E-601

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ
И АВТОМАТИЗАЦИИ

11 - 6076

Г.А. Емельяненко

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ПУЗЫРЬКОВЫХ КАМЕРАХ

Специальность 01 008 – вычислительная математика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

Дубна 1971

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук Н.Н. Говорун

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук Н.П. Клепиков
кандидат физико-математических наук И.Н. Силин

Ведущее научно-исследовательское учреждение:
Институт физики высоких энергий (г. Серпухов)

Автореферат разослан "   " октября 1971 года.

Защита диссертации состоится "   "   1971 года на заседании Ученого совета Лаборатории вычислительной техники и автоматизации в конференц-зале ЛТФ ОИЯИ, г. Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета

Е.А. ЛОГИНОВА

11 - 6076

Г.А. Емельяненко

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ПУЗЫРЬКОВЫХ КАМЕРАХ

Специальность 01 008 – вычислительная математика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

(Диссертация написана на русском языке)

Пузырьковая камера (ПК) является одним из наиболее эффективных детекторов частиц в экспериментах по физике высоких энергий, что в значительной мере обусловлено большими размерами детектирующего объема ПК, а также высокой точностью восстановления треков частиц.

Прогресс в технических средствах проведения эксперимента тесно связан с развитием методики обработки экспериментального материала, базирующейся на использовании современных электронных вычислительных машин (ЭВМ). Совершенствование методов обработки даёт возможность повысить точность окончательных результатов интерпретации и позволяет извлекать большее количество информации из экспериментального материала, что в конечном итоге приводит к снижению стоимости эксперимента в целом.

Процесс обработки фильмовой информации, полученной с ПК, как правило, разделяется на три стадии:

а) просмотр и измерение;

б) геометрический и кинематический анализ каждого события;

в) статистический анализ совокупности событий.

Представление о проблемах, возникающих на каждом из этих этапов обработки, а также о некоторых способах их решения можно получить, например, в /I-3/.

В процессе развития системы обработки фильмовой информации в ОИЯИ было создано несколько геометрических программ для обработки данных с различных пузырьковых камер, например, /4-10/. Известны также геометрические программы, например, /II-15/, созданные в других физических центрах.

Такое разнообразие существующих в настоящее время моделей треков и связанных с ними алгоритмов основано на различии комбинаций сигналов, учитываемых той или иной моделью, а также на выделении доминирующих сигналов и ошибок (способ параметризации). Значительное место в построении моделей отводится выбору соответствующего геометрического пространства, в котором осуществляется интерпретация.

Несмотря на указанное многообразие моделей, большой интерес представляет разработка некоторого математического подхода к построению модели трека, учитывающей по возможности максимальное количество сигналов. Это позволяет сопоставить различные модели, некоторые из которых были выбраны интуитивно, и на этой основе выбрать наиболее удачный вариант.

В диссертации, исходя из предположений о существовании решения рассматриваемой обратной задачи и "гладкости" трека, построена обобщенная модель, которая позволяет одновременно учитывать уравнение движения частицы в неоднородном магнитном поле, ионизационные потери, многократное кулоновское рассеяние, измерительные ошибки, рассеяния на большие углы ("изломы"). В работе также получены эффективные алгоритмы для оценки параметров модели по известной случайной выборке координат точек на треке.

Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения.

В первой главе рассмотрены вопросы построения обобщенной модели треков заряженных частиц тяжелее электрона.

В § I первой главы приводится постановка непрерывной геометрической задачи, т.е. описание "чистого" процесса движения

заряженной частицы в тормозящей среде, помещенной в неоднородное магнитное поле. Решение этой задачи (см. § 2 гл. III) без учета стохастических факторов позволяет получить детерминированную компоненту модели как функцию искомых кинематических параметров.

Пусть задано семейство систем обыкновенных дифференциальных уравнений в канонической форме

$$\frac{d^2 r}{ds^2} = f\left(s, r, \frac{dr}{ds}, \Theta^{(\kappa)}\right), \tag{I}$$

где s – независимая переменная (длина пространственной дуги траектории частицы); $r(s) = \{X(s), Y(s), Z(s)\}$ – искомая вектор-функция 3 измерений ($r \in R_3$ – обычное трехмерное пространство); $\frac{dr}{ds}$, $\frac{d^2 r}{ds^2}$ – соответственно первая и вторая производные от этой функции по s ; $\Theta^{(\kappa)} = \{\Theta_1^{(\kappa)}, \Theta_2^{(\kappa)}, \Theta_3^{(\kappa)}, \ldots, \Theta_m^{(\kappa)}\}$ – (κ – вектор) кинематических параметров m измерений;

$$f\left(s, r, \frac{dr}{ds}, \Theta^{(\kappa)}\right) = \left\{f^{(1)}\left(s, r, \frac{dr}{ds}, \Theta^{(\kappa)}\right), f^{(2)}\left(s, r, \frac{dr}{ds}, \Theta^{(\kappa)}\right), f^{(3)}\left(s, r, \frac{dr}{ds}, \Theta^{(\kappa)}\right)\right\} -$$

– известная достаточно гладкая вектор-функция 3 измерений от 6 + m + I аргументов

$$\left\{s, X, Y, Z, \frac{dX}{ds}, \frac{dY}{ds}, \frac{dZ}{ds}, \Theta_1^{(\kappa)}, \Theta_2^{(\kappa)}, \Theta_3^{(\kappa)}, \ldots, \Theta_m^{(\kappa)}\right\}.$$

Пусть также задано взаимно однозначное отображение $\tilde{r} = \omega(r)$ пространства $\{r\} \in R_3$ самого в себя, причем предполагается, что вектор-функции ω и ω^{-1} достаточно гладкие. Пусть $r(s)$ – некоторое решение определенной системы уравнений из семейства (I) и заданы значения вектор-функции $\omega(r(s))$ при некоторых значениях s_i , i = 0,I,2,..., n . Пусть измерения ведутся с абсолютной точностью и импульсы частиц настолько большие, что многократным кулоновским рассеянием можно пренебречь.

Тогда требуется определить значения параметров $\theta^{(\kappa)}=\{\theta_1^{(\kappa)},\theta_2^{(\kappa)},\theta_3^{(\kappa)},\dots,\theta_m^{(\kappa)}\}$, при которых система (I) удовлетворяется решением $\tau(s)$, проходящим через экспериментальный набор $\tilde{\tau}_i^{(j)}$ $j = 1,2,3; i=1,2,3,\dots,n$.

Решение поставленной задачи дается в § 2 главы Ш.

В § 2 первой главы рассмотрена математическая постановка геометрической задачи с учетом только измерительных ошибок. При этом существенную роль играет то обстоятельство, что ошибки $\Delta_i^{(j)} = \tilde{\tau}_i^{(j)} - \tau_i^{(j)}(s_i,\theta_1^{(\kappa)},\theta_2^{(\kappa)},\theta_3^{(\kappa)},\dots,\theta_m^{(\kappa)})$ являются функцией индекса группы переменных (j), некоррелированы внутри каждой группы и внутри каждой группы распределены по нормальному закону. Решение такой задачи представляет самостоятельный интерес в случае больших импульсов частиц в пузырьковых камерах, а также при обработке информации с больших магнитноискровых спектрометров и искровых камер, помещенных в магнитное поле.

В параграфах 3,4,5 первой главы подробно/I6-I8/ обсуждаются вопросы построения модели с учетом как измерительных ошибок, так и многократного кулоновского рассеяния. Учет этих факторов производится в двух взаимно ортогональных плоскостях. При построении обобщенной модели трека использовалось представление о многократном рассеянии как о случайном марковском процессе. В качестве распределения компонент отдельных составляющих кулоновского рассеяния при движении частицы в тонком слое вещества было использовано распределение Ферми. Полученная при этом обобщенная модель треков тяжелых заряженных частиц имеет вид

$$\underline{n}(W/0,\Sigma) = (2\pi)^{-3/2\, n}\cdot|\Sigma|^{-1/2} exp[-\tfrac{1}{2}W^T\cdot\Sigma^{-1}\cdot W], \qquad (2)$$

где

$$\Sigma = \left(\begin{array}{c:c:c} {}_{11}\Sigma + {}_{33}\Sigma & {}_{12}\Sigma & {}_{33}\Sigma \\ \hdashline {}_{21}\Sigma & {}_{22}\Sigma & 0 \\ \hdashline {}_{33}\Sigma & 0 & {}_{33}\Sigma \end{array}\right), \qquad (3)$$

$$W^T\cdot\Sigma^{-1}\cdot W = \Delta Y^T\cdot\mathcal{K}\cdot\Delta Y + \Delta^T\cdot F\cdot\Delta + \mathcal{E}^T\cdot[{}_{33}\Sigma^{-1}+\mathcal{K}]\cdot\mathcal{E} - \\ -2\Delta Y^T\cdot R^T\cdot\Delta - 2\Delta Y^T\cdot\mathcal{K}\cdot\mathcal{E} + 2\Delta^T\cdot R\cdot\mathcal{E} \qquad (4)$$

есть квадратичная форма, соответствующая матрице полных ковариаций Σ. Здесь введены обозначения

$$\mathcal{K} = [{}_{11}\Sigma - {}_{12}\Sigma\cdot{}_{22}\Sigma^{-1}\cdot{}_{21}\Sigma]^{-1},\quad R = {}_{22}\Sigma^{-1}\cdot{}_{21}\Sigma\cdot\mathcal{K}, \qquad (5)$$

$F = {}_{22}\Sigma^{-1} + R\cdot\mathcal{K}^{-1}\cdot R^T$, а также воспользовались матрицами ${}_{11}\Sigma, {}_{12}\Sigma, {}_{22}\Sigma$, элементы которых имеют вид/I8/

$${}_{11}\Sigma_{ij} = \frac{\theta_s^2}{12}\begin{cases} X_i^2(3X_j - X_i), & i\leq j,\ j=1,2,3,\dots,n; \\ X_j^2(3X_i - X_j), & j\leq i,\ i=1,2,3,\dots,n. \end{cases}$$

$${}_{12}\Sigma_{ij} = {}_{21}\Sigma_{ji} = \frac{\theta_s^2}{4}\begin{cases} 0, & j>i; \\ (X_j - X_{j-1})(2X_i - X_j - X_{j-1}), & i\geq j, \end{cases} \qquad (6)$$

$${}_{22}\Sigma_{ij} = \frac{\theta_s^2}{2}\begin{cases} 0, & |i-j|>0; \\ X_i - X_{i-1}, & 1\leq i=j\leq n. \end{cases}$$

В (6) X – абсцисса координаты точки на треке в выбранной системе координат, $\theta_s^2 = const\cdot\frac{M^2+P^2}{P^4}$, где M, P – масса и импульс частицы соответственно. В (4) $\Delta Y = Y - \langle Y\rangle$, где Y – вектор случайных измерений координат точек на треке, $\langle Y\rangle$ – вектор средних значений для Y; Δ – случайный вектор угловых отклонений за счет многократного кулоновского рассеяния; $\mathcal{E}$ – вектор случайных измерительных ошибок при измерениях точек вдоль данного трека. ${}_{33}\Sigma$ – матрица ошибок измерений. В § 6 первой главы рассмотрены[19] вопросы параметризации обобщенной модели. В частности отмечается, что введение дополнительных параметров (векторы Δ и $\mathcal{E}$), информативно не обеспеченных в рамках "классических" моделей, приводит к возможности выделения из полного шума $\Delta Y = \Delta Y_{кул.} + \Delta Y_{изм.}$ наиболее вероятных оценок его отдельных составляющих и не приводит к потере информации о собственно кинематических параметрах. Это является следствием модификации классической модели, связанным с введением матрицы ${}_{12}\Sigma$.

Вторая глава диссертации посвящена вопросам алгебраизации задачи геометрической обработки и получению оценок параметров модели.

В параграфе I второй главы получена[20] система обобщенных уравнений правдоподобия при условии, что начальное приближение ($\theta^{(0)} \in \Theta$ – собственно кинематическое пространство) принадлежит довольно малой окрестности искомой гипотезы. Эта система имеет вид

$$
\begin{aligned}
&\Omega \cdot \widetilde{\Delta\theta}^{(\kappa)} + [R\cdot\Xi]^T\cdot\widetilde{\Delta} + [\mathcal{K}\cdot\Xi]^T\cdot\widetilde{\mathcal{E}} = [\mathcal{K}\cdot\Xi]^T\cdot[Y-\mathcal{H}], \\
&[R\cdot\Xi]\cdot\widetilde{\Delta\theta}^{(\kappa)} + F\cdot\widetilde{\Delta} + R\cdot\widetilde{\mathcal{E}} = R\cdot[Y-\mathcal{H}], \\
&[\mathcal{K}\cdot\Xi]\cdot\widetilde{\Delta\theta}^{(\kappa)} + R^T\cdot\widetilde{\Delta} + [{}_{33}\Sigma^{-1}+\mathcal{K}]\cdot\widetilde{\mathcal{E}} = \mathcal{K}\cdot[Y-\mathcal{H}],
\end{aligned}
\qquad (7)
$$

где использованы обозначения для матриц в (5) и (6), а $\Omega = \Xi^T\cdot\mathcal{K}\cdot\Xi$. Здесь Ξ , $\mathcal{H}$ – соответственно матрица и столбец в выражении для $\langle Y \rangle$

$$
\langle Y(\theta^{(\kappa)}) \rangle = \Xi(\theta^{(\kappa-1)})\cdot\Delta\theta^{(\kappa)} + \mathcal{H}(\theta^{(\kappa-1)}). \qquad (8)
$$

$\mathcal{H}$ определяет основной вклад в $\langle Y \rangle$, обусловленный искривлением траектории за счет магнитного поля и вычисленный при значениях параметров в $\kappa-1$ итерации.

В § 2 второй главы найдено удобное в аналитических выкладках и численных процедурах представление матрицы[21], обратной к собственно кулоновской матрице ${}_{11}\Sigma$, в случае произвольного разбиения трека. При этом использована теорема, доказанная в [22].

Параграфы 3 и 4 второй главы посвящены вопросам получения матрицы ошибок при расширенной параметризации и решению уравнений правдоподобия.

Показана эффективность[23] полученных оценок параметров. Решение $\widetilde{\Delta\theta}^{(\kappa)}$, $\widetilde{\Delta}$ и $\widetilde{\mathcal{E}}$ приобретает простой аналитический вид, если воспользоваться полученным в[21] представлением для ${}_{11}\Sigma$ и ${}_{11}\Sigma^{-1}$.

Асимптотическая эффективность оценок $\widetilde{\Delta}$ и $\widetilde{\mathcal{E}}$ позволяет использовать их в качестве критериев „гладкости" трека, а также в самостоятельных целях, например, для оценки точности сканирования данного трека и для изучения рассеяния частиц на малые углы (рассеяние элементарных частиц на ядрах).

Поскольку полученные оценки векторов $\widetilde{\Delta}$ и $\widetilde{\mathcal{E}}$ являются в сущности функциями оценок полных отклонений $\widetilde{\Delta Y}$, то блоки фитирования "изломов" могут быть включены в любую эксплуатируемую в настоящее время геометрическую программу. При этом точность получаемых оценок $\tilde{\Delta}$ и $\tilde{\mathcal{E}}$ будет зависеть от применяемой в данной конкретной программе модели трека. В программах, которые используют матрицу $[{}_{\text{и}}\Sigma + {}_{\text{э}}\Sigma]$, имеется практически вся необходимая для вычисления оценок $\tilde{\Delta}$ и $\tilde{\mathcal{E}}$ информация.

В параграфе 5 второй главы приведены критерии обнаружения "изломов", основанные на общих положениях теории многократного кулоновского рассеяния и на учете априорной информации о гладкости трека, а также эффективный по затратам машинных ресурсов способ учета информации об "изломах" при определении кинематических параметров частиц, треки которых имеют "излом".

Глава III диссертации содержит результаты по решению непрерывной геометрической задачи.

В § I третьей главы, исходя из уравнения (в операторной форме) движения неизлучающей частицы в тормозящей среде, помещенной в неоднородное магнитное поле, получена каноническая система дифференциальных уравнений, которая затем приведена к нормальной форме. Далее при условии, что частица не останавливается в ПК, ставится задача Коши.

Во втором параграфе третьей главы получено решение задачи Коши в нормированном виде. Выбор решения в любой другой форме требует знания фундаментальной системы решений, что представляет значительные трудности для произвольного магнитного поля. Однако интегральная матрица системы имеет простую структуру особенно для случая, когда возможно пренебрежение ионизационными потерями (большие импульсы частиц и большие радиационные длины).

Этот случай особенно интересен при обработке информации с магнитноискровых спектрометров. Поэтому в § 3 третьей главы приводится явный вид функционала в пространстве камеры с учетом измерительных ошибок и произвольного магнитного поля. Минимизацию функционала предлагается провести по методу, изложенному в /24/.

В четвертом параграфе приводится вид решения непрерывной геометрической задачи в двух взаимно ортогональных плоскостях. При этом воспользовались методом понижения порядка системы с переходом к азимутальному и глубинному углам в качестве переменных.

Глава IУ (приложения) содержит дополнительные результаты, полученные в процессе работы по теме диссертации и представляющие самостоятельный теоретической и практический интерес.

В § I четвертой главы приводятся методы обращения трехдиагональных матриц и решение алгебраических систем с трехдиагональной матрицей коэффициентов. Доказана теорема об одном свойстве матрицы, обратной к трехдиагональной.

Во втором и третьем параграфах четвертой главы рассмотрены некоторые вопросы устойчивости решения уравнений правдоподобия, а также приведены результаты численной проверки предложенных алгоритмов. Описана система программ PARKIN на FORTRANE для ЭВМ БЭСМ-6, в которой реализовано каноническое представление обобщенной модели.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты диссертации:

1. Рассмотрена одна из возможных математических постановок задачи обработки фильмовой информации и построена обобщенная модель трека заряженной частицы.

2. На основе представления о многократном кулоновском рассеянии как о случайном марковском процессе получено совместное нормальное распределение вектора полных смещений точек трека и вектора случайных угловых отклонений. Показано, что рассматриваемая в существующих моделях кулоновская матрица совпадает с матрицей ошибок частного распределения.

3. Найдена полная ковариационная матрица процесса геометрической реконструкции кинематических параметров заряженных частиц и явный вид квадратичной формы, соответствующей матрице полных ковариаций.

4. Показано, что для поиска максимума полной функции правдоподобия в качестве параметров необходимо выбирать, помимо "классических" кинематических параметров, также элементы случайного вектора измерительных ошибок и вектора случайных угловых отклонений, обусловленных многократным кулоновским рассеянием.

5. Предложено разложение кулоновской матрицы, удобное в аналитических выкладках и численных процедурах.

6. Сформулированы критерии обнаружения и учета ядерного рассеяния, а также выбора точек на треке при измерениях.

7. Построены эффективные алгоритмы обращения симметричных трехдиагональных матриц. Доказана теорема о представлении элементов матрицы, обратной к трехдиагональной, в виде произведения двух элементов, один из которых зависит только от номера строки, другой - от номера столбца.

8. Показано, что введение в построенной модели дополнительных параметров не приводит к потере информации о собственно кинематических параметрах частицы.

9. Приведено нормированное решение уравнения движения частицы в неоднородном магнитном поле с учетом ионизационных потерь, а также решение в двух взаимно ортогональных плоскостях.

Основное содержание диссертации опубликовано в работах /5, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22/ и докладывалось на совещаниях по математическим методам решения задач ядерной физики, проходивших в Дубне в 1966, 1967 г.г.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.Розенфельд и В.Хамфри. УФН, 86, 141 (1965).
2. Н.Н.Говорун. Препринт ОИЯИ 10-4437, Дубна, 1969.
3. В.И.Мороз. Препринт ОИЯИ 10-4112, Дубна, 1968.
4. И.А.Буздавина, З.М.Иванченко, В.Г.Иванов, И.Паточка, М.И.Попов. Препринт ОИЯИ 2095, Дубна, 1965.
5. Г.А.Емельяненко, К.П.Ломов, Г.И.Макаренко, В.И.Мороз, И.С.Саитов, А.П.Стельмах. Препринт ОИЯИ Р-2829, Дубна, 1966.
6. Н.Н.Говорун, Г.А.Емельяненко, Н.Ф.Маркова, В.И.Мороз, В.И.Никитина, И.С.Саитов, А.П.Стельмах, Г.Н.Тентюкова. Препринт ОИЯИ Р11-3480, Дубна, 1967.
7. Г.А.Емельяненко, Г.И.Макаренко, В.И.Мороз, И.С.Саитов, А.П.Стельмах. ПТЭ № 5, 128 (1967).
8. Н.Ф.Маркова, В.И.Мороз, В.И.Никитина, А.П.Стельмах, Г.Н.Тентюкова. Препринт ОИЯИ Р10-3768, Дубна, 1968.
9. Л.Н.Гердюков, Б.А.Манюков, П.В.Шляпников. Препринт ОИЯИ Р10-4579, Дубна, 1969.
10. А.У.Абдурахимов, Нгуен Дин Ты, В.Н.Пенев. Сообщения ОИЯИ 1-5140, Дубна, 1970.
11. A.M.Chops, CERN, 63-23, 1963.
12. W.G.Moorhead. CERN, DD/DP/67/6, October, 1967.
13. F.F.Solmitz, A.D.Johnson, T.B.Day. P-117, UCRL, Berkley, California, 1966.
14. I.Sparrow, CERN, 63-23, p. 93, 1963.
15. Р.И.Адушкина, А.М.Вайсфельд, П.И.Вацет, И.А.Колтунов, Г.Я.Любарский. Препринт ФТИ АН УССР, ХФТИ-70/40.
16. Г.А.Емельяненко. Препринт ОИЯИ Р10-5279, Дубна, 1970.

17. Г.А.Емельяненко. Препринт ОИЯИ Р11-3977, Дубна, 1968.
18. Г.А.Емельяненко. Препринт ОИЯИ Р10-5278, Дубна, 1970.
19. Г.А.Емельяненко. Сообщения ОИЯИ Р10-5301, Дубна, 1970.
20. Г.А.Емельяненко. Сообщения ОИЯИ Р10-5913, Дубна, 1971.
21. Г.А.Емельяненко. Сообщения ОИЯИ Р10-5687, Дубна, 1971.
22. Б.Бухбергер, Г.А.Емельяненко. Препринт ОИЯИ Р11-5686, Дубна, 1971.
23. Н.П.Клепиков, С.Н.Соколов. Анализ и планирование экспериментов методом максимума правдоподобия. "Наука", М., 1964.
24. С.Н.Соколов, И.Н.Силин. Препринт ОИЯИ Д-810, Дубна, 1961.

Рукопись поступила в издательский отдел
8 октября 1971 года.