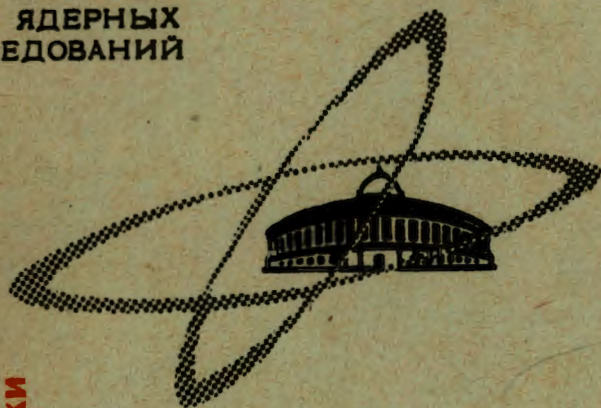


ЖС-349

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

11 - 4074

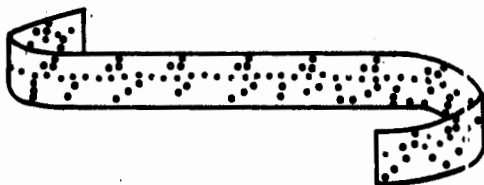


Б.Жаргал, Л.Нефедьева, Д.Цедендамба

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ
И АВТОМАТИЗАЦИИ

1968



11 - 4074

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
АВТА**

**БИБЛИОТЕКА СТАНДАРТНЫХ ПРОГРАММ НА ЭВМ
"МИНСК-2" И "МИНСК-22"**

Б.Жаргал, Л.Нефедьева, Д.Цедендамба

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ

**Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА**

7548/2. нр.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	Стр.
1. СП-20. Умножение матриц	7
2. СП-21. Обращение матриц	9
3. СП-22. Вычисление определителей методом исключения с выбором главного элемента	14
4. СП-23. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом исключения с выбором главного элемента	19
5. СП-24. Умножение матрицы на вектор	24
6. СП-26. Накопление матрицы Грамма	26
7. СП-31. Вычеркивание строк и столбцов матрицы . . .	31
8. СП-32. Скалярное произведение векторов с заданной матрицей	33
9. Список используемой литературы	36

ПРЕДИСЛОВИЕ

Данная работа является одной из составных частей серии библиотеки стандартных программ на ЭВМ Минск-2 и Минск-22, которая публикуется ЛВТА ОИЯИ в г.Дубне.

Предлагаемые стандартные программы являются необходимым набором программ, позволяющим решать задачи из области линейной алгебры.

Все предлагаемые СП могут работать с информацией, находящейся в любом кубе памяти ЭВМ.

СП-20

Умножение матриц

Описание алгоритма

СП-20 вычисляет матрицу C , которая является произведением матрицы A на матрицу B .

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1k} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nk} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1k} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mk} \end{pmatrix},$$

$$C_{ij} = \sum_{l=1}^m a_{il} \times b_{lj},$$

$$1 \leq i \leq n \quad 1 \leq j \leq k,$$

где $n + m + k \leq 63_m$.

Обращение к СП-20

СП-20 оформлена как стандартная подпрограмма в системе МИС-1.

Для обращения к ней необходимо задать три подряд идущие команды:

```
x-1      -      3I   00   7400   0017 ,
  x        +      20   i1   A1   B1 ,
где: x+1      n   i2   km   C1 ,
```

A_1 - начало матрицы A ,

B_1 - начало матрицы B ,

C_1 - начало матрицы C ,

n - число строк матрицы A ,

m - число столбцов матрицы A ,

k - число столбцов матрицы B ,

A, B, C - расписываются по строкам; матрицы A и B сохраняются,

i_1, i_2 - индексные ячейки.

Характеристика программы

Длина СП ($n - I$) 0054
 Количество нестандартных констант 0003
 Рабочие ячейки 0040-0046

СП-20									
2000	-	10	00	0013	0045				
1	-	10	00	0014	0046				
2	-	31	00	7557	7574	к БЗИ	7600(+00 15 A_1 0000)		
							7604(+00 16 0000 B_1)		
							0015(+xx xx ΔA_1 0000)		
							0016(+xxxx 0000 ΔB_1)		
3	+	70	00	7731	0016		0016(+00 00 0000 Δ_B)		
4	+	71	00	7732	0015		(+00 00 Δ_A 0000)		
5	+	12	00	0016	0016		0016(+00 00 0000 Δ_B)		
6	+	71	00	7751	7604		(+0000 0000 B_1) (
7	+	77	00	7600	0000		(+00 15 A_1 B_1)		
2010	+	13	00	0016	0000				
1	+	76	00	2051	2036		(+35 15 A_1 B_1)		
2	+	71	17	0000	7740		(+ n 00 0000 0000)		
3	+	23	00	7725	0106		(+ n -1 00 0000 0000)		
4	+	66	00	2013	0013		0013(+ n -1 0000 0000)		
5	-	31	00	7557	7574	к БЗИ	7600(+00 15 m 0000)		
							7604(+00 16 0000 C_1)		
							0016(+xx xx 0000 Δ_C)		
6	+	75	00	2052	7604	}	(-10 16 0040 C_1)		
7	-	30	00	2020	2041				
2020	+	71	00	2053	7600	}	0042(+00 00 m 0000)		
1	-	30	00	2022	0042				
2	+	23	00	7722	0122		(+00 00 m -1 0000)		
3	+	66	00	7754	0043		0043(+ m -1 0000 0000)		
4	+	61	00	2022	7600	См	(+0000 0000 $15K$)		
5	+	72	00	7757	0041		0041(+0000 0000 K)		

6	+	23	00	772I	0030	(+0J00 0000 κ -I)
7	+	66	00	2026	0044	0044(+ κ -I 0000 0000)
2030	+	10	00	7722	004I	004I(+0J00 000I κ)
I	+	7I	00	7732	00I3}	00I4(+ κ -I 0000 0000)
2	+	76	00	0044	00I4}	00I5(+ m -I 0000 0000)
3	+	7I	00	7733	00I4	
4	+	76	00	0043	00I5	00I5(+ m -I 0000 0000)
5	-	10	00	0000	0040	0 → 004)
6	+	00	00	0000	0000	$a_{11}b_{11} \quad a_{12}b_{21}$
7	+	16	00	0040	0040	$\sum_{l=1}^m a_{1l}b_{l1}$
2040	-	20	I5	2036	004I	00I5(m-2 000I κ)
I	-	00	00	0000	0000	$\sum_{l=1}^m a_{1l}b_{l1} \rightarrow c_{11} \quad \sum_{l=1}^m a_{2l}b_{l2} \rightarrow c_{22}$
2	+	10	00	772I	00I6	00I6(+ κκκκ 0000 Δ _c +I)
3	-	20	I4	2033	772I	00I4(κ -2 0000 000I)
4	-	20	I3	203I	0042	00I3(κ -2 m 0000)
5	-	10	00	0045	00I3	
6	-	10	00	0046	00I4	
7	-	30	00	76I3	0000	κ БЗР ₂
2050	+	00	00	0003	0000	
I	+	35	00	0000	0000	
2	-	10	00	0040	0000	
3	+	00	00	0077	0000	
4	-	I2	72	2533	4II4	→ κ II

СП - 2I

Обращение матриц

Описание алгоритма

Обращение матрицы, предложенное А.П.Ершовым, производится следующим образом: на основе исходной матрицы A и единичной

матрицы E по индукции строится последовательность матриц

$$A^{(0)}, A^{(1)'}, A^{(1)}, A^{(2)'}, A^{(2)}, \dots, A^{(n)'}, A^{(n)},$$

где $A^{(0)} = A - E$.

$$a_{ij}^{(m)'} = \begin{cases} a_{ij}^{(m-1)'}, & \text{если } i \neq m; \\ \delta_{ij}, & \text{если } i = m; \end{cases}$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i = j; \\ 0, & \text{если } i \neq j; \end{cases}$$

$$a_{ij}^{(m)} = a_{ij}^{(n)'} - \frac{a_{im}^{(m)'} a_{mj}^{(m-1)'}}{1 + a_{mm}^{(m-1)'}}$$

($i, j, m = 1, 2, \dots, n$) ставится на место исходной матрицы. Матрицы $A^{(1)'}, A^{(2)'}, \dots, A^{(n)'}$ являются вспомогательными.

Обращение к СП-2I

СП-2I оформлена как стандартная подпрограмма в системе МИС-I.

Для обращения к ней необходимо задать три подряд идущие команды:

$$\begin{array}{rcllcl} x-1 & - & 3I & 00 & 7400 & 0017 & , \\ x & + & 2I & i & A_1 & B_1 & , \\ x+1 & + & \underbrace{\quad n-1 \quad}_{\quad} & 0000 & 0000 & & , \end{array}$$

где:

A_1 - начало матрицы A ,

B_1 - начало рабочих ячеек (n штук),

n - порядок матрицы A ,

i - индексная ячейка.

Характеристика программы

Длина СП ($n - 1$)

0120

Количество нестандартных констант

0002

Рабочие ячейки

0040-0047

Результат

на месте исходной матрицы.

СП - 2I

2000	-	10	00	0013	0046	
1	-	10	00	0014	0047	к БЭИ $\left. \begin{array}{l} 7600(+0015 \ A_1 \ 0000) \\ 7604(+0016 \ 0000 \ B_1) \\ 0015(+xxxx \ \Delta_A \ 0000) \\ 0006(+xxxx \ 0000 \ \Delta_B) \end{array} \right\}$
2	-	31	00	7557	7574	
3	+	11	00	7604	0016	
4	+	72	00	7751	0042	
5	+	11	00	7600	0015	0042(+00 00 0000 B ₁)
6	+	73	00	7732	0130	СМ (+0000 A ₁ 0000)
7	+	66	00	7755	0043	0043(+00 00 0000 A ₁)
2010	+	12	17	0000	0015	0015(+ n -1 0000 A ₁)
1	+	67	00	2006	0000	СМ (+00 00 0000 n -1)
2	+	12	00	7721	0040	0040(+00 00 0000 n)
3	-	31	00	2100	2121	
4	+	00	00	0000	0000	$a_{ii} - 1 \rightarrow a_{ii}$
5	-	20	15	2014	0016	0015(n -2 000) $a_{ii, i+1}$
6	-	10	17	0000	0014	0014(+n-1 000) 0000
7	+	71	00	7731	0042	0015(+n-1 000) B ₁)
2020	+	76	17	0000	0015	
1	-	70	00	0040	0014	$\left. \begin{array}{l} (xxxx \ 0000 \ m \times n) \\ 0016(xxxx \ 0000 \ A_1 + m \times n) \\ 0013(xxxx \ 0000 \ A_1 + m \times n) \end{array} \right\} (m=0,1,2,...,n)$
2	+	12	00	0043	0016	
3	+	12	00	0014	0013	
4	+	00	00	0000	0000	+05 0000 A ₁ + n × n
5	+	00	00	0000	0000	+06 0000 B ₁
6	+	00	00	0000	0000	+05 0000 A ₁ + m × n
7	+	10	00	7721	0016	0016(xxxx 0000 A ₁ + m × n + 1)

2030	-	20	I5	2024	772I	00I5(n-2 0000 B_{i+1}) ЦИКЛ по j
I	+	00	00	0000	0000	$\delta_{ij} \rightarrow a_{ij}^{(m)}$
2	+	II	00	0042	00I4	} 00I3(+ n -I-m 0000 $B_{i,m}$) $m=0,1,2,\dots,n$
3	-	30	00	2034	00I3	
4	+	00	00	0000	0000	} (00I3) = I + Q_{nm}^{(m-1)}
5	-	30	00	2036	00I3	
6	+	7I	00	773I	00I4	} 0044(+0000 0000 m) m=0,1,2,\dots,n
7	-	30	00	2040	0044	
2040	+	I3	00	0043	0000	СМ (+0000 0000 A_{i+m})
I	+	I2	I7	0000	00I5	00I5(+ n -I 0000 $A_{i,m,i,m}$) ФОРМ. (i=0,1,2,...,n) СЧ. ЦИКЛ. ПО 2
2	+	00	00	0000	0000	} (+45 00I3 $A_{i+m+i+n}$) } $000I = \frac{a_{im}^{(m)}}{1+a_{nm}^{(m-1)}}$
3	-	30	00	2044	004I	
4	+	II	00	2064	0042	} 2052(+35 I6 004I B_i)
5	-	30	00	2046	2052	
6	+	2I	00	0044	00I5	(n -I 0000 A_i)
7	+	73	00	773I	0I0I	(0000 0000 A_i)
2050	-	30	00	2075	2054	2054(+00 00 0000 A_i)
I	-	IO	I7	0000	00I6	00I6(+ n -I 0000 0000) ФОРМ. СЧ. ПО j
2	+	00	00	0000	0000	} $0045 = \frac{a_{im}^{(m)}}{1+a_{nm}^{(m-1)}} \cdot a_{mj}^{(m-1)}$
3	-	30	00	2054	0045	
4	+	00	00	0000	0000	} $a_{ij}^{(m)} - \frac{a_{im}^{(m)}}{1+a_{nm}^{(m-1)}} \cdot a_{mj}^{(m-1)} \Rightarrow a_{ij}^{(m)}$
5	-	20	16	2052	772I	
6	-	20	15	2042	0040	00I6(n -2 0000 000I) ЦИКЛ ПО j
7	-	20	14	20I7	772I	00I5(n -2 0000 $A_{i,m}$) ЦИКЛ ПО i
2060	-	IO	00	0046	00I3	00I4(n -2 0000 000I) ЦИКЛ ПО m
I	-	IO	00	0047	00I4	
2	-	30	00	76I3	0000	к БЗР ₂
3	+	00	00	0002	0000	} const
4	+	35	I6	004I	0000	

5	+	24	I6	0045	0000	
6	+	24	I5	7767	0000	
7	+	05	I6	0000	0000	
2070	+	06	I5	0000	0000	
I	-	I0	I6	0000	0000	
2	-	I0	I3	7767	0000	
3	+	I5	I3	7767	0000	
4	+	45	I5	00I3	0000	
5	+	75	00	7600	2065	
6	+	I2	00	2054	2054	
7	-	30	00	205I	0000	
2I00	+	I2	00	772I	00I6	
I	+	7I	57	7777	7707	
2	+	I2	00	0000	2025	
3	+	76	00	2073	2034	
4	+	I0	00	2070	2025	
5	+	7I	57	7777	77I0	
6	+	66	00	2047	7600	
7	+	76	00	2066	20I4	
I0	+	75	00	2067	7600	
I	+	I2	00	0000	2024	
2	+	75	00	207I	7600	
3	+	I2	00	0000	2026	
4	+	75	00	2072	7600	
5	+	I2	00	0000	203I	
6	+	75	00	2074	7600	
7	+	I2	00	0000	2042	
2I20	-	74	07	5I46	5422	-7 KΣ

Вычисление определителей методом исключения
с выбором главного элемента

Описание алгоритма

Стандартная программа предназначена для вычисления определителя матрицы вида:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Для этого метода характерно то, что путем ряда эквивалентных преобразований матрица A приводится к такой матрице $A^{(n)}$, которую путем перестановки строк и столбцов можно преобразовать в диагональную матрицу, причем на диагонали будут стоять главные элементы. Следовательно, определитель матрицы только знаком может отличаться от произведения главных элементов. С каким знаком нужно брать это произведение, — легко сообразить в процессе преобразования матрицы.

После того, как найден главный элемент $a_{i_k j_k}^{(k)}$ матрицы $A^{(k)}$ ($k=0, 1, 2, \dots, n-1$), элементы матрицы $A^{(k+1)}$ определяются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} a_{i_k j_k}^{(k+1)} &= \frac{a_{i_k j_k}^{(k)}}{a_{i_k j_k}^{(k)}} & i \neq i_k \\ a_{ij}^{(k+1)} &= a_{ij}^{(k)} - a_{i_k j_k}^{(k)} \cdot \frac{a_{ij}^{(k)}}{a_{i_k j_k}^{(k)}} & i \neq i_k, j \neq j_k \\ a_{i_k j}^{(k+1)} &= 0 & j \neq j_k \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} i_k \\ j_k \end{array}$$

$$(k = 0, 1, 2, \dots, n-1; i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n).$$

Значение определителя матрицы A является

$$|A| = \prod_{k=0}^{n-1} (-1)^{i_k + j_k} a_{i_k j_k}^{(k)}$$

Обращение к СП-22

СП-22 оформлена как стандартная подпрограмма в системе МИС-I.

Для обращения к ней необходимо задать две подряд идущие команды:

$$\begin{array}{rcl} x-1 & - & 31 \quad 00 \quad 7400 \quad 0017, \\ x & + & 22 \quad i \quad A_1 \quad n-1. \end{array}$$

где:

A_1 - начало матрицы A ,

n - порядок матрицы,

i - индексная ячейка.

Результат выдается в ячейку 0041.

Характеристика программы

Длина СП ($n - 1$) 0135,
 Количество нестандартных констант 0000,
 Рабочие ячейки 0040-0055,
 Ячейка, в которую выдается результат 0041.

СП - 22

2000	-	10°	00	0013	0055	
1	-	10	00	0014	0056	к БЭИ
2	-	31	00	7557	7574	7600(+00 15 A 0000) 7604(+00 16 0000 n-1) 0015(n-1 Δ _A 0000)
3	+	11	00	0015	7600	(xxxx A ₁ 0000)
4	+	72	00	7732	7600	7600(+0000 A ₁ 0000)

	5	+	60	00	2050	7604	7604($n - I$.0000 0000)
	6	+	I2	00	7600	00I6	00I6($n - I$ A_1 0000)
	7	-	30	00	2II5	0054	0054($n - I$ A_1 0000)
20I0	+	6I	00	205I	0054	См (00 00 0000 $n - I$)	
	I	+	I2	00	772I	004I	004I(00 00 0000 n)
	2	+	62	00	7754	0042	0042(00 00 n 0000)
	3	+	I2	00	004I	0046	0046(00 00 n n)
	4	-	IO	00	7767	0040	$I \rightarrow 0040$
	5	+	6I	00	7755	7600	См (+00 00 0000 A_1), где $A_1 = a_n$
	6	+	76	00	7604	0052	0052($n - I$ 0000 A_1)
	7	+	I2	00	0054	0053	0053($2n - 2$ A_1 A_1)
2020	-	IO	00	0054	00I5	00I5($n - I$ A_1 0000)	
	I	-	IO	00	7767	0043	$I \rightarrow 0043$
	2	+	24	00	0044	0044	$0 \rightarrow 0044$
	3	+	7I	00	7732	00I5	См (+00 00 A_1 0000)
	4	+	62	00	7755	0047	0047(+00 00 0000 $\langle a_{ii} \rangle$)
	5	+	I2	00	7604	00I4	00I4($n - I$ 0000 $\langle a_{ii} \rangle$)
	6	-	II	00	0043	00I3	$-I \rightarrow 00I3$
	7	-	II	00	00I3	00I3	$-(00I3) \rightarrow 00I3$
2030	+	00	00	0000	0000		$ a_{ii} = 0, a_{ii} = a_{ij} \dots$
	I	-	32	00	2032	204I	если $ a_{ii} \geq a_{ij} $
	2	-	34	00	2033	204I	
	3	+	00	00	0000	0000	} $a_{ii} \times (-1)^{ii} \rightarrow 005I$
	4	-	30	00	2035	005I	
	5	+	36	00	00I3	0044	$a_{ij} \rightarrow 0044$
	6	+	7I	00	773I	00I4	См (+00 00 0000 $\langle a_{ij} \rangle$)
	7	-	30	00	2040	0045	0045(+00 00 0000 $\langle a_{ij} \rangle$)
2040	-	IO	00	0047	0050	0050(+00 00 0000 $\langle a_{ii} \rangle$)	
	I	-	20	I+	2027	772I	00I4($n - 2$ 0000 $\langle a_{ii} \rangle + I$)

2	-	II	00	0043	0043	$-(0043) \rightarrow 0043$
3	-	20	I5	2023	0042	$00I5(n -2 \langle a_{ii} \rangle + n \ 0000)$
4	+	34	00	005I	0040	$\prod_{k=1}^n (-1)^{i_k+j_k} a_{i_k j_k}^{(k)} = A $
5	-	34	00	2046	2I02	если $ A =0$ Выход
6	+	2I	00	0050	0045	$(+00 \ 00 \ 0000 \langle a_{ij} \rangle - \langle a_{ii} \rangle)$
7	+	I2	00	0052	00I4	$00I4(n -I \ 0000 \ \langle a_{ij} \rangle)$
2050	+	67	00	7754	0030	См $(\times \ 0000 \ \langle a_{ij} \rangle \ 0000)$
I	+	73	00	7732	0I30	См $(+0000 \ \langle a_{ij} \rangle \ 0000)$
2	+	76	00	7604	00I5	$00I5(n -I \ \langle a_{ij} \rangle \ 0000)$
3	+	45	00	0044	7767	} $\frac{1}{a_{ij}}$
4	-	30	00	2055	00I3	
5	+	00	00	0000	0000	$a_{ij} \times \frac{1}{a_{ij}} \rightarrow a_{ij}$ ч. $m_i \rightarrow a_{ij}$
6	-	20	I4	2055	004I	$00I4(n -2 \ 0000 \ \langle a_{ij} \rangle)$
7	+	I0	00	7604	0050	$0050(n -I \ 0000 \ \langle a_{ii} \rangle)$
2060	-	I0	00	0053	00I3	$00I3(2n -2 \ \langle a_{ii} \rangle \ \langle a_{ii} \rangle)$
I	+	00	00	0000	0000	$-m_x \rightarrow 0043$
2	+	7I	00	7732	00I5	См $(+00 \ 00 \ \langle a_{ij} \rangle \ 0000)$
3	+	67	00	7755	0000	$(+00 \ 00 \ 0000 \ \langle a_{ij} \rangle)$
4	+	07	00	0045	0000	$\langle a_{ij} \rangle \sim \langle a_{ij} \rangle$
5	-	34	00	2066	2073	
6	-	I0	00	0050	00I4	$00I4(n -I \ 0000 \ \langle a_{ii} \rangle)$
7	+	00	00	0000	0000	$a_{ii} \times (m_x)$
2070	+	00	00	0000	0000	$a_{ii} + a_{ii} \cdot (-m_x) \rightarrow a_{ii}$
I	-	20	I3	2072	7723	$00I3(2n-3 \ a_{ii}+1 \ a_{ii}+1)$
2	-	20	I4	2067	772I	$00I4(n -2 \ 0000 \ \langle a_{ii} \rangle)$
3	+	10	00	0046	0053	$0053(2n -2 \ a_{ii}+n \ a_{ii}+n)$
4	-	20	I5	2060	0042	$00I5(n -2 \ \langle a_{ij} \rangle \ 0000)$
5	-	I0	00	0050	00I5	$00I5(n -I \ 0000 \ \langle a_{ii} \rangle)$
6	+	34	I5	0000	0000	$0 \rightarrow a_{ij}$
7	-	20	I5	2076	772I	$00I5(n -2 \ 0000 \ \langle a_{ii} \rangle)$

2I00	-	20	I6	20I5	0000
I	+	05	00	005I	0044
2	+	06	00	0040	004I
3	-	IO	00	0055	00I3
4	-	IO	00	0056	00I4
5	-	30	I7	0000	0000
6	+	55	I4	0044	0000
7	+	35	I4	00I3	0000
2II0	+	34	I4	00I3	0000
I	-	II	I5	0000	0043
2	+	35	I4	0043	0000
3	+	I6	I3	0000	0000
4	+	34	I5	0000	0000
5	+	7I	57	7777	77I0
6	+	I2	00	0000	206I
7	+	66	00	2I20	2076
2I20	+	I3	00	206I	0I0I
I	+	I2	00	2II3	2070
2	+	II	00	2076	2I06
3	+	I2	00	0000	2030
4	+	II	00	2076	2I07
5	+	I2	00	0000	2033
6	+	II	00	2076	2II0
7	+	I2	00	0000	2055
2I30	+	74	00	2III	206I
I	+	II	00	2076	2II2
2	+	I2	00	0000	2067
3	+	IO	00	2II4	2076
4	-	30	00	20IO	0000
5	+	62	55	5554	3073

→ K Σ .

Решение системы линейных алгебраических уравнений
методом исключения с выбором главного элемента

Описание алгоритма

Стандартная программа предназначена для численного решения систем линейных алгебраических уравнений вида:

$$Ax = b, \quad (I)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \quad - \text{ матрица коэффициентов,}$$

$$b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} \quad - \text{ вектор правых частей.}$$

Для этого метода характерно то, что путем ряда эквивалентных преобразований расширенная матрица $A^{(n)} = A + b$ системы (I) приводится к матрице $A^{(n)}$, последний столбец которой содержит значения неизвестных x_i ($i = 1, 2, \dots, n$).

Преобразования выполняются за n шагов. На каждом шаге исключается то неизвестное, коэффициент при котором является главным (т.е. наибольшим по абсолютной величине) элементом матрицы.

После того, как найден главный элемент $a_{i_k j_k}^{(k)}$ матрицы $A^{(k)}$ ($k = 0, 1, 2, \dots, n-1$), вычисляются элементы матрицы $A^{(k+1)}$ по следующим формулам:

$$a_{i_k j}^{(k+1)} = \frac{a_{i_k j}^{(k)}}{a_{i_k j_k}^{(k)}} \quad (j \neq j_k)$$

$$a_{i j}^{(k+1)} = a_{i j}^{(k)} - a_{i j_k}^{(k)} a_{i_k j}^{(k+1)} \quad (i \neq i_k, j = j_k),$$

$$(\kappa = 0, 1, 2, \dots, n-1) (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n+1).$$

В последнем столбце матрицы $A^{(n)}$ находятся значения неизвестных x_i в некотором порядке, который определяется правилом: в i_k строке находится значение j_k неизвестного, где i_k, j_k - индексы главного элемента матрицы $A^{(k)}$ ($k = 0, 1, 2, \dots, n-1$).

Обращение к СП-23

СП-23 оформлена как стандартная подпрограмма в системе МИС-I. Для обращения к ней задаются две подряд идущие команды:

```
x-1   -   31   00   7400   0017
x      +   23   i    A     n-1,
```

где:

A - начало расширенной матрицы системы (по строкам),
 n - порядок системы ($n \leq 62_{10}$),
 i - индексная ячейка.

Характеристика программы

Длина СП ($n - 1$)	0153
Количество нестандартных констант	0000
Рабочие ячейки	0040-0055

Ячейки, в которые выдаются результаты на месте I-й строки матрицы A.

СП-23

2000	-	IO	00	00I3	0042	
I	-	IO	00	00I4	0043	
2	-	3I	00	7557	7574	к БЗМ $76(0(+00 \text{ I5 } A \text{ 0000})$ $76(4(+00 \text{ I6 } 0000n-1)$ $00I5(m-I \Delta_A \text{ 0000})$
3	+	II	00	00I5	7600	СМ (xxxx A 0000)
4	+	72	00	7732	0055	0055(+00 (0 a_H 0000)
5	+	62	00	7755	00I6	00I6(+0000 0000 a_H)
6	+	60	00	20I3	7604	7604(+ n -] 0000 0000)
7	+	76	00	0055	7600	7600(+ n -] a_H 0000)
20I0	+	76	00	00I6	00I6	00I6(+ n -] a_H a_H)
I	+	II	00	7724	7604	} 0044(+ n (0000 0000)
2	-	30	00	20I3	0044	
3	+	I3	00	7724	0030	(n + 1 0000 0000)
4	+	62	00	7755	0045	0045(+00 (0 n + I 0000)
5	-	IO	00	7750	0040	0040(+7777 7777 7777)
6	-	30	00	2I3I	004I	004I(+7777 7777 7777)
7	-	IO	00	7600	00I5	00I5(n-I a_H 0000)
2020	-	II	00	0000	0050	0050(I00 ... 0)
I	-	75	00	0050	0046	0046(0) (047(I00...0)
2	+	7I	00	7732	00I5	} 00I3(+00 (0 a_{ij} 0000)
3	-	30	00	2024	00I3	
4	+	76	00	7604	00I4	00I4(n - I a_H 0000)
5	+	60	00	205I	0047	
6	-	34	00	2030	2027	
7	+	60	00	205I	0050	
2030	+	7I	00	0040	0047	
I	-	34	00	2034	2032	
2	+	7I	00	004I	0050	

3	-	34	00	2034	2045	
4	+	00	00	0000	0000	$ a_{ixjk} - a_{ij} $
5	-	32	00	2044	2036	
6	+	00	00	0000	0000	
7	-	10	00	0013	0051	
2040	+	71	00	7732	0014	} 0052(+00 00 $a_{ixjk}^{(k)}$ 0000)
I	-	30	00	2042	0052	
2	-	10	00	0047	0053	(000 . . . 01 00 . . . 0)
3	-	10	00	0050	0054	(100 0)
4	-	20	I4	2034	0045	0014($n-2$ $a_{ix+j}^{(k)}$ 0000) по стр.
5	-	20	I5	2022	7722	0015($n-2$ $a_{ij+i,j_k}^{(k)}$ 0000) по столб.
6	+	04	00	0053	0040	(II ... IOI ... I)
7	+	04	00	0054	0041	(OI I)
2050	+	21	00	0051	0052	(+00 00 $a_{ix+j}^{(k)}$ $a_{ij}^{(k)}$ 0000)
I	+	I3	00	0055	0101	(+00 00 $a_{ixl}^{(k)}$ 0000)
2	+	63	00	7755	0000	(+00 00 0000 $a_{ixl}^{(k)}$)
3	+	12	00	0044	0047	0047(+ n 0000 $a_{ixl}^{(k)}$)
4	-	30	00	2055	0013	0013(+ n 0000 $a_{ixl}^{(k)}$)
5	+	00	00	0000	0000	$\frac{a_{ixl}^{(k)}}{a_{ixjk}^{(k)}} \rightarrow a_{ixl}^{(k+1)}$
6	-	20	I3	2055	7721	0013($n-1$ 0000 $a_{ixl}^{(k)}$)
7	-	10	00	0016	0053	0053($n-1$ a_{ii} a_{ii})
2060	+	65	00	7755	0045	(+0000 0000 $n+1$)
	+	76	00	0045	0054	0054(+0000 $n+1$ $n+1$)
2	+	11	00	7604	0051	} 0014($n-1$ $a_{ij_k}^{(k)}$ 0000)
3	-	30	00	2064	0014	
4	+	00	00	0000	0000	$-a_{ij_k}^{(k)} \rightarrow 0050$
5	+	05	00	0014	0052	} $a_{ij_k}^{(k)} \sim a_{ixjk}^{(k)}$
6	+	73	00	7732	0000	
7	-	34	00	2070	2076	
2070	-	10	00	0047	0015	0015(+ n 0000 $a_{ixl}^{(k)}$)
I	-	10	00	0053	0013	0013($n-1$ $a_{ii}^{(k)}$ $a_{ii}^{(k)}$)

2	+	00	00	0000	0000	$-a_{ik1}^{(k)} \cdot a_{ij2}^{(k)} - a_{ik2}^{(k)} \cdot a_{ij1}^{(k)}$
3	+	00	00	0000	0000	$a_{ik}^{(k)} - a_{ik1}^{(k)} \cdot a_{ij2}^{(k)} = a_{ik}^{(k)} \cdot a_{ij1}^{(k)} = a_{ik2}^{(k)} - a_{ij2}^{(k)} \cdot a_{ik1}^{(k)}$
4	+	10	00	7723	00I3	$00I3(+n - I \quad a_{i2}^{(k)} \quad a_{i2}^{(k)})$
5	-	20	I5	2072	772I	$00I5(n - I \quad 0000 \quad a_{i2}^{(k)})$
6	+	10	00	0054	0053	$0053(n - I \quad a_{21}^{(k)} \quad a_{21}^{(k)})$
7	-	20	I4	2064	0045	$00I4(n - 2 \quad a_{ij}^{(k)} \quad 0000)$
2I00	-	20	I6	20I7	0000	$00I6(n - 2 \quad a_k \quad a_H)$
I	+	7I	00	7733	00I6	$C_M (+00 \quad 00 \quad a_H \quad a_H)$
2	+	77	00	7604	0000	$(n - I \quad a_{11} \quad a_H)$
3	+	I3	00	0045	0000	$(n - I \quad a_{21} \quad a_{21})$
4	+	22	00	7722	00I6	$00I6(+n - I \quad b \cdot \quad a_H)$
5	-	10	00	7600	00I5	$00I5(+n - I \quad a_{11} \quad 0000)$
6	-	10	00	00I6	00I4	$00I4(+n - I \quad b \cdot \quad a_H)$
7	+	00	00	0000	0000	$ 0.1 - a_H $
2II0	-	32	00	2III	2II3	
I	+	10	00	0045	00I4	$00I4(+n - I \quad b_2 \quad a_H)$
2	-	20	I5	2I07	0045	$00I5(+n - 2 \quad a_{21} \quad 0000)$
3	+	10	00	7722	7600	$7600(+n - I \quad a_{12} \quad 0000)$
4	+	00	00	0000	0000	$b_2 \rightarrow a_{11}$
5	-	20	I6	2I05	772I	$00I6(+n - 2 \quad b_1 \quad a_{12})$
6	-	10	00	0042	00I3	
7	-	10	00	0043	00I4	
2I20	-	30	00	76I3	0000	$K \text{ БЗР}_2$
I	+	55	I4	0000	0046	
2	-	10	I4	0000	0046	
3	+	44	I3	0046	0000	
4	-	11	I4	0000	0050	
5	+	35	I5	0050	0000	
6	+	16	I3	0000	0000	
7	+	55	I5	0000	2I23	

2I30	-	I0	I4	0000	0000
I	+	7I	57	7777	77I0
2	+	I2	00	0000	2I07
3	+	66	00	205I	2072
4	+	I2	00	2I07	2II4
5	+	75	00	2I07	2I2I
6	+	I2	00	0000	2034
7	+	75	00	2I07	2I22
2I40	+	I2	00	0000	2036
I	+	75	00	2072	2I23
2	+	I2	00	0000	2055
3	+	75	00	2I07	2I24
4	+	I2	00	0000	2064
5	+	I0	00	2I25	2072
6	+	75	00	2II4	2I26
7	+	I2	00	0000	2073
2I50	+	I0	00	2I27	2I07
I	+	74	00	2I30	2II4
2	-	30	00	20I7	0000
3	+	3I	53	I50I	6040

→ К Σ .

СП-24

Умножение матрицы на вектор

Описание алгоритма

СП-24 осуществляет умножение матрицы

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

на вектор $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$,

в результате чего получается вектор, т.е. $C_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} b_j$ ($i=1, 2, \dots, n$).

Обращение к СП-24

СП-24 оформлена как стандартная программа в системе МИС-1.

Для обращения к ней следует написать три подряд идущие команды:

```

X - I   -   3I   00   7400   00I7 ,
      X     +   24   i1  <an>  <bi> ,
      X + I   +   00   i2  n-1   <ci> ,
    
```

где:

- <a_n> - начальный адрес матрицы А,
- <b_i> - начальный адрес вектора В,
- <c_i> - начальный адрес вектора С,
- i₁ и i₂ - индексная ячейка,
- n - размерность матрицы и вектора.

Характеристика программы

Длина СП (n - I)	0034
Количество нестандартных констант	0002
Рабочие ячейки	0040-0042 .

СП - 24

2000	-	3I	00	7557	7574	к БЗМ	$ \begin{matrix} 7600(+00 \ I5 \ <a_n> \ 0000) \\ 7604(+00 \ I6 \ 0000 \ <b_i>) \\ 00I5(+xxx \ \Delta a \ 0000) \\ 00I5(+xxx \ 0000 \ \Delta b) \end{matrix} $
200I	+	70	00	773I	00I6	00I6(+00 00 0000 Δ _g)	
2	+	7I	00	7732	00I5	00I5(+00 00 Δ _a 0000)	
3	+	I2	00	00I6	0042	0042(+00 00 Δ _a Δ _b)	
4	+	7I	00	775I	7604	(+00 00 0000 <b _i >)	
5	+	77	00	7600	0000	(+00 I5 <a _n > <b _i >)	
6	+	76	00	2032	2022	2022(+35 I5 <a _n > <b _i >)	
7	-	3I	00	7557	7574	к БЗМ	$ \begin{matrix} 7600(+00 \ I5 \ n-1 \ 0000) \\ 7604(+00 \ I6 \ 0000 \ <c_i>) \\ 00I6(+xxx \ 0000 \ \Delta_c) \end{matrix} $

2010	+	64	00	7754	7600	7600(+ n -I 0000 0000)
I	+	76	00	0042	00I5	00I5(n -I Δ_a Δ_b)
2	+	72	00	7745	0042	0042(+ n -I 0000 Δ_b)
3	+	75	00	2033	7604	
4	-	30	00	20I5	2025	2025(-I0 I6 004I <с,р>)
5	+	7I	00	773I	00I6	(+00 00 0000 Δ_c)
6	+	76	00	7600	00I6	00I6(+ n -I 0000 Δ_c)
7	+	7I	00	7732	00I5	(+0000 Δ_a 0000)
2020	+	76	00	0042	00I5	00I5(+ n -I Δ_a Δ_b)
I	-	I0	00	0000	004I	0 \rightarrow 004I
2	+	00	00	0000	0000	$a_{ii} b_i$
3	+	I6	00	004I	004I	$\sum_{j=1}^n a_{ij} b_j \rightarrow 004I$
4	-	20	I5	2022	7723	00I5(+ n -2 Δ_{a_i} $\Delta_{b_{ii}}$)
5	-	00	00	0000	0000	$\sum_{j=1}^n a_{ij} b_j = c_i$
6	+	I0	00	7722	00I5	
7	-	20	I6	20I7	772I	00I6(+ n -2 . 0000 Δ_{c_i})
2030	-	30	00	76I3	0000	к БЗР ₂
I	+	00	00	0002	0000	
2	+	35	00	0000	0000	
3	-	I0	00	004I	0000	
4	+	62	26	7244	4670	$\rightarrow K \Sigma$.

СП - 26

Накопление матрицы Грамма

Описание алгоритма

СП-26 вычисляет накопление матрицы Грамма $X^{(i,k)}$ базисных векторов $\vec{\psi}^{(i)} \{ \psi_1^{(i)}, \psi_2^{(i)}, \dots, \psi_n^{(i)} \}$ ($i=1, 2, \dots, m$), проекций $\psi^{(i)}$ заданного вектора $\vec{y} \{ y_1, y_2, \dots, y_n \}$ на базисные вектора $\vec{\psi}^{(i)}$ и квадрата модуля M_i вектора $y \{ y_1, y_2, \dots, y_n \}$.

Скалярное произведение с произвольным весом $w\{w_1, w_2, \dots, w_n\}$.

Формулы имеют следующий вид:

$$Z^{(i, \kappa)} = \sum_{j=1}^n w_j y_j^{(i)} \psi_j^{(\kappa)} \quad i=1, 2, \dots, m, \quad \kappa=1, 2, \dots, m, \quad \text{т. е. } Z_{j+1}^{(i, \kappa)} = Z_j^{(i, \kappa)} + w_{j+1} \psi_{j+1}^{(i)} \psi_{j+1}^{(\kappa)},$$

$$\Psi^{(i)} = \sum_{j=1}^n w_j y_j \psi_j^{(i)} \quad i=1, 2, \dots, m, \quad \text{т. е. } \Psi_{j+1}^{(i)} = \Psi_j^{(i)} + w_{j+1} y_{j+1} \psi_{j+1}^{(i)},$$

$$M = \sum_{j=1}^n w_j y_j^2, \quad \text{т. е. } M_{j+1} = M_j + w_{j+1} y_{j+1}^2.$$

Обращение к СП-26

СП-26 оформлена как стандартная программа в системе МИС-1.

Для обращения к ней необходимо написать четыре подряд идущие команды:

```

X -I   -   3I   00   7400   00I7,
      X   +   26   i1  <W>  <Y> ,
      X +I  +   m   i2  <ψ(i)> <Z(κ)> ,
      X +2  +   00   i3  <M>  <Ψ(i)> ,
    
```

где:

<W>- адрес ячейки, в которой находится текущий вес w_{j+1} ,

<Y>- адрес ячейки, в которой находится текущий вектор y_{j+1} ,

<ψ⁽ⁱ⁾>- адрес ячейки, в которой находится первый базисный вектор $\langle \psi_{j+1}^{(i)} \rangle$,

<Z^(κ)>- начало матрицы Грамма (по строкам),

<Ψ⁽ⁱ⁾>- начало проекции,

<M>- адрес ячейки, в которой находится квадрат модуля M ,

i_1, i_2, i_3 - индексные ячейки,

m - порядок матрицы,

$m = m_{12} m_{37}$; m_{12} находится в КОПе ячейки $X + 1$, а m_{37} находится в КОПе ячейки $X + 2$.

Например, если $m = 0123$, то $m_{12} = 01$, $m_{31} = 23$. Нужно очистить ячейки $\langle M \rangle, \langle \psi^{(1)} \rangle, \langle \psi^{(2)} \rangle, \dots, \langle \psi^{(m)} \rangle, \langle z^{(1)} \rangle, \langle z^{(2)} \rangle, \dots, \langle z^{(m)} \rangle$ и обратиться к программе n раз, каждый раз указывая новые $w_{j,r}, y_{j,r}, \psi_{j,r}^{(i)}$.

Характеристика программы

Длина СП ($n - 1$)	0111.
Количество нестандартных констант	0002.
Рабочие ячейки	0040-0044.

СП - 26

2000	-	31	00	7575	7601	к БЗА $w_{j,r} \rightarrow 7600$
I	-	10	00	7600	0044	$w_{j,r} \rightarrow 0044$
2	-	31	00	7602	7606	к БЗА ₂ $y_{j,r} \rightarrow 7604$
3	-	10	00	7604	0041	$y_{j,r} \rightarrow 0041$
4	+	71	17	0000	7730	} 0042(+ m_{12} 00 0000 0000)
5	-	30	00	2006	0042	
6	+	71	17	0001	7730	(+ 00 0000 0000)
7	+	67	03	2007	0106	(+00 m_{31} 0000 0000)
2010	+	77	03	0042	0000	(+ m 0000 0000)
I	+	22	00	7724	0042	0042(+ $m - I$ 0000 0000)
2	-	31	00	7557	7574	к БЗМ $\begin{matrix} 7600(+00 \text{ I5 } \langle \psi^{(1)} \rangle 0000) \\ 7604(+00 \text{ I6 } 0000 \langle z^{(1)} \rangle) \\ 0015(+xxxx \Delta_1 0000) \\ 0016(+xxxx 0000 \Delta_2) \end{matrix}$
3	+	71	00	7732	0015	
4	+	13	00	7600	0000	(+00 I5 $\langle \psi^{(2)} \rangle$ 0000)
5	+	76	00	2073	2051	2051(+35 I5 $\langle \psi^{(1)} \rangle$ 0041)
6	+	72	00	7746	0043	0043(+35 I5 $\langle \psi^{(1)} \rangle$ 0000)
7	+	73	00	7732	0000	(+00 00 $\langle \psi^{(1)} \rangle$ 0000)

2020 + 67 00 7755 0000
 I - 30 00 2075 2III
 2 + 71 00 773I • 00I6
 3 + 12 00 7604 7604
 4 + 67 00 7754 0000
 5 - 30 00 2I03 2III
 6 + 76 00 2074 2064
 7 - 3I 00 7557 7574

(+00 00 3000 $\langle \psi^{(j)} \rangle$)

(+00 16 0000 $\langle z^{(n)} \rangle$)

(+00 00 $\langle z^{(n)} \rangle$ 0000)

2064(+I6 16 $\langle z^{(n)} \rangle$ $\langle z^{(n)} \rangle$)

к БЗМ 7600(+00 15 M 0000)
 7604(+00 16 0000 $\langle \psi^{(j)} \rangle$)
 00I5(+xxxx Δ_1 0000)
 00I6(+xxxx 0000 Δ_2)

2030 - 3I 00 2022 2I07
 I + 76 00 2074 2053
 2 - 10 00 0000 2I07
 3 + 71 00 7732 00I5
 4 + 12 00 7600 7600
 5 + 73 00 7732 0000
 6 + 66 00 7755 2III
 7 - 3I 00 2075 2I00

2053(16 16 + j $\langle \psi^{(j)} \rangle$ $\langle \psi^{(j)} \rangle$)

2040 + 77 00 7600 0000
 I + 76 00 2074 2046
 2 - 10 00 0000 2I00
 3 - 10 00 00I7 0043
 4 + 35 00 004I 004I
 5 + 37 00 0044 0000
 6 + 16 00 0000 0000
 7 - 10 00 0042 00I5

2046(+I6 15 $\langle M \rangle$ $\langle M \rangle$)

сохран. [00I7]

$$y_{j+1}^2$$

$$w_{j+1} y_{j+1}^2$$

$$M_{j+1} = M_j + w_{j+1} y_{j+1}^2$$

00I5(+ m - I 0000 0000)

00I6(m - I 0000 0000)

$$\psi_{j+1}^{(k)} y_{j+1}$$

$$w_{j+1} y_{j+1} \psi_{j+1}^{(k)}$$

$$\psi_{j+1}^{(k)} = \psi_j^{(k)} + w_{j+1} y_{j+1} \psi_{j+1}^{(k)} \quad k=1, 2, \dots, m$$

00I6(+ m - I 000I 000I)

00I5(+ m - 2 000I 0000)

2050 - 30 00 205I 00I6
 I + 00 00 0000 0000
 2 + 37 00 0044 0000
 3 + 00 00 0000 0000
 4 + 10 00 7723 00I6
 5 - 20 15 205I 7722

6	-	10	00	0042	0017	0017(+ m-1 0000 0000)
7	-	10	00	0000	0016	0 → 0016
2060	+	71	00	7732	0017	(+0000 i 0000)
I	+	76	00	0042	0015	0015(+ m-1 i 0000) i=0,1,2,...m-1
2	+	00	00	0000	0000	$\psi_{j+1}^{(i)}$ $\psi_{j+1}^{(k)}$ \cdot
3	+	37	00	0044	0000	w_{j+1} $\psi_{j+1}^{(i)}$ $\psi_{j+1}^{(k)}$
4	+	00	00	0000	0000	$z_{j+1}^{(i,k)} = z_j^{(i,k)} + w_{j+1} \psi_{j+1}^{(i)} \psi_{j+1}^{(k)}$
5	+	10	00	7723	0016	0016(+0000 0001 0001)
6	-	20	15	2062	7721	0015(+ m-2 0000 0001)цикл по K
7	-	20	17	2060	7722	0017(+ m-2 0001 0000)цикл по i
2070	-	10	00	0043	0017	восстановление
I	-	30	00	7613	0000	к БЗР ₂
2	+	00	00	0002	0000	
3	+	35	00	0000	0041	
4	+	16	00	0000	0000	
5	+	71	00	7710	7600	
6	+	63	00	2076	0101	
7	+	13	00	2111	0000	
2100	+	00	00	0000	0000	
I	+	76	00	0043	2062	2062(35 15 < ψ^{01} > < ψ^{11} >)
2	-	30	00	2022	0000	
3	+	71	00	7707	7604	
4	+	63	00	7721	0000	
5	+	13	00	2111	0000	
6	+	77	00	7604	0000	
7	+	00	00	0000	0000	
2110	-	30	00	2026	0000	
I	+	42	30	3566	7656	→ KΣ

СП - 31

Вычеркивание строк и столбцов матрицы

Описание алгоритма

СП-31 осуществляет вычеркивание строк и столбцов матрицы x^{ik} по заданной шкале γ и засылку на вычеркнутые места диагонали числа α (например, 0 или 1).

Вычеркивается k -я строка и k -й столбец матрицы, если в k -ом разряде шкалы (слева направо начинается с первого разряда) стоит "1". Если шкала не уместается в одной ячейке (т.е. $m > 36$), ее продолжение записывается в следующей ячейке также слева направо.

Обращение к СП-31

СП-31 оформлена как стандартная программа в системе МИС-1. Для обращения к ней следует написать три подряд идущие команды:

```
x -1 - 31 00 7400 0017 ,  
x + 31 i1 <α> <x(α)> ,  
x +1 + 00 i2 m-1 <γ> ,
```

где:

- < $x^{(α)}$ > - начало матрицы, расположенной по строкам,
- < α > - адрес ячейки, в которой находится число,
- < γ > - адрес ячейки, в которой находится шкала,
- m - порядок матрицы,
- i₁, i₂ - индексные ячейки.

Характеристика программы

Длина СП (n - 1)	0056
Количество нестандартных констант	0001
Рабочие ячейки	0041-0044

СII - 3I

2000	-	3I	00	7557	7574	к БЗИ	7600(+00 I5 <α> 0000)	
							7604(+00 I6 0000 <ε>)	
							00I5(+xxxx Δα 0000)	
							00I6(+xxxx 0000 Δε)	
200I	+	7I	00	773I	00I6		(+00 00 0000 Δε)	
2	+	I3	00	7604	0000		(+00 I6 0000 <ε>)	
3	+	76	00	7706	2036	2036	(-I0 I6 0000 <ε>)	
4	-	30	00	2005	2042	2042	(-I0 I6 0000 <ε>)	
5	+	7I	00	7732	00I5		(+00 00 Δ 0000)	
6	+	I3	00	7600	0000		(+00 I5 <α> 0000)	
7	+	73	00	7752	0000		(+00 00 <α> 0000)	
20I0	+	76	00	2036	2046	2046	(-I0 I6 <α> <ε ^m >)	
I	-	3I	00	7557	7574	к БЗИ	7600(+00 I5 m-I 0000)	
							7604(+00 I6 0000 <γ>)	
							00I5(+xxxx Δ 0000)	
							00I6(+xxxx 0000 Δ)	
2	+	7I	00	7732	00I5			
3	+	I3	00	7600	0I30		(+00 I5 m-I 0000)	
4	+	66	00	7754	0044	0044	(+ m -I 0000 0000)	
5	+	67	00	20I3	0000		(+00 00 0000 m-I)	
6	+	I2	00	772I	0043	0043	(+0000 0000 m)	
7	+	7I	00	773I	00I6		(+00 00 0000 <γ>)	
2020	+	I3	00	7604	0000			
I	+	73	00	775I	0I0I			
2	+	76	00	2055	2032	2032	(+7I 00 0042 <γ>)	
3	-	75	00	0000	0040	0	→ 0040, 004I	
4	-	I0	00	0044	00I5	00I5	(+ m -I 0000 0000)	
5	-	I0	00	7772	0042	0042	(0I00 . . . 0)	
6	+	7I	00	0042	7747		если [0042] = 0, то заслать γ.	
7	-	34	00	2032	2030			
2030	+	I0	00	772I	2032		(+7I 00 0042 <γ>+I)	

I	-	10	00	7772	0042	0042(0100 . . .)
2	+	00	00	0000	0000	если $\kappa = I$, то $\neq 0$
3	-	34	00	2034	2047	
4	+	75	00	0040	0044	} 0016(+ m - I 0000 κ) $\kappa=0, I, 2, \dots, m-I$
5	-	30	00	2036	0016	
6	+	00	00	0000	0000	$0 \rightarrow \begin{pmatrix} z^{1\kappa} \\ z^{2\kappa} \\ z^{m\kappa} \end{pmatrix}$
7	-	20	I6	2036	0043	0016(+ m - 2 0000 $\kappa + m$)
2040	+	75	00	004I	0044	} 0016(+ m - I 0000 $\kappa \cdot m$)
I	-	30	00	2042	0016	
2	+	00	00	0000	0000	$0 \rightarrow (z^{\kappa I}, z^{\kappa 2}, \dots, z^{\kappa m})$
3	-	20	I6	2042	772I	0016(+ m - I 0000 $\kappa m + I$)
4	+	II	00	0040	004I	} 0016(+00 00 0000 $\kappa m + \kappa$)
5	-	30	00	2046	0016	
6	-	00	00	0000	0000	$\alpha \rightarrow z^{(\kappa, \kappa)}$
7	+	60	00	202I	0042	0042(0010 . . . 0)
2050	+	10	00	772I	0040	0040(+00 00 0000 000I)
I	+	10	00	0043	004I	004I(+00 00 0000 m)
2	-	20	I5	2026	0000	0015(+ m - 2 0000 0000)
3	-	30	00	76I3	0000	$\kappa \in \mathbb{Z}_2$
4	+	00	00	000I	0000	
5	+	7I	00	0042	0000	
6	+	43	77	7354	0704	$\neg \kappa \Sigma$

СП - 32

Скалярное произведение векторов с заданной матрицей

Описание алгоритма

СП-32 осуществляет скалярное произведение векторов $\vec{\psi}_1$ и $\vec{\psi}_2$ с заданной матрицей $z^{(\kappa, i)}$.

$$\sigma = (\vec{\psi}_1 \cdot \vec{\psi}_2) = \sum_{i, \kappa=1}^m \psi_2^{(\kappa)} \cdot z^{(\kappa, i)} \cdot \psi_1^{(i)} = \sum_{\kappa=1}^m \psi_2^{(\kappa)} \left(\sum_{i=1}^m z^{(\kappa, i)} \psi_1^{(i)} \right).$$

Обращение к СП-32

СП-32 оформлена как стандартная программа в системе МИС-1.

Для обращений к ней следует написать четыре подряд идущие команды:

```

x  -1  -  31  00  7400  0017,
   x    +  32  i1  m-1  <Z(n)>,
x  +1  +  00  i2  <ψ1(n)> <ψ2(n)>,
x  +2  +  00  i3  0000  <σ>,
    
```

где:

- m - порядок матрицы и вектора,
- $\langle Z^{(n)} \rangle$ - начало матрицы $Z^{(n,i)}$, расположенной по строкам,
- $\langle \psi_1^{(n)} \rangle$ - начало вектора $\bar{\psi}_1$,
- $\langle \psi_2^{(n)} \rangle$ - начало вектора $\bar{\psi}_2$,
- $\langle \sigma \rangle$ - адрес ячейки, в которой находится скалярное произведение,
- i_1, i_2, i_3 - индексные ячейки.

Характеристика программы

Длина СП (n. -1)	0041.
Длина счетной части	0013.
Количество нестандартных констант	0002.
Рабочие ячейки	0040-0042.
Ячейки, в которые выдается результат σ ,	0041.

СП - 32

2000	-	31	00	7557	7574	к БЗМ	7600(+00 15 m-1 0000)	7604(+00 16 0000 <Z ⁽ⁿ⁾ >)	0015(+ xxxx Δ _m 0000)	0016(+ xxxx 0000 Δ ₂)
1	+	71	00	7732	0015					
2	+	13	00	7600	0130		(+00 15 m-1 0000)			
3	+	66	00	7754	0042		0042(+ m -1 0000 0000)			
4	+	67	00	2002	0000		(+0000 0000 m-1)			
5	+	12	00	7721	0043		0043(+0000 0000 m)			

6	+	7I	00	773I	00I6	
7	+	I3	00	7604	0000	(+00 I6 0000 $\langle Z^{(1)} \rangle$)
20I0	+	76	00	2037	2025	2025(+35 I6 0000 $\langle Z^{(1)} \rangle$)
I	-	3I	00	7557	7574	к БЗМ 7600(+00 I5 $\langle \varphi_1^{(1)} \rangle$ 0000)
2	+	7I	00	7732	00I5	7604(+000I 6000 $\varphi_2^{(1)}$)
3	+	I3	00	7600	0000	(+00 I5 $\langle \varphi_1^{(1)} \rangle$ 0000)
4	+	73	00	7752	0000	(+0000 $\langle \varphi_1^{(1)} \rangle$ 0000)
5	+	76	00	2025	2025	2025(+35 I6 $\langle \varphi_1^{(1)} \rangle$ $\langle Z^{(1)} \rangle$)
6	+	7I	00	773I	00I6	
7	+	I3	00	7604	0000	(+00 I6 0000 $\langle \varphi_2^{(1)} \rangle$)
2020	+	I2	00	2040	2030	2030(+35 I5 0040 $\langle \varphi_2^{(1)} \rangle$)
I	-	I0	00	0042	00I5	00I5(+ m -I 0000 0000)
2	-	I0	00	0000	004I	0 \rightarrow 004I
3	-	I0	00	0000	0040	0 \rightarrow 0040
4	-	I0	00	0042	00I6	00I6(+ m -I 0000 0000)
5	+	00	00	0000	0000	
6	+	I6	00	0040	0040	$\sum_{i=1}^m x^{(i,i)} \varphi_1^{(i)}$
7	-	20	I6	2025	7723	
2030	+	00	00	0000	0000	$\varphi_2^{(1)} (\sum_{i=1}^m x^{(i,i)} \varphi_1^{(i)})$
I	+	I6	00	004I	004I	$\sum_{k=1}^m \varphi_2^{(k)} (\sum_{i=1}^m x^{(i,i)} \varphi_1^{(i)})$
2	+	I0	00	0043	0042	0042(+ m -I 0000 m)
3	-	20	I5	2023	772I	00I5(+ m -2 0000 000I)
4	+	20	00	7722	00I7	00I7(-30 00 x +3 0000)
5	-	30	00	7607	0000	к БЗП _I $v = (\bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2)$
6	+	00	00	0002	0000	
7	+	35	00	0000	0000	
2040	+	34	77	0040	0000	
I	-	77	25	5547	I565	$\rightarrow K \Sigma$

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Л.С.Нефедьева, Ян Фу-Цин.

Система интерпретации и библиотека стандартных программ для ЭВМ Минск-2.

Препринт ОИЯИ 2452, Дубна, 1965 г.

2. Библиотека стандартных программ для ЭВМ Минск-2.

ЦСУ СССР, Москва, 1963 г.

3. Библиотека СП для ЦВМ М-20 под общей редакцией М.Р.Шура-Бура
ЦБТИ, Москва, 1961 г.

4. В.Ф. Ляшенко. Программирование для ЭЦВМ М-20.

Советское радио. Москва, 1963 г.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 сентября 1968 г.