

30/xii

A-64

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

11 - 4192



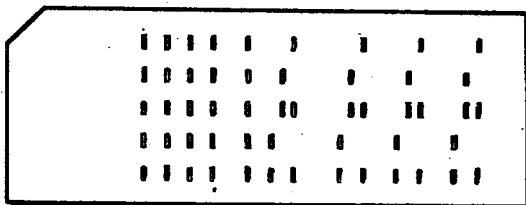
ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ
И АВТОМАТИЗАЦИИ

В.Д.Ананьев, А.В.Ракитский

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ
ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ
В КОНЕЧНОМ ЦИЛИНДРЕ
С ВНУТРЕННИМИ ИСТОЧНИКАМИ ТЕПЛА

1968

7620/2 нр.

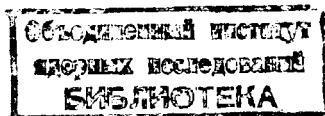


**ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛВТА**

11 - 4192

В.Д.Ананьев, А.В.Ракитский

**ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ
ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ
В КОНЕЧНОМ ЦИЛИНДРЕ
С ВНУТРЕННИМИ ИСТОЧНИКАМИ ТЕПЛА**



1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В последнее время в ядерной технике нередко возникает необходимость точного определения температурных полей в телах конечной геометрии при наличии внутренних источников тепла. Особый практический интерес представляют подобные задачи при создании толстых мишеней сильботочных электронных ускорителей, когда концентрация выделяемой энергии в малом объеме велика и приводит к серьезным проблемам охлаждения. В данной работе рассматривается случай аксиального распределения внутренних источников в конечном цилиндре при конвективном теплообмене со всех поверхностей.

Использование аналитических решений для практических расчетов затрудняется из-за громоздких вычислений. Более эффективным оказывается численное решение дифференциального уравнения.

Уравнение, описывающее температурное поле в цилиндре конечных размеров с внутренними источниками, плотность которых $Q(x)$, для стационарного случая имеет вид:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{1}{\lambda} Q(x) = 0, \quad (1)$$

где t - температура тела,

λ - коэффициент теплопроводности.

Граничные условия (2) для уравнения (1) задаются из условий теплообмена на боковой и торцовых поверхностях цилиндра, а также из условий симметрии по z :

$$\left. \frac{\partial t}{\partial r} \right|_{r=0} = 0; \quad (2)$$

$$\left. \frac{\partial t}{\partial r} \right|_{r=R} + h_1 t \Big|_{r=R} = 0;$$

$$\left. \frac{\partial t}{\partial z} \right|_{z=0} + h_2 t \Big|_{z=0} = 0;$$

$$\left. \frac{\partial t}{\partial z} \right|_{z=l} + h_3 t \Big|_{z=l} = 0;$$

R - радиус цилиндра;

l - высота цилиндра;

$$h_1 = \frac{\alpha_1}{\lambda}; \quad h_2 = -\frac{\alpha_2}{\lambda}; \quad h_3 = \frac{\alpha_3}{\lambda};$$

α_i - коэффициенты теплоотдачи.

Для простоты расчетов температура среды принята равной нулю.

II. Алгоритм расчета

Уравнение (I) с граничными условиями (2) решаем методом сеток. С этой целью параллельно осям z и x проводим два семейства параллельных прямых с шагом $h = \frac{R}{m}$ по оси z и с шагом $l = \frac{l}{n}$ по оси x .

m - число разбиений по оси z ;

n - число разбиений по оси x .

Для каждого внутреннего узла оставляем разностное уравнение.

Для граничных узлов уравнения получаем исходя из граничных условий. Полученную систему $(m+1)(n+1)$ линейных уравнений с $(m+1)(n+1)$ неизвестными решаем методом итераций. Уравнения для этой цели приводим к такому виду:

$$t_{0,k} = t_{1k}, \quad 1 \leq k \leq n-1 \quad - \text{ для левой границы;}$$

$$t_{m,k} = \frac{t_{m-1,k}}{1+h h_1}, \quad 1 \leq k \leq n-1 \quad - \text{ для правой границы;}$$

$$t_{i,0} = \frac{t_{i,n}}{1-l h_2}, \quad 0 \leq i \leq m \quad - \text{ для нижней границы;}$$

$$t_{i,n} = \frac{t_{i,n-1}}{1+l h_3}, \quad 0 \leq i \leq m \quad - \text{ для верхней границы;}$$

$$t_{i,k} = \frac{1}{2} \frac{Q(z_0 + kl) h^2 e^2}{(e^2 + h^2)} + \frac{e^2 [2(z_0 + ih) + h]}{4(z_0 + ih)(e^2 + h^2)} t_{i+1,k} + \frac{e^2 [2(z_0 + ih) - h]}{4(z_0 + ih)(e^2 + h^2)} t_{i-1,k} + \frac{h^2}{2(e^2 + h^2)} (t_{i,m} + t_{i,n})$$

где $1 \leq i \leq m-1, 1 \leq k \leq n-1$ - для внутренних узлов.

За начальное приближение (нулевая итерация) для всех граничных точек берутся нули, а для внутренних узлов – свободные члены из выражения для $t_{i,k}$.

Точность решения зависит от частоты сетки, а также от точности решения системы линейных уравнений.

III. ОПИСАНИЕ ПРОГРАММЫ

I. Входные данные

Программа осуществляет описанный выше алгоритм, используя входные данные, вводимые с перфокарт в следующей последовательности:

00	m	n_{q-1}	n	n_q – число точек в таблице $Q(x)$.
	III-I			III – через столько итераций выдается
	ЗБ-I			контрольная информация на печать.
AK	0605			ЗБ – через столько контрольных выдач
	ε			происходит запись на барабан.
	R			ε – точность для решения системы
	L			линейных уравнений.
	m			$m \leq 100, n \leq 100$
	n			$mn \leq 1025$.
	λ			
	z_0			
	z_0			
	h_1			
	h_2			
	h_3			
	z_1			
	⋮			Таблица аргументов для $Q(x)$.
	⋮			
	z_{na}			
AK	0764			
	$Q(z_1)$			Таблица значений функции $Q(x)$.
	⋮			
	$Q(z_{na})$			

$K\Sigma$ – контрольная сумма для входных данных.

2. Структура программы

Программа состоит из отдельных блоков, которыми управляет блок-распорядитель, являющийся стержнем программы. Функции каждого блока указаны в его названии:

- 1) Блок настройки программы.
- 2) Блок вычисления констант.
- 3) Блок составления таблиц коэффициентов.
- 4) Блок вычисления нулевой итерации.
- 5) Блок вычисления очередной итерации.
- 6) Блок вывода результатов.

3. Краткая инструкция

Программа вводится с перфокарт. Входные данные вводятся в процессе работы программы. Количество обрабатываемых вариантов ограничено лишь наличием машинного времени. В процессе счета по заданному режиму выдается контрольная информация на печать. Печать результатов осуществляется после достижения точности в процессе выполнения итераций при решении системы линейных уравнений. Если необходимо прекратить счет до достижения точности ϵ , надо остановить машину по КРА 0360 и передать управление в ячейку 0366. При сбое передать управление в ячейку 0371.

4. Вывод результатов

Печать контрольной информации

N - число итераций
 m
 n
 h
 ϵ

$$\sum |t_{i,k}^{(n)}|$$

$$\sum |t_{i,k}^{(n)} - t_{i,k}^{(n-1)}|$$

$$G = \frac{\sum |t_{i,k}^{(n)} - t_{i,k}^{(n-1)}|}{\sum |t_{i,k}^{(n)}|}$$

Печать результатов:

K - номер строки , $0 \leq K \leq n$.

$z_0 + K \cdot h$

$t_{0,K}$

$z_0 + 0 \cdot h$

.....

$t_{i,K}$

$z_0 + i \cdot h$

.....

$t_{m,K}$

$z_0 + m \cdot h$

Для проверки программы было использовано аналитическое решение нестационарного уравнения для случая $h_3 = 0$, данное Т.Л.Перельманом /1/. Имело место совпадение результатов с отклонением от аналитического решения не более чем на 6% .

ЛИТЕРАТУРА

1. Перельман Т.Л. Температурное поле в конечном цилиндре с внутренними источниками тепла. ИФЖ, т.3, № 5, стр. 138, 1960.
2. Березин И.С. и Хидков Н.П. Методы вычислений, т.П. Физматгиз, М., 1960.
3. Демидович Б.П. и Марон И.А. Основы вычислительной математики. Физматгиз, М., 1960.
4. Ляшенко В.Ф. Программирование для цифровых вычислительных машин М-20, БЭСМ-3М, БЭСМ-4, М-220. Изд-во Советское радио, М, 1967.

Рукопись поступила в издательский отдел
10 декабря 1968 года.