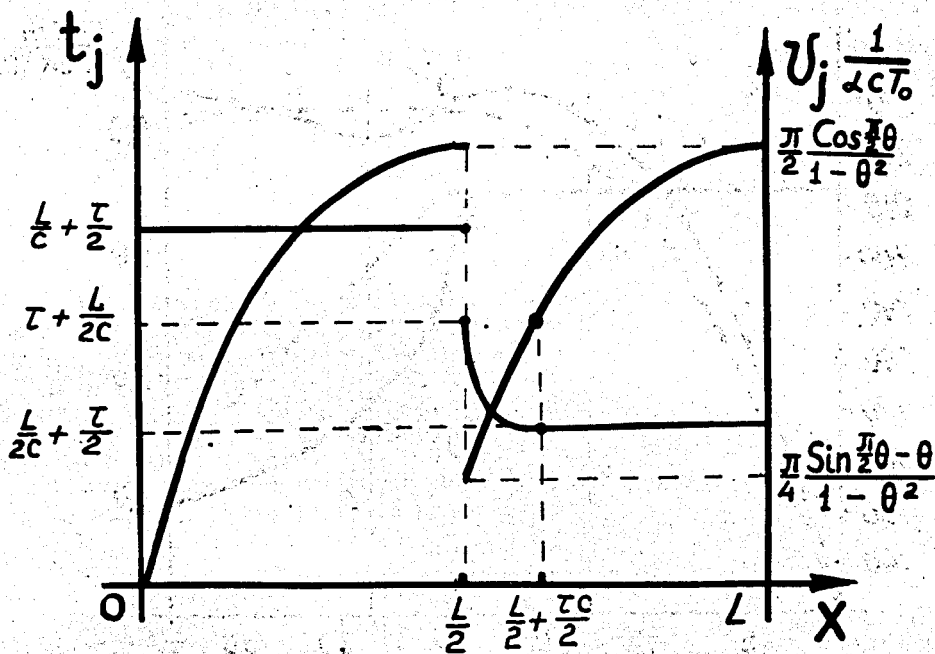


Рис. 1. Распределение скоростей (v_j) и моментов (t_j) разделения таблеток в случае $r < \frac{L}{c}$ и $k_z = k_{z \max} = \frac{\pi}{2}$. r - время нарастания температуры, $\frac{L}{c}$ - время прохождения звука вдоль стержня длины L , k_z - коэффициент неравномерности тепловыделения.

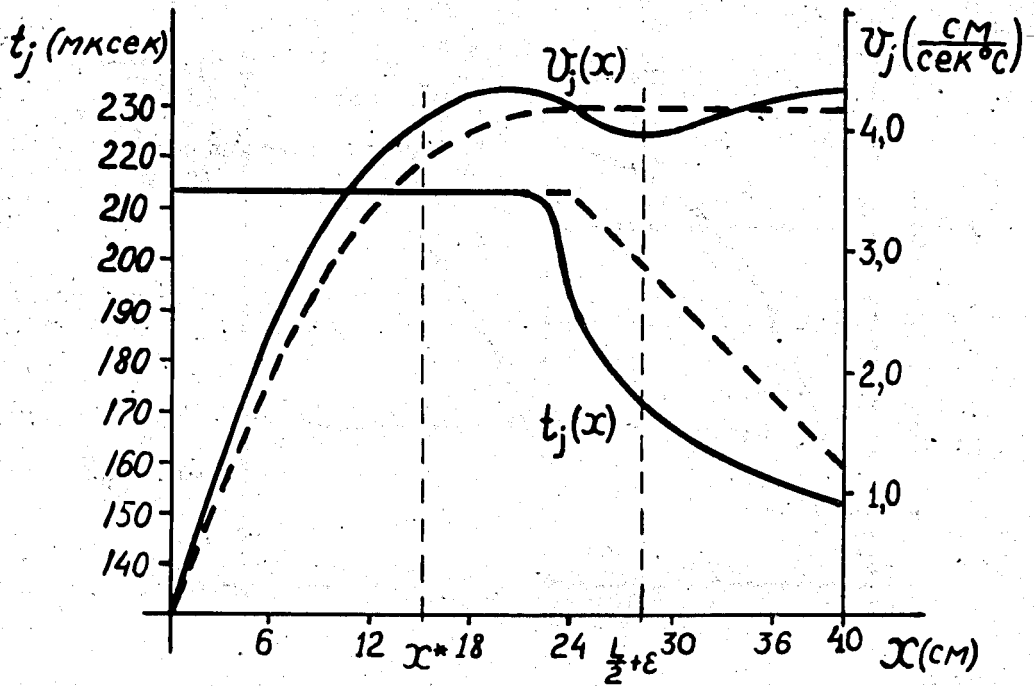


Рис. 2. Распределение скоростей (v_j) и моментов (t_j) разделения таблеток в случае $\tau \approx \frac{\pi}{\omega} = 160$ мксек, $k_z = 1,273$ (сплошная кривая) и $k_z = 1$ (пунктирная кривая). τ - время нарастания температуры, k_z - коэффициент неравномерности тепловыделения по длине L стержня.