

Ц 701

Г-788

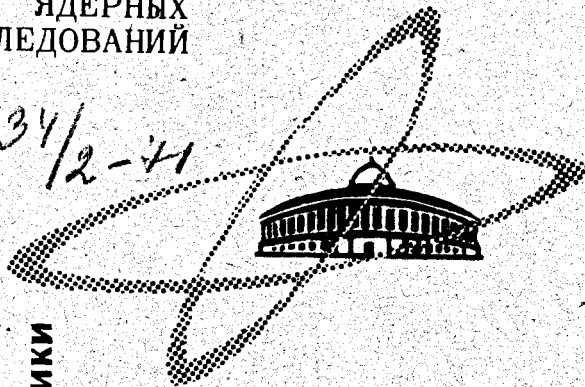
3/2-71

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

1434/2-71

11 - 5543



ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ
И АВТОМАТИЗАЦИИ

Ю.М. Грашин, В.И. Дворецкий, А.И. Родионов,
Б.М. Степанов, О.А. Тюриков, Ю.Е. Якушин

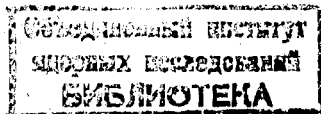
ПРОГРАММА АРЧХ - 1
(автоматический расчет частотных характеристик)

1971

11 - 5543

Ю.М. Грашин, В.И. Дворецкий, А.И. Родионов,
Б.М. Степанов, О.А. Тюриков, Ю.Е. Якушин

ПРОГРАММА АРЧХ - 1
(автоматический расчет частотных характеристик)



И. В В Е Д Е Н И Е

Программа АРЧХ-І предназначена для автоматического вычисления амплитудно-частотных и фазо-частотных характеристик в произвольных линейных электронных схемах с сосредоточенными параметрами на ЭЦВМ с транслятором ТА-ІМ ("Сигнал"). Программа вычисляет для каждой заданной частоты амплитуду и фазу напряжения во всех точках схемы (точка - место соединения двух и более элементов) относительно базовой (нулевой). Методика, на которой основан алгоритм вычислений, описана ниже.

Программа проста в обращении. Труд пользователя при работе с ней сведен к минимуму. На основе исследуемой принципиальной схемы строится эквивалентная схема, состоящая из элементов C, R, L и генераторов тока. Базовая точка эквивалентной схемы (нулевой потенциал) обозначается цифрой нуль. Остальные точки схемы нумеруются в произвольном порядке числами $1, 2, 3, \dots, n$. Далее все элементы схемы и внешнее воздействие на нее кодируются, как будет показано ниже, и заносятся на перфокарты, после чего весь процесс вычисления производится автоматически на машине.

Программа применима к схемам с числом точек n от 2 до 25 (без базовой). Параметры эквивалентной схемы (в том числе параметры эквивалентных схем ламп и транзисторов) не должны зависеть от частоты. Мгновенное значение тока генератора может быть линейной функцией напряжения между любой парой точек схемы. Это независимые генераторы тока. Ток независимого генератора (внешнее воздействие) является независимой функцией времени вида $I(t) = \sin \omega t$. Количество токов данного вида произвольно. Амплитуда (A) тока задается для каждого генератора независимо.

Выбор единиц измерения частоты и пассивных элементов схемы (C, R, L) определяется параметрами схемы и частотным диапазоном. Из четырех единиц измерения две любые могут быть выбраны произвольно, а две другие определяются в соответствии с первыми. Например: [Гц]; [пф], [ком], [мкги].

Программа неоднократно испытывалась на контрольных схемах и в настоящее время используется для проектирования электронных схем.

2. Методика расчета характеристик

Для любой электронной схемы с сосредоточенными параметрами можно записать систему уравнений /1/

$$\sum_{j=1}^n c_{ij} \ddot{u}_j + \sum_{j=1}^n g_{ij} \dot{u}_j + \sum_{j=1}^n d_{ij} u_j = \alpha_{ni} \dot{I}_i + \alpha_{2i} \ddot{I}_i + \alpha_{3i} \ddot{I}_i \quad (1)$$

$i = 1, 2, 3, \dots, n$

(необходимость введения членов $\alpha_{2i} \ddot{I}_i$ и $\alpha_{3i} \ddot{I}_i$ будет видна из дальнейшего); или в матричной форме

$$[c_{ij}][\ddot{u}_j] + [g_{ij}][\dot{u}_j] + [d_{ij}][u_j] = [\alpha_{ni}]\dot{I} + [\alpha_{2i}]\ddot{I} + [\alpha_{3i}]\ddot{I} \quad (2)$$

Пусть независимый ток I является синусоидальной функцией времени с нулевой фазой и единичной амплитудой (различные амплитуды входных токов определяются матрицей коэффициентов $[\alpha_{ni}]$)

$$I = \sin \omega t \quad (3)$$

Тогда узловые напряжения в установившемся режиме будут иметь следующий вид:

$$u_j = A_j \sin \omega t + B_j \cos \omega t = D_j \sin(\omega t + \varphi_j) \quad (4)$$

Дифференцируя трижды выражение (3) и дважды выражение (4) по времени и подставляя в систему (2), получим:

$$\begin{aligned}
& -\omega^2 [c_{ij}] [A_j] \sin \omega t - \omega^2 [c_{ij}] [B_j] \cos \omega t + \\
& + \omega [q_{ij}] [A_j] \cos \omega t - \omega [q_{ij}] [B_j] \sin \omega t + \\
& + [d_{ij}] [A_j] \sin \omega t + [d_{ij}] [B_j] \cos \omega t = \\
& = -\omega^3 [\alpha_{3i}] \cos \omega t - \omega^2 [\alpha_{2i}] \sin \omega t + \omega [\alpha_{1i}] \cos \omega t .
\end{aligned} \tag{5}$$

Приравнявая коэффициенты при $\sin \omega t$ и $\cos \omega t$ в системе (5), получим систему:

$$-\omega^2 [c_{ij}] [A_j] - \omega [q_{ij}] [B_j] + [d_{ij}] [A_j] = -\omega^2 [\alpha_{2i}] \tag{6a}$$

$$-\omega^2 [c_{ij}] [B_j] + \omega [q_{ij}] [A_j] + [d_{ij}] [B_j] = -\omega^3 [\alpha_{3i}] + \omega [\alpha_{1i}] . \tag{6б}$$

Введем обозначения

$$\begin{aligned}
-\omega^2 [c_{ij}] + [d_{ij}] &= K \\
\omega [q_{ij}] &= L \\
-\omega^2 [\alpha_{2i}] &= [a_i] \\
-\omega^3 [\alpha_{3i}] + \omega [\alpha_{1i}] &= [b_i] .
\end{aligned} \tag{7}$$

Подставляя обозначения (7) в систему (6), получим:

$$[K] [A_j] - [L] [B_j] = [a_i] \tag{8a}$$

$$[L] [A_j] + [K] [B_j] = [b_i] \tag{8б}$$

Умножим слева на $-[L][K]^{-1}$ уравнение (8б) и сложим с выражением (8а). Умножим слева на $[L][K]^{-1}$ уравнение (8а) и сложим с выражением (8б). Получим соответственно

$$[[L][K]^{-1}[L] + [K]] [B_j] = -[L][K]^{-1}[a_i] + [b_i] \tag{9a}$$

$$[[L][K]^{-1}[L] + [K]] [A_j] = [L][K]^{-1}[b_i] + [a_i] \tag{9б}$$

Решая систему (9) относительно $[A_j]$ и $[B_j]$, получим:

$$[A_j] = [M]^{-1} [[d_i] + [L][K]^{-1} [B_i]] \quad (10a)$$

$$[B_j] = [M]^{-1} [[B_i] - [L][K]^{-1} [d_i]] \quad (10б)$$

где $[M] = [K] + [L][K]^{-1}[L]$.

Отсюда находим модуль и фазу выражения (4)

$$D_j = \sqrt{A_j^2 + B_j^2}$$

$$\varphi_j = \arctg \left(\frac{B_j}{A_j} \right) + \frac{\pi}{2} [(1 - \text{sign } A) + (1 + \text{sign } A)(1 - \text{sign } B)]$$

(Если $A_j = 0$, то $\varphi_j = \frac{\pi}{2}$ при $B > 0$ и $\varphi_j = \frac{3\pi}{2}$ при $B < 0$).

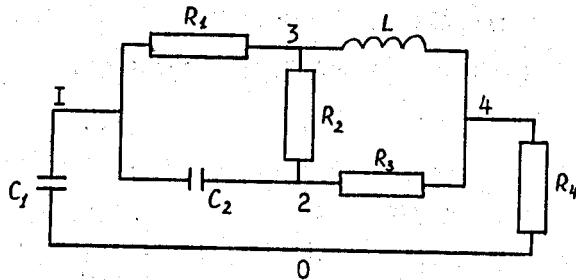
Таким образом, определяется амплитуда и фаза (полное значение фазы $\varphi_j + 2k\pi$ остается неопределенным) узловых напряжений во всех точках при данной частоте ω . Следует отметить, что при получении уравнений (9) и (10) требовалось существование обратных матриц $[K]^{-1}$ и $[M]^{-1}$.

Матрица $[K]$ имеет вид:

$$[K] = -\omega^2 [c_{ij}] + [d_{ij}] = [-\omega^2 c_{ij} + d_{ij}]$$

Данная матрица будет обратима, если система элементов $-\omega^2 c + d$ будет связанной (доказательство обратимости смотри в приложении I). Исключения составляют резонансные частоты, на которых обращаются в 0 элементы $-\omega^2 c + d$ (или некоторые их комбинации) за счет совпадения величин элементов разного знака. Если система элементов $-\omega^2 c + d$ окажется несвязанной, то матрица $[K]$ будет особенной во всем диапазоне частот, что следует из нетривиальной неопределенности матриц схемы I. (Например, схема на рис. I). Для того, чтобы сделать метод универсальным, можно вначале исходную систему (2) преобразовать к виду

$$[c_{ij}^*][\dot{u}_i] + [g_{ij}^*][\dot{u}_j] + [d_{ij}^*][u_j] = [\alpha_{ii}^*] \dot{i} + [\alpha_{2i}^*] \dot{i} + [\alpha_{3i}^*] \dot{i} \quad (\text{II})$$



$(C_1 + C_2)\omega^2$	$-C_2\omega^2$		
$-C_2\omega^2$	$+C_2\omega^2$		
		$-\frac{1}{L}$	$\frac{1}{L}$
		$\frac{1}{L}$	$-\frac{1}{L}$

Рис. 1. Электрическая цепь и соответствующая ей матрица $[K]$

В данном уравнении матрица $[C_{ij}^*]$ будет неособенной, а матрицы $[\alpha_{ii}^*]$ и $[\alpha_{3i}^*]$ нулевыми. Методика преобразования уравнения (2) к виду (II), а также алгоритм работы программы такого преобразования описаны в работах /1/, /2/.

Необходимо отметить, что достаточно сделать неособенной матрицу $[-\omega^2 C + d]$. Данное преобразование несколько проще и требует меньше машинного времени, чем преобразование матрицы $[C]$. Однако это преобразование выполняется однократно и практически не влияет

на общее время решения задачи. Поэтому преобразуется матрица $[C]$, что позволяет использовать большую часть ранее составленной программы АРПП-2 [2].

После этого с уравнением (II) выполняются те же преобразования, что и с уравнением (2). Матрица $[K]$ будет иметь вид

$$[K] = -\omega^2 [C_{ij}^*] + [d_{ij}^*]$$

Из обратимости матрицы $[C_{ij}^*]$ следует, что матрица $[K]$ будет также обратима на всем диапазоне частот за исключением частот резонанса. Матрица $[M] = [K] + [L][K]^{-1}[L]$ будет обратима так же, как и матрица $[K]$, во всем диапазоне частот за исключением ограниченного их числа.

Таким образом, описанный выше метод позволяет получить частотные характеристики линейных схем произвольного вида. Характеристики можно вычислять на всем диапазоне частот за исключением нескольких резонансных точек.

При работе программы вычисление характеристик производится для диапазона частот, задаваемого начальной f_0 и конечной частотой f_k . Вычисление производится в точках $f = f_0 10^{n\delta}$, где δ - заданный шаг вычислений. n меняется от 0 до значения, при котором $f \geq f_k$.

3. Кодирование параметров электронной схемы

Вся информация об исследуемой схеме записывается в виде следующих массивов чисел.

Первый массив

n - число точек схемы,

n_C - число емкостей,

- nR - число сопротивлений,
- nL - число индуктивностей,
- nM - число магнитных связей,
- nU - число зависимых генераторов тока,
- ni - число независимых генераторов тока,
- f_0 - начальная частота,
- f_k - конечная частота,
- δ - шаг по частоте (логарифмический).

Порядок записи чисел первого массива обязателен.

Второй массив: последовательность чисел для записи величин емкостей и мест включения их в исследуемой схеме. Каждая емкость характеризуется группой из трех чисел: C, i, j , где C - величина емкости, а i и j - номера точек схемы, между которыми включена эта емкость. Указанный порядок записи чисел в каждой группе обязателен. Порядок следования групп друг за другом произвольный. Последнее замечание относится также ко всем последующим массивам.

Третий и четвертый массивы: последовательности чисел для записи соответственно сопротивлений и индуктивностей в форме, показанной для емкостей.

Пятый массив: последовательность чисел для записи магнитных связей. Каждая магнитная связь характеризуется группой из 5 чисел: K, i, j, ℓ, m , где K - коэффициент связи между индуктивностями, одна из которых включена между точками i и j , а другая между точками ℓ и m . Точки i и ℓ (или j и m) соответствуют концам индуктивностей, помеченных на схеме звездочкой.

Шестой массив: последовательность чисел для записи зависимых генераторов тока. Каждый генератор характеризуется группой из 5 чисел: S, i, j, l, m , где S - коэффициент пропорциональности (крутизна для ламп, коэффициент типа S_{α} для транзисторов); i и j - точки схемы, между которыми включен генератор тока; l и m - точки, напряжение между которыми управляет током генератора. Порядок записи чисел в паре i, j должен быть таким, чтобы положительное направление тока в генераторе было от i -ой (первой в паре i, j) точки к j -ой. При этом первым числом в паре l, m должен быть индекс уменьшаемого (напряжения), а вторым индекс вычитаемого в заданном выражении тока $I_{ij} = S(u_l - u_m)$.

Седьмой массив: последовательность чисел для записи независимых генераторов. Каждый независимый генератор тока характеризуется группой из трех чисел: A, i, j , где i и j - точки, между которыми включен генератор, причем положительное направление тока в генераторе от i -ой (первой в паре i, j) точки к j -ой.

Перечисленная информация пробивается на перфокартах. Каждое число первого массива имеет свою контрольную сумму. Остальные массивы имеют одну сумму на массив. В машину закладывается массив перфокарт программы и массив чисел в указанной последовательности. Далее расчет производится автоматически.

4. Счет, работа у пультa БЭСМ-4

При счете на БЭСМ-4 рабочее поле (A_2K3U1U) - 6500. Информация выдается на печать с интервалов Δf .

На ленте первое число - номер точки, второе - частота в данной точке (частота в i -ой точке $f_i = f_0 \cdot 10^{\delta_i}$), следующие n чи-

сел - амплитуды узловых потенциалов (D_j), последние n чисел - фазы узловых потенциалов.

С текстом программы АРЧХ-I на АЛГОЛе можно познакомиться в публикации, депонированной в научно-технической библиотеке ОИАИ (Б1-II-5544).

Приложение I. К вопросу об обратимости матриц специального вида

I.1. Пусть имеем квадратную матрицу $[a_{ij}]$ размерностью $n \times n$, удовлетворяющую условиям

$$a) a_{ii} < 0, \quad a_{ij} \geq 0; \quad (1)$$

$$б) \sum_{j=1}^n a_{ij} = 0; \quad (2)$$

в) для любого $k < n$ найдется $a_{ki} > 0$, причем $i > k$.

Покажем, что ранг такой матрицы равен $n - 1$.

Умножим первую строку последовательно на $\lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$ ($\lambda_i = -\frac{a_{ii}}{a_{1i}}$) и сложим последовательно с 2, 3, ..., n строкой.

В результате получим матрицу вида

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ 0 & b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1,n-1} \\ 0 & b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2,n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & b_{n-1,1} & b_{n-1,2} & \dots & b_{n-1,n-1} \end{pmatrix} \quad (3)$$

Из условия (1) следует, что все $\lambda_i \geq 0$, и, следовательно, матрица В, являющаяся подматрицей матрицы (3), получилась из подматрицы А добавлением неотрицательных элементов. Поэтому можно утверждать, что $b_{ij} \geq 0$ и для любого $k < n-1$ найдется $b_{ki} > 0$, для которого $i > k$. Из условия (2) следует, что $b_{ii} < 0$ ($i < n-1$). Таким образом, матрица В удовлетворяет тем же условиям, что и матрица А, и имеет порядок $n - 1$.

Проделав ту же операцию с матрицей В и так далее $n - 2$ раза, мы получим матрицу вида:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ 0 & b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1,n-1} \\ 0 & 0 & c_{11} & \dots & c_{1,n-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & f_{11} \end{pmatrix}.$$

На основании известной теоремы ранг такой матрицы равен количеству диагональных членов, отличных от нуля. Из вышеизложенного видно, что все диагональные члены, кроме последнего, будут меньше 0, а последний на основании свойства (I) равен 0. Таким образом, доказано, что ранг матрицы А равен $n - 1$.

1.2. Любая схема, состоящая из n узлов и ρ ветвей, может быть однозначно описана так называемой неопределенной узловой матрицей схемы /4/, /5/. Элемент этой матрицы, стоящий на пересечении i строки и j столбца, равен проводимости ветви между i и j узлами, а диагональный элемент a_{ii} равен сумме проводимостей ветвей, подходящих к i узлу, с обратным знаком. Покажем, что ранг такой матрицы равен $n - 1$, где n - число узлов.

Перенумеруем узлы связанной системы так, чтобы любой i -й узел был связан хотя бы с одним k -ым узлом, для которого $k > i$. Это всегда можно сделать следующим образом. Присвоим произвольному узлу номер n , тогда среди остальных узлов на основании связанности схемы найдется хотя бы один узел, связанный с n -ым. Присвоим ему номер $n - 1$ (если таких узлов несколько, то любому из них). Среди оставшихся узлов найдется хотя бы один, связанный с n или $n - 1$, присвоим ему номер $n - 2$. Продолжая описанный процесс, получим требуемую нумерацию узлов.

Составим неопределенную узловую матрицу схемы, узлы которой перенумерованы вышеописанным способом. Тогда эта матрица будет удовлетворять всем условиям, которым удовлетворяет матрица A из пункта I.1, и, следовательно, доказано, что ранг неопределенной узловой матрицы схемы равен $n - 1$.

Литература

1. Ю.М.Грашин, В.И.Дворецкий, А.И.Родионов, О.А.Тюриков. Метод анализа структуры электронных схем для расчета переходных процессов на ЭЦВМ. Препринт ОИЯИ, РИИ-5185, Дубна, 1970.
2. Ю.М.Грашин, В.И.Дворецкий, А.И.Родионов, Б.М.Степанов, О.А.Тюриков. Программа АРПП-2. Препринт ОИЯИ, РИИ-5186, Дубна, 1970.
3. Ю.М.Грашин, В.И.Дворецкий, А.И.Родионов, О.А.Тюриков. Программа АРПП-1 для полностью автоматического расчета переходных процессов в линейных электронных схемах на ЭВМ. Препринт ОИЯИ, ИИ-4588, Дубна, 1969.
4. В.Л.Сигорский. Анализ электронных схем, Киев, 1964.
5. С.Мэзон, Г.Циммерман. Электронные цепи, сигналы и системы. Изд. иностр. литературы, Москва, 1963.

Рукопись поступила в издательский отдел
24 марта 1971 года.