

58

20/xii-68

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ЦЕНТРОМ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

11 - 4098



ЛАБОРАТОРИЯ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ  
ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ  
И АВТОМАТИЗАЦИИ

В.И.Кочкин, Е.П.Шабалин

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА МОНТЕ-КАРЛО  
К РАСЧЕТУ ИМПУЛЬСНОГО РЕАКТОРА  
С ПОДВИЖНЫМ ОТРАЖАТЕЛЕМ

1968

11 - 4098

В.И.Кочкин, Е.П.Шабалин

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА МОНТЕ-КАРЛО  
К РАСЧЕТУ ИМПУЛЬСНОГО РЕАКТОРА  
С ПОДВИЖНЫМ ОТРАЖАТЕЛЕМ



## 1. В в е д е н и е

В настоящее время серьезное внимание уделяется вопросам проектирования импульсных реакторов и бустеров на быстрых нейтронах периодического действия/1-4/. Они весьма удобны как мощные источники нейтронов для исследовательских целей. В таком реакторе активная зона из высококонцентрированного горючего, генерирующая нейтроны жесткого спектра, окружена водородосодержащими замедлителями. Часть отражателя, называемая "подвижным отражателем", укреплена на вращающемся коромысле и проходит при вращении мимо одной из сторон активной зоны, вызывая периодическое изменение коэффициента размножения/5/. Реактор с подвижным отражателем и замедлителем представляет собой весьма неоднородную и несимметричную систему, которую в рамках одномерных приближений можно рассчитать лишь весьма грубо. А отдельные характеристики импульсного реактора, такие как зависимость коэффициента размножения от положения подвижного отражателя, эффекты органов регулирования и т.д., требуют обязательного применения методик расчета реакторов в двух- и трехмерной геометрии.

Авторами этой статьи для расчета импульсного реактора с подвижным отражателем был применен метод Монте-Карло и составлена программа расчета характеристик такого реактора. Задается геометрия реактора и строятся траектории нейтронов в прямоугольной системе координат XYZ; границами пространственных зон служат плоскости, перпендикулярные координатным осям. Типичная схема рассчитываемого реактора показана на рис. 1.

## 2. Методика расчёта характеристик реактора

2-1. В ы ч и с л е н и е  $K_{эфф}$ . Для вычисления  $K_{эфф}$  используется метод расчёта по поколениям путем моделирования цепи размножения нейтронов/6/. Для улучшения сходимости и увеличения информации в данной программе при построении траекторий применен метод частичных делений. При этом для исключения возможности вырождения цепи нейтронов или нежелательного значительного количества одновременно существующих цепочек введен специальный алгоритм, оставляющий постоянным число нейтронов в одном поколении. Другие алгоритмы, преследующие те же цели, описаны в работах/7,8/.

Введем обозначения:

$x$  - координата в трехмерном пространстве;  $V$  - пространство точек (объем системы);  $E$  - энергия нейтрона;  $\Sigma_f(E, x)$ ,  $\Sigma_t(E, x)$  - макроскопические сечения взаимодействия нейтрона со средой;  $\nu(E, x)$  - среднее число нейтронов на деление.

Пусть задана последовательность точек деления  $(x_0^{(1)}, x_0^{(2)}, \dots, x_0^{(M)})$ . Из точек  $x_0^{(i)}$  последовательно, по одному из каждой точки испускаются нейтроны деления с весом  $w = 1$ , и строятся их траектории в пространстве изменения переменных  $x$  и  $E$ . При каждом столкновении нейтрона с "весом"  $w_j$  в точке  $x_1^{(i)}$  происходит деление с образованием

$$\eta_1^{(i)} = w_j \frac{\nu(x_1^{(i)}, E_j) \Sigma_f(x_1^{(i)}, E_j)}{\Sigma_t(x_1^{(i)}, E_j)}$$

новых нейтронов; при этом "вес" нейтрона уменьшается на величину

$$w_j \frac{\Sigma_f(x_1^{(i)}, E_j)}{\Sigma_t(x_1^{(i)}, E_j)}.$$

Траектория нейтрона прослеживается до поглощения его или вылета за границы рассматриваемого объема  $V$ . После "гибели" всех  $M$  нейтронов начального поколения мы будем иметь  $M_1$  ( $M_1$  - случайная величина) новых точек деления:

$x_1^{(1)}, x_1^{(2)}, \dots, x_1^{(M_1)}$  и  $\bar{f} = \sum_{j=1}^{M_1} \eta_j^{(j)}$  нейтронов следующего поколения; каждой точке деления поставлено в соответствие число нейтронов, "родившихся" в этой точке:  $\eta_1^{(1)} \rightarrow x_1^{(1)}, \eta_1^{(2)} \rightarrow x_1^{(2)}, \dots, \eta_1^{(j)} \rightarrow x_1^{(j)}, \dots$

$\dots, \eta_1^{(M_1)} \rightarrow x_1^{(M_1)}$ . Из последовательности  $(x_1^{(1)}, x_1^{(2)}, \dots, x_1^{(M_1)})$  выбираем случайным образом  $M$  точек "рождения" нейтронов следующего поколения  $(x_1^{(1)}, x_1^{(2)}, \dots, x_1^{(M)})$ , беря каждую точку с соответствующим ей весом  $p_1^{(j)} = \frac{1}{\bar{f}} \eta_1^{(j)}$  и т.д. для всех поколений.

Одновременно для каждого поколения вычисляется случайная величина

$k_1 = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^{M_1} \eta_1^{(j)}$ , являющаяся коэффициентом размножения нейтронов на одно поколение. Среднее значение этой величины есть эффективный коэффициент размножения:

$$k_{\text{эфф}} = \bar{k}_1 = \frac{1}{S - S_0} \sum_{i=S_0+1}^S k_i. \quad (1)$$

Здесь  $S$  - полное число рассчитанных поколений,  $S_0$  - число первых поколений, в которых равновесное распределение источников еще не установилось (о выборе  $S_0$  см. п.4). В первом поколении распределение нейтронов произвольно.

**2-2. Вычисление эффективности подвижного отражателя.** Под эффективностью подвижного отражателя  $\Delta k_{\text{ПО}}$  понимается разница в эффективном коэффициенте размножения для реактора с подвижным отражателем и без него при прочих неизменных условиях. Прямой способ расчёта, т.е. вычисление  $K_{\text{эфф}}$  для двух случаев, приводит к большой статистической ошибке. Точность оценки  $K_{\text{эфф}}$  порядка 0,5% для 1 часа работы машины, а значение искомой разности  $\Delta k$  составляет  $3 \frac{1}{2} \%$ . Поэтому оценка  $\Delta k$  осуществлялась с использованием теории возмущений первого порядка<sup>/9/</sup>, согласно которой изменение коэффициента размножения определяется формулой:

$$\Delta k_{\text{эфф}} = \frac{\Delta Q}{Q} k_{\text{эфф}},$$

где  $Q$  - скорость генерации ценности в реакторе, а  $\Delta Q$  - изменение скорости генерации ценности в результате малого возмущения в некоторой области реактора. В общем случае возмущения имеют место следующие соотношения:

$$\begin{aligned}
 Q &= \iiint \phi(\vec{r}, \vec{v}) \Sigma_f(\vec{r}, v) \Phi^*(\vec{r}, v) d\vec{r} d\vec{v}; \\
 \Delta Q &= - \iiint \phi(\vec{r}, \vec{v}) \delta \Sigma_t(\vec{r}, v) k_{\text{эфф}} \cdot \phi^*(\vec{r}, \vec{v}) d\vec{r} d\vec{v} + \\
 &+ \iiint \phi(\vec{r}, \vec{v}) \delta \Sigma_n(\vec{r}, \vec{v}, \vec{v}') k_{\text{эфф}} \phi^*(\vec{r}, \vec{v}') d\vec{r} d\vec{v} d\vec{v}' + \\
 &+ \iiint \phi(\vec{r}, \vec{v}) \delta \Sigma_f(\vec{r}, v) \Phi^*(\vec{r}, v) d\vec{r} d\vec{v}.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Интегрирование производится по всему объему реактора и во всем пространстве скоростей нейтронов  $\vec{v}$ ; введены следующие обозначения:

$\phi(\vec{r}, \vec{v})$  - поток нейтронов в точке  $\vec{r}$ , обладающих скоростью  $\vec{v}$ , в невозмущенной системе;  $\phi^*(\vec{r}, \vec{v})$  - ценность нейтрона в точке  $\vec{r}$ , обладающего скоростью  $\vec{v}$ , в невозмущенной системе;  $\Phi^*(\vec{r}, v)$  - суммарная ценность нейтронов, образующихся при делении ядра в точке  $\vec{r}$  нейтроном со скоростью  $v$ ;  $\Phi^*(\vec{r}, v) = \nu(\vec{r}, v) \int \chi(v') \phi^*(\vec{r}, \vec{v}') d\vec{v}'$ ;  $\nu(\vec{r}, v)$  - среднее число вторичных нейтронов на деление в точке  $\vec{r}$  нейтроном со скоростью  $v$ ;  $\chi(v)$  - спектр деления;  $\delta \Sigma_t$ ,  $\delta \Sigma_f$  и  $\delta \Sigma_n$  - соответственно возмущение полного сечения, сечения деления и дифференциального сечения рассеяния.

В схеме метода Монте-Карло, проследивая историю нейтрона из точки  $(\vec{r}, \vec{v})$  дальше до его "гибели", можно получить оценку для  $\phi^*(\vec{r}, \vec{v})$  как суммарную ценность нейтронов делений, вызванных этим нейтроном/10/. Тогда оценкой  $\Delta Q$  в формуле (2) будет суммарная ценность нейтронов дополнительных делений в результате возмущения. Очевидно, что в частном случае схемы реактора с подвижным отражателем для эффекта удаления подвижного отражателя можно записать следующее выражение:

$$\Delta Q = - \iint \phi_1(\vec{r}, \vec{v}) \Sigma_f(\vec{r}, v) \Phi^*(\vec{r}, v) d\vec{r} dv,$$

где  $\phi_1(\vec{r}, \vec{v})$  - поток нейтронов в точке  $(\vec{r}, \vec{v})$ , которые испытали по крайней мере одно столкновение в подвижном отражателе. Такие и только такие нейтроны вызывают дополнительные деления. В процессе построения нейтронных траекторий нейтроны, испытавшие столкновение в подвижном отражателе, получают некий признак  $\epsilon = 1$ , который в дальнейшем не меняется вплоть до "гибели" нейтрона (до первого столкновения в подвижном отражателе  $\epsilon = 0$ ).

Для оценки  $\Delta Q$  имеем:

$$\begin{aligned} \Delta Q &= \sum_i \epsilon_i w_i \frac{\Sigma_f(\vec{r}_i, v_i)}{\Sigma_t(\vec{r}_i, v_i)} \Phi^*(\vec{r}_i, v_i) = \\ &= \sum_i \epsilon_i w_i \frac{\nu(\vec{r}_i, v_i) \Sigma_f(\vec{r}_i, v_i)}{\Sigma_t(\vec{r}_i, v_i)} \phi_f^*(\vec{r}_i), \end{aligned}$$

где суммирование производится по всем столкновениям нейтронов при установившемся распределении источников нейтронов;

$$\phi_f^*(\vec{r}_i) = \int \chi(v') \phi^*(\vec{r}_i, \vec{v}') d\vec{v}'$$

средняя ценность нейтрона деления (считается, что спектр деления не зависит от энергии налетающего нейтрона);  $\epsilon_i$  - признак нейтрона при столкновении;  $w_i$  - его "вес".

Для  $Q$  имеем оценку

$$Q = \sum_i w_i \frac{\nu(\vec{r}_i, v_i) \Sigma_f(\vec{r}_i, v_i)}{\Sigma_t(\vec{r}_i, v_i)} \phi_f^*(\vec{r}_i).$$

В первом варианте программы ценность нейтронов деления не считывалась. Введем величины

$$\overline{\phi_{\epsilon}^*} = \frac{\sum_i \epsilon_i w_i \left( \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_t} \right)_i \cdot \phi_{fi}^*}{\sum_i \epsilon_i w_i \left( \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_t} \right)_i} -$$

среднюю по системе ценность нейтронов делений, вызванных отраженными из подвижного отражателя нейтронами, и

$$\overline{\phi_f^*} = \frac{\sum_i w_i \left( \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_t} \right)_i \phi_{fi}^*}{\sum_i w_i (\nu \Sigma_f / \Sigma_t)_i} -$$

среднюю по системе ценность нейтронов всех делений. Если считать, что

$$\overline{\phi_{\epsilon}^*} = \overline{\phi_f^*}, \text{ то}$$

$$\Delta k_{\text{по}} = \frac{1}{N} \sum_i \epsilon_i w_i \frac{\nu(\vec{r}_i, \nu_i) \cdot \Sigma_f(\vec{r}_i, \nu_i)}{\Sigma_t(\vec{r}_i, \nu_i)}, \quad (3)$$

где  $N$  - число разыгранных историй без учёта предварительных поколений (см. п. 2-1).

По физическим соображениям ясно, что нейтроны из подвижного отражателя вызывают деления главным образом на периферии активной зоны, где ценность делений меньше средней ценности по всему реактору. Следовательно, всегда  $\overline{\phi_f^*} > \overline{\phi_{\epsilon}^*}$ , однако разница едва ли велика. Точность величины  $\Delta k_{\text{по}}$ , рассчитанной по формуле (3), была проверена по экспериментальным данным (см. п.4).

Для уменьшения дисперсии оценки  $\Delta k_{\text{по}}$  в подвижном отражателе разыгрывается "вынужденное" соударение с "весом"  $w[1 - \exp(-\Sigma \ell)]$ , где  $\ell$  - расстояние до границы подвижного отражателя по направлению скорости нейтрона. "Вынужденное" соударение разыгрывается только в тех случаях, когда косинус угла между направлением скорости нейтрона и осью  $X$  (рис. 1) положителен.



2-3. В ы ч и с л е н и е э ф ф е к т а с м е щ е н и я п о д в и ж н о й ч а с т и о т р а ж а т е л я. Изменение  $K_{\text{эфф}}$  при малом смещении  $h$  подвижного отражателя по направлению оси  $Y$  из центрального положения также рассчитывалось по теории возмущений первого порядка. Эффект смещения определялся как разность двух возмущений - добавления к подвижному отражателю параллелепипеда размером  $H_x \times H_y \times h$  с одной стороны и удаления такого же объема с противоположной стороны (рис. 1). Для оценки дополнительных делений в активной зоне был применен следующий алгоритм. Когда нейтрон пересекает границы возмущенных областей, а скорость его направлена в возмущенную область, его траектория разветвляется. При попадании нейтрона на границу области I (на рисунке возмущенное положение отражателя обозначено пунктиром, невозмущенное - сплошной линией) строятся две ветви. В первой из них "вес" нейтрона считается равным  $w [1 - \exp(-\Sigma \ell)]$ , где  $w$  - "вес" нейтрона до попадания в область I и  $\ell$  - расстояние до границы области I по направлению скорости; разыгрывается "вынужденное" соударение в возмущенной области I, приписывается нейтрону признак  $\delta = +1$  и прослеживается траектория его в возмущенном реакторе до "гибели" нейтрона (поглощения или вылета из системы).

Во второй ветви нейтрону с "весом"  $w \exp(-\Sigma \ell)$  приписывается признак  $\delta = 1 - \exp(-\Sigma \cdot \ell)$  и строится траектория в невозмущенном реакторе до "гибели" нейтрона.

При попадании нейтрона на границу области II также строятся две ветви. В первой ветви нейтрону с "весом"  $w(1 - \exp[-\Sigma \ell])$  приписывается признак  $\delta = -1$ , разыгрывается "вынужденное" соударение в невозмущенной области II и дальше прослеживается траектория в невозмущенном реакторе. Во второй ветви нейтрон с "весом"  $w \exp(-\Sigma \ell_-)$  получает признак  $\delta = \exp \Sigma \ell - 1$  и строится траектория его в возмущенном реакторе. Однажды присвоенные признаки  $\delta$  не меняются; при "рождении" нейтрона  $\delta = 0$ . Нетрудно убедиться, что величина

$$\Delta Q = \sum_i \delta_i w_i \frac{\nu(\vec{r}_i, v_i) \sum_f (\vec{r}_i, v_i)}{\sum_t (\vec{r}_i, v_i)},$$

где суммирование производится по всем столкновениям нейтрона, будет оценкой числа нейтронов, "рожденных" дополнительно за счёт смещения отражателя. Опять допуская равенство средней ценности нейтронов делений, вызванных нейтронами с  $\delta \neq 0$ , и средней ценности нейтронов всех делений, получим для эффекта смещения оценку:

$$\delta k_{\text{по}} = \frac{1}{N} \sum_i \delta_i w_i \frac{\nu_i \sum_f f_i}{\sum_t t_i}. \quad (4)$$

2-4. В ы ч и с л е н и е среднего времени жизни нейтрона  $\tau$ . В уравнении одноточечной модели кинетики реактора наряду с эффективным коэффициентом размножения фигурирует вторая кинетическая характеристика, называемая "средним временем жизни ценности нейтрона в реакторе"  $\tau$ ;

$$\frac{dN}{dt} = \frac{[k_{\text{эфф}}(1-\beta) - 1]}{k_{\text{эфф}} \cdot \tau} \cdot N + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i.$$

В классическом определении

$$\tau = \frac{\iint \frac{1}{v} \phi(\vec{r}, \vec{v}) \cdot \phi^*(\vec{r}, \vec{v}) d\vec{r} d\vec{v}}{\iint \nu \Sigma_f \phi(\vec{r}, \vec{v}) \cdot \int \chi(v') \phi^*(\vec{r}, \vec{v}') d\vec{r} d\vec{v}'}$$

В приближении Монте-Карло  $\tau$  следует называть "средним временем между последовательными рожденьями нейтронов", или "средним временем, необходимым для генерации нейтрона в следующем поколении".

При моделировании нейтронных траекторий вычисляется время между последовательными столкновениями. Сумма этих времен по всем столкновениям нейтрона от момента "рождения" до  $i$ -го столкновения  $T_i$  есть время, необходимое для генерации  $w_i \frac{\nu(\vec{r}_i, v_i) \sum_f (\vec{r}_i, v_i)}{\sum_t (\vec{r}_i, v_i)}$

вторичных нейтронов в  $i$ -ом столкновении. Тогда

$$r = \frac{\sum_i T_i w_i (\nu \Sigma_f / \Sigma_t)_i}{\sum_i w_i (\nu \Sigma_f / \Sigma_t)_i} \quad (5)$$

где суммирование распространяется на все столкновения нейтронов. Полезно отметить, что так называемое "время жизни поколения нейтронов"  $\ell^* = r \cdot k_{\text{эфф}}$ .

### 3. Математические модели процессов взаимодействия нейтронов с веществом

3-1. Энергия и скорость. В описываемой программе расчёта реактора применяется многогрупповое приближение для описания процессов взаимодействия нейтронов с ядрами<sup>/11/</sup>. Весь интервал изменения энергии нейтронов (от 10,5 Мэв до 0) разбит на подинтервалы, и в каждом из них константы взаимодействия нейтронов с веществом считаются не зависящими от энергии нейтронов. Принимается, что нейтрон имеет только дискретные значения энергии и скорости. Среднегрупповое значение скорости рассчитывалось так же, как в работе<sup>/4/</sup>. Для повышения точности определения  $r$  необходимо иметь достаточно большое число групп; нами была использована 26-групповая система констант<sup>/12/</sup>.

3-2. Процесс рассеяния. Во всем объеме реактора, за исключением подвижного отражателя (п. 3-4), и для всех ядер, кроме водорода (п. 3-3), распределение рассеянных нейтронов считалось изотропным. Анизотропия упругого рассеяния учитывалась в транспортном приближении, т.е. сечение упругого рассеяния уменьшалось в  $(1 - \mu_0)$  раз, где  $\mu_0$  - средний косинус угла рассеяния. Нейтрон при упругом рассеянии может либо перейти в соседнюю нижнюю энергетическую группу с вероятностью

$$\sum_i \frac{\xi_j^{(i)} \sigma_{s,j}^{(i)} \rho^{(i)}}{\Delta u_j} \times \frac{1}{\sum_i \sigma_{s,j}^{(i)} (1 - \mu_{e,j}^{(i)}) \rho^{(i)}} \quad ,$$

либо остаться в той же группе; в приведенной выше формуле суммирование производится по всем элементам, кроме водорода, присутствующим в зоне с соответствующими ядерными концентрациями  $\rho^{(i)}$ . Неупругое рассеяние считалось изотропным; вероятности переходов в нижние энергетические группы при неупругом рассеянии задаются матрицей, элементы которой есть

$$P_{j,k} = \frac{\sum_i \rho^{(i)} \sigma_{inj,k}^{(i)}}{\sum_i \rho^{(i)} \sigma_{inj}^{(i)}} .$$

Здесь  $j$  - номер энергетической группы нейтрона до столкновения;  $k = 0, 1, \dots, (11-j)$  - изменение номера энергетической группы в результате столкновения;  $\sigma_{inj,k}$  - сечение перехода из группы  $j$  в группу  $(j+k) / 12$ ;  $\sigma_{inj}$  - сечение неупругого рассеяния.

Неупругое рассеяние в группы выше одиннадцатой несущественно.

**3-3. Рассеяние на водороде.** Угловое распределение нейтронов при рассеянии на водороде моделировалось точно. Косинус угла между направлениями скорости нейтрона до столкновения и после столкновения в лабораторной системе координат при рассеянии нейтрона на протоне есть  $\mu_0 = \sqrt{E_{i+1}/E_i}$ , где  $E_i$  и  $E_{i+1}$  - соответственно энергия нейтрона до и после столкновения, а распределение рассеянных нейтронов по энергиям равномерно в энергетическом интервале  $(0, E_i)$ . Поэтому  $E_{i+1} = \gamma E_i$  и  $\mu_0 = \sqrt{\gamma}$ , где  $\gamma$  - случайная величина, равномерно распределенная в интервале  $(0, 1)$ . Вероятность перехода нейтрона энергетической группы  $j$  в группу с номером  $K$  при рассеянии на протоне подчиняется соотношению

$$P_{j,k} = \int_{E_{Nj}}^{E_{bj}} \frac{\Delta E_k}{E} p(E) dE = \int_{E_{Nj}}^{E_{bj}} \frac{\Delta E_k}{E} \cdot \frac{\phi(E) \sum_{nH} (E) dE}{\int_{E_{Nj}}^{E_{bj}} \phi(E') \sum_{nH} (E') dE'} , \quad (6)$$

где  $\Delta E_k$  - ширина группы  $K$ ,  $E_{Nj}$  и  $E_{bj}$  - соответственно нижняя и верхняя границы группы  $j$ ,  $p(E) dE$  - вероятность для нейтрона иметь до столкновения энергию  $(E, E+dE)$ ,  $\sum_{nH}$  - макрокопи-

ческое сечение рассеяния на водороде,  $\phi(E)$  - спектр нейтронов внутри группы.

Припишем нейтрону до столкновения некоторое среднегрупповое значение энергии  $\bar{E}_j$ , такое, чтобы соблюдалось соотношение

$$P_{j,k} = \Delta E_k / \bar{E}_j. \quad (7)$$

Приравнявая (6) и (7), получим

$$\bar{E}_j = \int_{E_{nj}}^{E_{bj}} \phi(E) \Sigma_{sH}(E) dE / \int_{E_{nj}}^{E_{bj}} \frac{1}{E'} \phi(E') \Sigma_{sH}(E') dE'. \quad (8)$$

Теперь можно вычислить энергию нейтрона после столкновения  $E_{i+1} = \bar{E}_j$ , а номер группы  $k$  определяем из соотношения

$$E_{nk} \leq E_{i+1} < E_{bk}.$$

$\bar{E}_j$  определялось по формуле (8) для  $\Sigma_{sH} = \text{const}$  в каждой группе; в первых 3-х группах  $\phi(E)$  считалось как спектр деления, в группах 7,8,9  $\phi(E) = \text{const}$ , а в остальных группах  $\phi(E) = 1/E$ .  $\phi(E) = \text{const}$  является более хорошим приближением к реальному спектру в реакторах на быстрых нейтронах, нежели спектр Ферми.

3-4. Р а с с е я н и е в п о д в и ж н о м о т р а ж а т е л е.  
При моделировании траекторий в подвижном отражателе учитывается анизотропия углового распределения упругорассеянных нейтронов в интервале энергий 0,1 + 4 Мэв. Для энергий  $E > 4$  Мэв рассеяние в основном направлено вперед, а для  $E < 0,1$  Мэв анизотропия мала; в двух этих предельных случаях транспортное приближение работает хорошо. Введение в расчёт Монте-Карло анизотропного рассеяния на ядрах элементов, составляющих подвижный отражатель, продиктовано желанием улучшить точность определения  $\delta k_{\text{по}}$  - эффекта изменения  $k_{\text{эфф}}$  от смещения подвижного отражателя.

На примере одномерного односкоростного реактора можно показать влияние анизотропии углового распределения на эффекты малого пространственного возмущения около границы реактора. Пусть в реакторе в виде плоско-параллельной пластины с отражателем изменяется толщина отражателя на малую величину  $\Delta x$ . Для эффекта изменения  $k_{эфф}$  по односкоростной теории возмущений первого порядка имеем:

$$\frac{\delta k_{эфф}}{k_{эфф}} = \frac{\Delta Q}{Q},$$

где  $Q$  - скорость генерации ценности во всем невозмущенном реакторе,

а

$$\Delta Q = \Delta x \left[ \int_{-1}^{+1} \phi(x_0, \mu) \Sigma_a \int_{-1}^{+1} g(\mu \rightarrow \mu') \phi^*(x_0, \mu') d\mu' d\mu - \int_{-1}^{+1} \phi(x_0, \mu) \Sigma_s \phi^*(x_0, \mu) d\mu \right] -$$

изменение скорости генерации ценности из-за эффекта увеличения толщины отражателя на  $\Delta x$ ;  $x_0$  - координата внешней границы отражателя;  $\mu$  - косинус угла между направлением скорости нейтрона и положительным направлением координатной оси  $x$ . Предполагается, что в отражателе делений нет. Имея в виду, что в односкоростном приближении  $\phi^*(x, \mu) = \phi(x, -\mu)$  и граничные условия  $\phi(x_0, \mu) = 0$  для  $\mu < 0$ , получим:

$$\Delta Q = \Delta x \Sigma_a \int_0^1 \phi(x_0, \mu) d\mu \left( \int_{-1}^0 g(\mu \rightarrow \mu') \phi(x_0, -\mu') d\mu' \right).$$

$g(\mu \rightarrow \mu') d\mu'$  есть вероятность "попадания" нейтрона в интервал  $(\mu', \mu' + d\mu')$ , если до рассеяния он имел направление  $\mu$ . Индикатрисса рассеяния  $g$  зависит лишь от косинуса угла между начальным и конечным направлениями скорости нейтрона, т.е.

$$g(\mu \rightarrow \mu') = g(\mu_0) = g(\mu \cdot \mu' + \sqrt{(1-\mu^2)(1-\mu'^2)}) .$$

Рассмотрим два частных вида рассеяния.

### 1. Транспортное приближение.

$$\Sigma_{\text{тр}} = \Sigma_{\text{с}} (1 - \mu_{\text{с}}) \quad \text{и} \quad g(\mu_{\text{с}}) = \frac{1}{2}.$$

$\mu_{\text{с}}$  - средний косинус угла рассеяния. Для  $\Delta Q$  имеем:

$$\Delta Q_{\text{тр}} = \frac{\Delta x}{2} \Sigma_{\text{с}} (1 - \mu_{\text{с}}) \int_0^1 \phi(x_0, \mu) d\mu \left( \int_{-1}^0 \phi(x_0, -\mu') d\mu' \right) = \frac{\Delta x}{2} \Sigma_{\text{с}} (1 - \mu_{\text{с}}) \phi_0^2,$$

если ввести  $\phi_0 = \int_0^1 \phi(x_0, \mu) d\mu$  - интегральный поток в точке  $x_0$ .

### 2. $P_1$ - приближение к индикатриссе рассеяния.

$$g(\mu_{\text{с}}) = \frac{1}{2} (1 + 3\mu_{\text{с}} \cdot \mu_{\text{с}}) \quad \text{для} \quad \mu_{\text{с}} \leq \frac{1}{3},$$

$$\Sigma_{\text{P}_1} = \Sigma_{\text{с}}.$$

$$\Delta Q_{\text{P}_1} = \frac{\Delta x}{2} \Sigma_{\text{с}} \int_0^1 \phi(x_0, \mu) d\mu \times$$

$$\times \int_{-1}^0 (1 + 3\mu_{\text{с}} \cdot \mu_{\text{с}}) \phi(x_0, -\mu') d\mu' =$$

$$= \frac{\Delta x}{2} \Sigma_{\text{с}} \left[ \phi_0^2 - 3\mu_{\text{с}} \left( \int_0^1 \mu \phi d\mu \right)^2 + 3\mu_{\text{с}} \left( \int_0^1 \sqrt{1-\mu^2} \phi d\mu \right)^2 \right].$$

Если принять, что  $\phi(x_0, \mu) = 2\phi_0 \cdot \mu$  для  $\mu > 0$ , то получим:

$$\Delta Q_{\text{P}_1} = \frac{\Delta x}{2} \Sigma_{\text{с}} \phi_0^2.$$

Отношение эффектов  $\frac{\delta k_{\text{тр}}}{\delta k_{\text{P}_1}} = \frac{\Delta Q_{\text{тр}}}{\Delta Q_{\text{P}_1}} = 1 - \mu_{\text{с}}$ , т.е. расчи-

танный эффект в транспортном приближении оказывается меньшим, нежели в  $P_1$  - приближении. Более точные модели рассеяния могут дать большее отличие от транспортного приближения.

Угловое распределение нейтронов при анизотропном рассеянии представлялось разложением дифференциального сечения рассеяния в ряд по полиномам Лежандра с точностью до четвертого полинома:

$$\Sigma_s(\mu) = \frac{\Sigma_s}{4\pi} \sum_{\ell=0}^4 \omega_\ell P_\ell(\mu),$$

$\Sigma_s$  - полное макроскопическое сечение рассеяния,  $\omega_\ell$  - коэффициенты при полиномах Лежандра. Согласно общей идеологии многогруппового представления  $\omega_\ell$  следует усреднить внутри каждой энергетической группы. Пусть в среде присутствует несколько элементов с разным видом индикатриссы рассеяния, причём угол рассеяния не связан с потерей энергии (в противном случае надо рассматривать каждый элемент отдельно). Тогда среднее число рассеяний нейтрона группы  $j$  на пути в 1 см в единицу телесного угла вблизи  $\mu$  будет:

$$N_j(\mu) = \frac{1}{4\pi} \sum_i \int_{E_{Hj}}^{E_{b_j}} \sigma_s^{(i)}(E) \rho^{(i)} \sum_{\ell=0}^4 \omega_\ell^{(i)}(E) P_\ell(\mu) \phi(E) dE, \quad (9)$$

где  $i$  - индекс элемента; величина  $\frac{\sigma_s^{(i)}(E)}{4\pi} \sum_{\ell=0}^4 \omega_\ell^{(i)} P_\ell(\mu)$  - макроскопическое дифференциальное сечение рассеяния  $i$ -го элемента при энергии нейтрона  $E$ ; остальные обозначения те же, что и выше.

Положим

$$N_j(\mu) = \frac{\Sigma_{sj}}{4\pi} \sum_{\ell=0}^4 \omega_{\ell j} P_\ell(\mu) \int_{E_{Hj}}^{E_{b_j}} \phi(E) dE, \quad (10)$$

где  $\Sigma_{sj}$  и  $\omega_{\ell j}$  - среднегрупповые значения соответственно макроскопического сечения рассеяния и коэффициента при полиноме Лежандра степени  $\ell$  в разложении макроскопического среднегруппового сечения рассеяния. Приравнивая коэффициенты при полиномах Лежандра одинаковой степени в правых частях выражений (9) и (10), получим



$$\omega_{\ell_j} = \sum_i \rho^{(i)} \sigma_{s_j}^{(i)} \omega_{\ell_j}^{(i)} / \sum_{s_j} \quad (11)$$

где

$$\sigma_{s_j}^{(i)} = \int_{E_{H_j}}^{E_{b_j}} \sigma_s^{(i)}(E) \phi(E) dE / \int_{E_{H_j}}^{E_{b_j}} \phi(E) dE, \quad (12)$$

$$\omega_{\ell_j}^{(i)} = \int_{E_{H_j}}^{E_{b_j}} \sigma_s^{(i)} \phi(E) \omega_{\ell}^{(i)}(E) dE / \int_{E_{H_j}}^{E_{b_j}} \sigma_s^{(i)} \phi(E) dE,$$

а  $\sum_{s_j}$  находится из условия  $\frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \sum_{\ell=0}^4 \omega_{\ell_j} P_{\ell}(\mu) d\mu = 1$ :

$$\sum_{s_j} = \sum_i \rho^{(i)} \sigma_{s_j}^{(i)}.$$

Нами были рассчитаны среднегрупповые значения коэффициентов  $\omega_{\ell_j}$  для Fe и Be по формуле (12) в энергетических группах от 3 до 8 из 26- групповой системы констант/12/ в интервале энергий 0,1 +4,0 Мэв. Спектр в группах принимался так, как указано в п. 3-3. Значения функций  $\sigma_s(E)$  и  $\omega_{\ell}(E)$  для железа и бериллия, используемых в расчётах, определялись из экспериментальных данных по рассеянию в работах/13-17/. Полученные значения  $\omega_{\ell_j}$  для железа и бериллия приведены в табл. 1.

Угловое распределение неупруго рассеянных нейтронов в подвижном отражателе считалось изотропным; величина потери энергии при упругом и неупругом рассеянии определялась так же, как указано в п. 3-2. Если подвижный отражатель состоит из смеси элементов, то значения  $\omega_{\ell_j}$  определяются по формуле (11).

3-5. Медленные нейтроны ; реакция  $(n, 2n)$  .  
 Если в процессе замедления нейтрон переходит верхнюю границу 26-ой "тепловой" группы ( $E = 0,215$  эв), то его история дальше не рассматривается. Отказ от моделирования процесса переноса медленных нейтронов уменьшает время счёта, не приводя к потере полезной информации для оценки  $K_{эфф}$ ,  $\Delta k_{по}$ ,  $\delta k_{по}$  и  $\tau$ , так как активная зона импульсного реактора на быстрых нейтронах экранирована от "тепловых" нейтронов. Реакция  $(n, 2n)$  рассматривается отдельно от неупругого рассеяния только для  $^{235}\text{U}$ .

#### 4. Некоторые результаты работы с программой

4-1. Выбор числа нейтронов в одном поколении и числа предварительных историй. Число нейтронов в одном поколении  $M$  следует брать достаточно высоким, чтобы  $K_{эфф}$  сходилось к правильному значению [7]. Обычно берут  $M = 100$  +  $200$ . Однако ввиду ограниченной "памяти" ЭВМ БЭСМ-3М, для которой была реализована программа,  $M$  должно быть существенно меньше, чем  $\frac{500}{\alpha}$ , где  $\alpha$  - среднее число столкновений нейтрона в активной зоне, иначе будет пропадать информация о точках деления. В исследованных нами системах  $\alpha = 5$  +  $10$ . Анализ пробных расчётов показал, что получаются удовлетворительные результаты уже для  $M = 20$ . Типичный характер сходимости  $K_{эфф}$  при различных значениях  $M$  приведен на рис. 2.

Нейтроны первого поколения генерируются в одной фиксированной точке пространства. Чтобы произвольный характер начального распределения не сказывался на окончательном результате, при расчёте величин по формулам (1), (3)-(5) учитываются лишь нейтроны поколений, начиная с некоторого  $S_0$ .

Как показали расчёты, достаточно исключить из рассмотрения первую 1000 историй.

4-2. Сходимость и точность вычисления. На рис. 2-4 приведены типичные графики сходимости рассчитываемых величин  $K_{эфф}$ ,  $\tau$ ,  $\Delta k_{по}$  и  $\delta k_{по}$ . При моделировании 10000 историй  $K_{эфф}$  получается с относительной точностью  $0,5 \pm 1\%$ , а  $\Delta k_{по} - 2 \pm 3\%$ . Время счёта системы с объемом активной зоны около 10 литров и отражателем толщиной  $5 \div 10$  см составляет  $5 \pm 6$  минут на 1000 историй на ЭВМ БЭСМ-3М. Быстрота сходимости  $\tau$  сильно зависит от наличия водорода в отражателе; для реактора, не содержащего водород, точность расчёта  $\tau$  порядка 1% на 10000 историй (рис. 3). Наихудшую скорость сходимости имеет  $\delta K_{эфф}$ -эффект сдвига подвижного отражателя. Сходимость  $\delta K_{эфф}$  существенно зависит от величины смещения подвижного отражателя, для которой определяется  $\delta K_{эфф}$ . При эффекте  $\delta k_{по} = 10^{-2}$  точность оценивается в 20% для 10000 историй.

4-3. Результаты расчёта экспериментальных сборок и реакторов. По описанной методике были рассчитаны некоторые характеристики действующего импульсного реактора ИБР/18/, критической сборки импульсного реактора на быстрых нейтронах с подвижным отражателем SORA /19/ и критической сборки без отражателя Jezebell /20/. Для двух этих реакторов характерны сильная неоднородность свойств по объему и трехмерная геометрия. Результаты приведены в табл. 2.  $\Delta k_{по}$  для SORA, полученные нами (рис. 5), несколько выше экспериментальных значений, так как в расчёте ценность всех нейтронов деления считалась постоянной (п. 2-2). Расчётные значения  $K_{эфф}$  и среднего времени жизни нейтронов  $\tau$  по методу Монте-Карло находятся в лучшем согласии с экспериментом, нежели расчёты в  $P_1$ -приближении метода сферических гармоник для сферически-симметричных систем. Сильно завышенные значения  $K_{эфф}$  для SORA следует, видимо, объяснить недостаточно точным моделированием реальной системы в сферической и в XYZ-геометрии. Значения  $K_{эфф}$  для сборки Jezebell пересчитаны к сфере по лапласиану.

Авторы глубоко признательны А.Д.Франку-Каменецкому и Г.А.Михайлову за ценные консультации и обсуждения изложенной методики.

## Л и т е р а т у р а

1. Pulsed Neutron Research. Proceedings of a Symposium, Karlsruhe, May 1965. JAEA, Vienna, 1965.
2. Intense Neutron Sources. Proceedings of a U.S. Atomic Energy Commission ENEA Seminar, Santa Fe, September 1966.
3. Research Application of Nuclear Pulsed Systems, Proceedings of a Panel, Dubna, July 1966. JAEA, Vienna 1967.
4. Е.П.Шабалин, Г.Н.Погодаев. К вопросу оптимизации импульсного реактора на быстрых нейтронах. Преприят ОИЯИ, 2708, Дубна, 1966.
5. I.A.Larrimore, R.Hass, K.Giegerich and V.Raievski and W.Kley. The SORA Reactor: Design Status Report, Seminar on Intense Neutron Sources, Santa Fe, 1966.
6. Н.П.Бусленко, Д.И.Голенко, И.М.Соболь, В.Г.Срагович, Ю.А.Шрейдер. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло). М., Физматгиз, 1963.
7. Г.А.Михайлов, Ж.выч.мат. и мат. физики, 6, 71 (1966).
8. H.Riefm, H.Kschwendt, A.Monte-Carlo. Approach to the Calculation of Characteristic Reactor Parameters in Three - Dimensional Assemblies. Proceedings of the Conference on the Application of computing methods to reactor problems, May 1965, ANL-7050, p.581.
9. Л.Н.Усачев. Уравнение для ценности нейтронов кинетического реактора и теория возмущений. В сб. „Реакторостроение и теория реакторов.“ М., Изд-во АН СССР, 1955, 251-265.
10. Г.А.Михайлов. Ж.выч.мат. и мат.физики, 6, 380 (1966).
11. А.Д.Франк-Каменецкий. Атомная энергия, 16, 119 (1964).
12. Л.П.Абагян, Н.О.Базазянц, И.И.Бондаренко, М.Н.Николаев. Групповые константы для расчёта ядерных реакторов. Атомиздат, 1964.

13. Reactor Physics Constants. ANL-5800,  
July 1963.
14. Бюллетень информационного центра по ядерным данным. Выпуск второй.  
Атомиздат, 1965.
15. Angular Distributions in Neutron Induced Reactions, BNL-400,  
v I, 1962.
16. Angular Distributions in Neutron Induced Reactions, BNL-400,  
v II, 1962.
17. Neutron Cross Sections, BNL-325,  
v II A, 1965.
18. Г.Е.Блохин и др. Атомная энергия, 10, 437 (1961).
19. G. Kistner, J.T. Michalezo. Transactions ANS, v.9, I, 184  
(1966).
20. См. /13/, стр. 582 и 617.

Рукопись поступила в издательский отдел  
8 октября 1968 года.

Таблица I

Среднегрупповые значения  $\omega_l$  для железа и бериллия.Железо

Номер группы	3	4	5	6	7	8
$\omega_1$	1,42	0,92	0,72	0,48	0,24	0,13
$\omega_2$	1,88	1,45	1,05	0,42	0,18	0
$\omega_3$	1,50	0,85	0,36	0,04	0	0
$\omega_4$	0,77	0,40	0,24	0,08	0	0
$\mu_0$	0,47	0,31	0,24	0,16	0,08	0,04

Бериллий

Номер группы	3	4	5	6	7	8
$\omega_1$	0,87	0,67	0,67	0,38	0,30	0,22
$\omega_2$	1,65	0,56	0,28	0,15	0,02	0,04
$\omega_3$	1,15	0,18	0,09	0,05	-0,02	-0,01
$\omega_4$	0,36	0,07	0,05	0,05	0,05	0,05
$\mu_0$	0,29	0,22	0,22	0,13	0,10	0,07

Таблица 2

Экспериментальные и расчетные характеристики реакторов

	IBP			SOVA			Jesebell		
	Экспер.	Расчет $P_i$	Монте-Карло	Экспер.	Расчет $P_i$	Монте-Карло	Экспер.	Расчет $P_i$	Монте-Карло
Коэффициент размножения	1,00	0,91	0,997 $\pm$ 0,004	1,00	1,084	1,048 $\pm$ 0,003	1,00	0,84	1,023 $\pm$ 0,003
Среднее время жизни нейтрона, $\times 10^8$ сек	1,3 $\pm$ 0,2	1,43	1,15 $\pm$ 0,01	2,0	2,47	1,82 $\pm$ 0,02	0,30 $\pm$ 0,01	0,45	0,291 $\pm$ 0,001
Эффективность подвижного отражателя, $\times 10^2$ .	-	-	-	4,2	4,76	4,5 $\pm$ 0,1	-	-	-
Эффект сдвига подвижного отражателя на 1 см, $\times 10^4$ .	-	-	-	2,56	2,7	2,25 $\pm$ 0,25	-	-	-

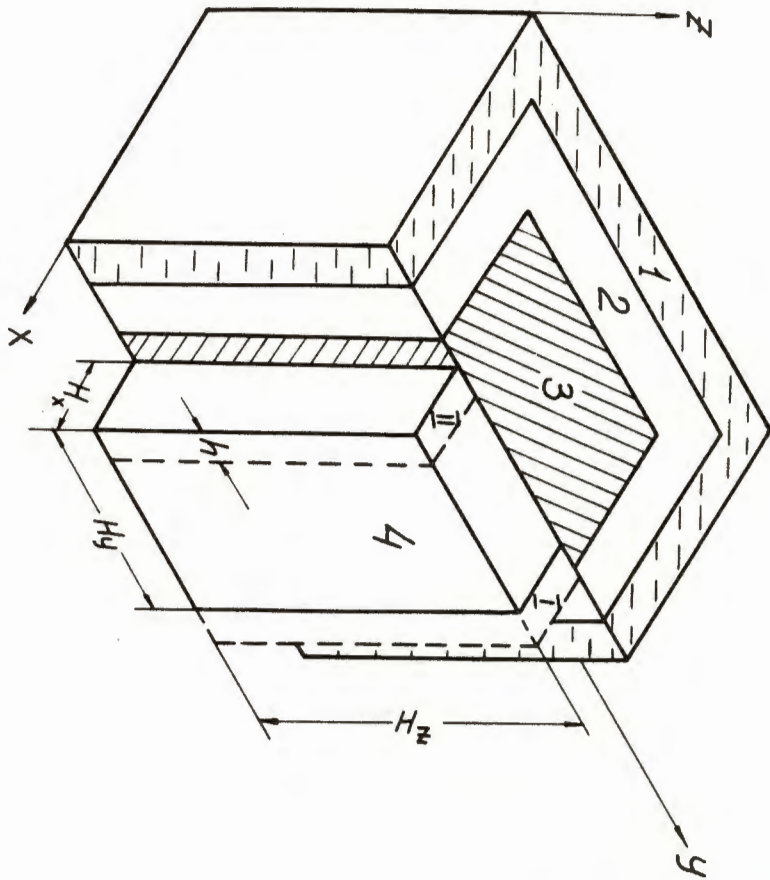


Рис. 1. Схема модели реактора с подвижным отражателем: 1 - замедлитель нейтронов; 2 - стационарный отрагатель; 3 - активная зона; 4 - подвижный отрагатель.

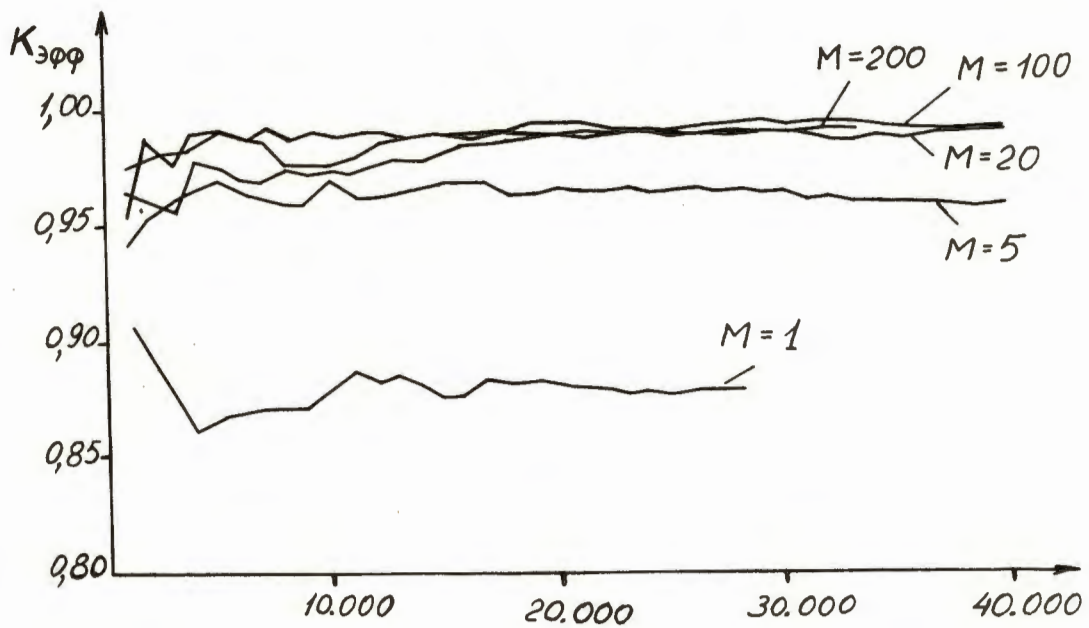


Рис. 2. Сходимость коэффициента размножения нейтронов  $k_{эфф}$  в зависимости от числа нейтронов в поколении  $M$ ; по оси абсцисс - число разыгранных историй.

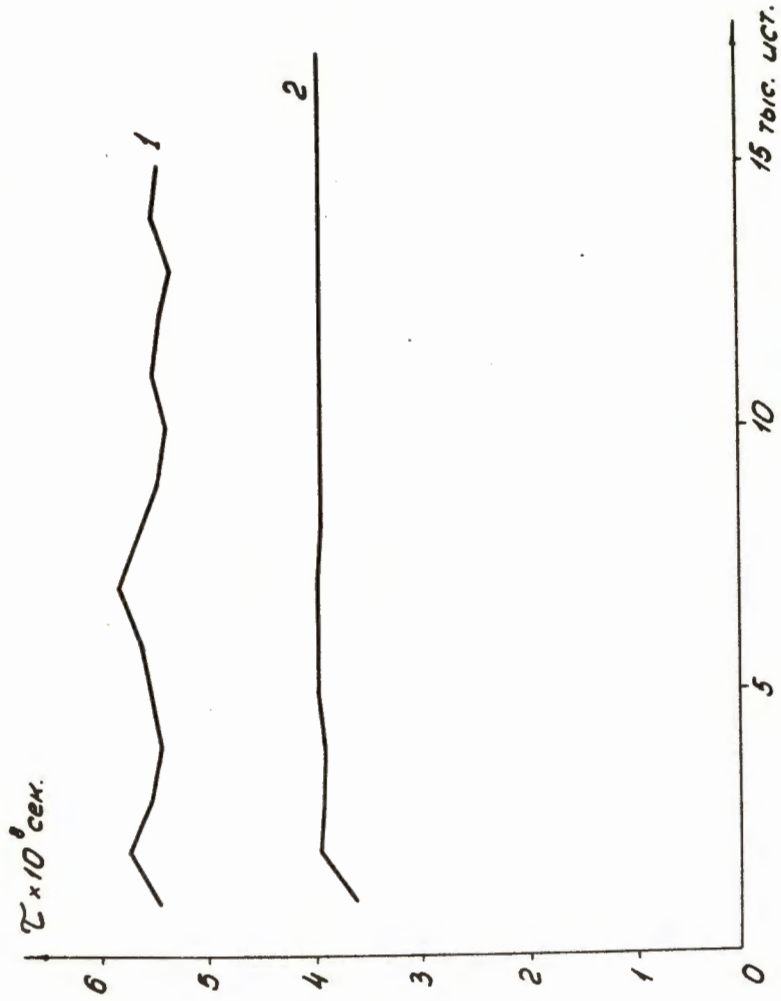


Рис. 3. Сходимость среднего времени жизни нейтронов  $\tau$ ; кривая 1 - водородосодержащий замедлитель имеетя; кривая 2 - замедлитель отсутствует.

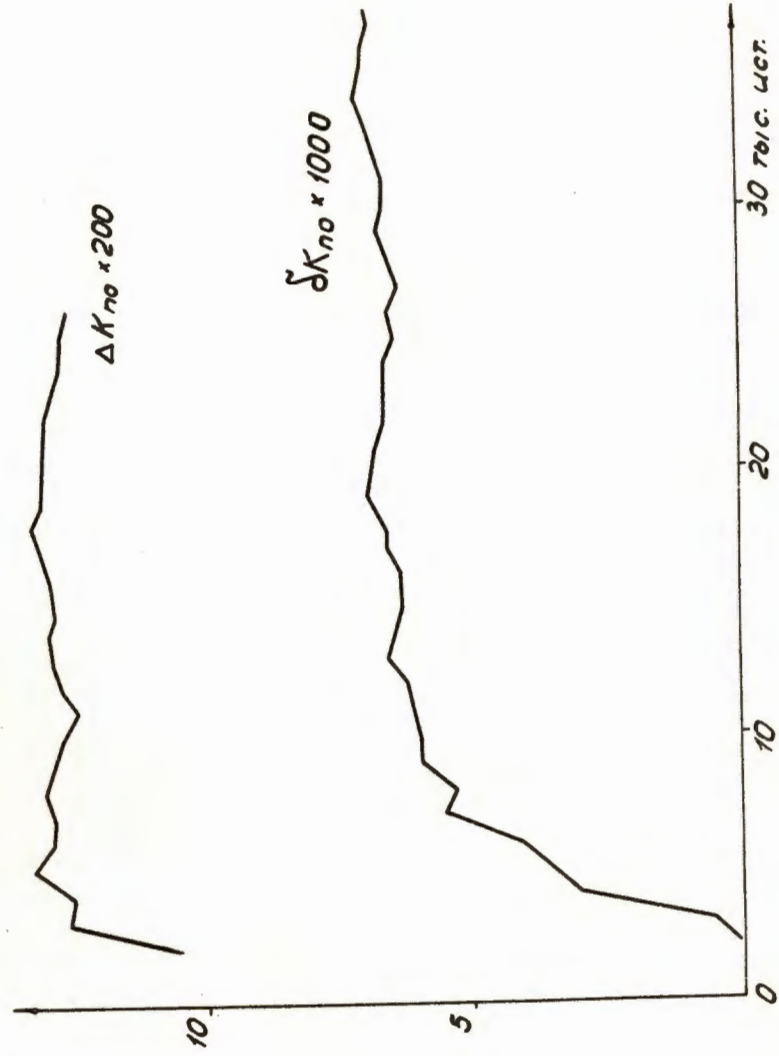


Рис. 4. Сходимость эффективности подвижного отражателя  $\Delta k_{\text{eff}}$  по и величине  $\Delta k_{\text{eff}}$  - изменения кэфф при смещении подвижного отражателя на некоторое расстояние.



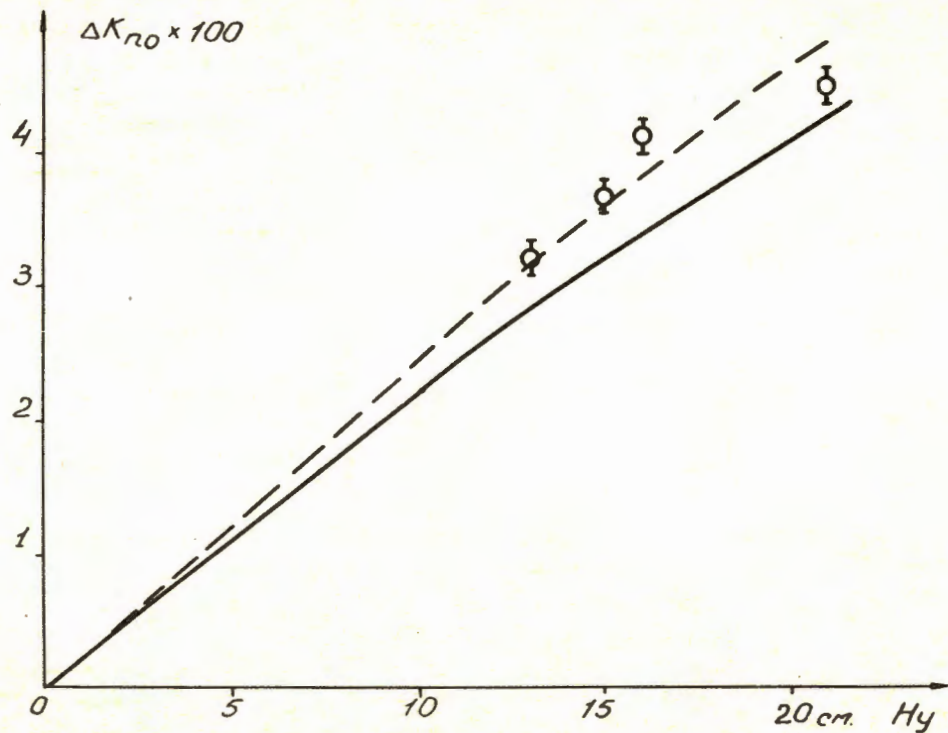


Рис. 5. Эффективность подвижного отражателя  $\Delta k_{по}$  как функция размера отражателя  $H_y$ ; сплошная кривая - эксперимент/19/; точки - расчёт по методу Монте-Карло; пунктирная кривая - экспериментальные значения, увеличенные в 1,15 раза.