ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

11 - 4046

И.И.Шелонцев

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ИНТЕГРАЛА ВЕРОЯТНОСТИ ОТ КОМПЛЕКСНОГО АРГУМЕНТА ДЛЯ МАШИН ТИПА БЭСМ-4

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ
И АВТОМАТИЗАЦИИ

1968

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛВТА

11 - 4046

И.И.Шелонцев

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ИНТЕГРАЛА ВЕРОЯТНОСТИ ОТ КОМПЛЕКСНОГО АРГУМЕНТА ДЛЯ МАШИН ТИПА БЭСМ-4

I. Аналитические формулы

I.I. Явные выражения

$$\Psi(\beta,x)=\frac{1}{\beta\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\exp[-\beta^{-2}(x-y)^2]}{1+y^2}\,dy, \qquad (I)$$

$$\varphi(\beta,x)=\frac{1}{\beta\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{y\cdot\exp[-\beta^{-2}(x-y)^2]}{1+y^2}\,dy. \qquad (2)$$

I.2. Связь с интегралом вероятности от комплексного аргумента.

$$W(z)=e^{-z^2}\left(1+\frac{2i}{\sqrt{\pi}}\int_0^z e^{t^2}dt\right), \qquad (3)$$

$$U(x,y)=\mathrm{Re}\,W(z), \qquad (4)$$

$$V(x,y)=\mathrm{Im}\,W(z), \qquad (5)$$

$$\Psi(\beta,x)=\frac{\sqrt{\pi}}{\beta}U\left(\frac{x}{\beta};\frac{1}{\beta}\right), \qquad (6)$$

$$\varphi(\beta,x)=\frac{\sqrt{\pi}}{\beta}V\left(\frac{x}{\beta};\frac{1}{\beta}\right). \qquad (7)$$

I.3. Разложение для малых по модулю z.

$$W(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(iz)^n}{\Gamma(\frac{n}{2}+1)}. \qquad (8)$$

I.4. Разложение для больших по модулю z.

$$W(z) = \frac{i}{\pi}\sum_{k=1}^{n}\frac{\lambda_k^{(n)}}{z - x_k^{(n)}} \quad . \qquad (9)$$

Здесь $\lambda_k^{(n)}$ – веса Гаусса, x_k^n – узлы Гаусса (корни полиномов Эрмита).

I.5. Ряд для ψ и φ при малых β и больших x

$$\psi = \frac{1}{1+x^2}\left[1 + \sum_{i=1}^{I}(-1)^i \frac{\beta^{2i}}{(1+x^2)^i}\cdot\frac{2i!}{2^{2i}i!}\sum_{j=0}^{i}(-1)^j C_{i+j}^{i-j}\left(\frac{4x^2}{1+x^2}\right)^j\right], \qquad (10)$$

$$\varphi = \frac{x}{1+x^2}\left[1 + \sum_{i=1}^{I}(-1)^i \frac{\beta^{2i}(2i)!}{(1+x^2)^i 2^{2i}(i)!}\sum_{j=0}^{i}(-i)^j C_{i+j}^{i-j}\left(\frac{4x^2}{1+x^2}\right)^j\frac{2i+1}{2j+1}\right]. \qquad (11)$$

2. Расчетные формулы.

2.I. Переход к положительным β и x .

$$\psi(\beta, x) = \psi(\beta, -x) = -\psi(-\beta, x) \quad , \qquad (12)$$

$$\varphi(\beta, x) = -\varphi(\beta, -x) = -\varphi(-\beta, x) \quad , \qquad (13)$$

$$\psi'_\beta(\beta, x) = \psi'_\beta(\beta, -x) = \psi'_\beta(-\beta, x) \quad , \qquad (14)$$

$$\varphi'_\beta(\beta, x) = -\varphi'_\beta(\beta, -x) = \varphi'_\beta(-\beta, x) \quad . \qquad (15)$$

2.2. Для области $\beta(1+x^2)^{-1} < \varepsilon(1)$ использованы формулы (10) и (11) – взято два члена.

$$\psi(\beta, x) = \frac{1}{1+x^2}\left[1 + \beta^2\frac{3x^2-1}{2(1+x^2)^2}\right] , \qquad (16)$$

$$\varphi(\beta,x)=\frac{x}{1+x^2}\left[1+\beta^2\frac{x^2-3}{2(1+x^2)^2}\right], \qquad (I7)$$

$$\psi'_\beta(\beta,x)=\beta\frac{3x^2-1}{(1+x^2)^3}, \qquad (I8)$$

$$\varphi'_\beta(\beta,x)=\beta\frac{x(x^2-3)}{(1+x^2)^3}. \qquad (I9)$$

В качестве $\mathcal{E}(1)$ взято 0,0I.

2.3. Используя формулы (8) и затем (4), (5), (6) и (7), получаем ряды, хорошо сходящиеся для $(x^2+1)^{1/2}\beta^{-1}<R(4)$.

$$\psi(\beta,x)=\frac{\sqrt{\pi}}{\beta}\sum_{n=0}^{40}\frac{(x^2+1)^{n/2}\cos n\varphi}{\beta^n\Gamma(\frac{n}{2}+1)}, \qquad (20)$$

$$\varphi(\beta,x)=-\frac{\sqrt{\pi}}{\beta}\sum_{n=0}^{49}\frac{(x^2+1)^{n/2}\sin n\varphi}{\beta^n\Gamma(\frac{n}{2}+1)}. \qquad (2I)$$

Дифференцируя их, имеем:

$$\psi'_\beta(\beta,x)=-\sqrt{\pi}\sum_{n=0}^{40}\frac{(n+1)(x^2+1)^{n/2}\cos n\varphi}{\beta^{n+2}\Gamma(\frac{n}{2}+1)}, \qquad (22)$$

$$\varphi'_\beta(\beta,x)=\sqrt{\pi}\sum_{n=0}^{40}\frac{(n+1)(x^2+1)^{n/2}\sin n\varphi}{\beta^{n+2}\Gamma(\frac{n}{2}+1)}. \qquad (23)$$

Здесь $\varphi=\pi-\mathrm{arctg}\,x$; число членов ряда ограничено по максимальному n = 40 и по максимуму абсолютной ошибки $\mathcal{E}=10^{-8}$, $R(4)$ взято I,I.

2.4. В остальной области применяется формула (9) и затем (4), (5), (6) и (7).

$$\psi(\beta,x)=\sum_{k=1}^{n}A_k\left[1+(\beta z_k+x)^2\right]^{-1}, \tag{24}$$

$$\varphi(\beta,x)=\sum_{k=1}^{n}A_k(\beta z_k+x)\left[1+(\beta z_k+x)^2\right]^{-1}, \tag{25}$$

$$\psi'_\beta(\beta,x)=\beta^{-3}\sum_{k=1}^{n}A_k\left[2(\beta z_k+x)^2-4x(\beta z_k+x)+2x^2-\beta^2\right]\left[1+(\beta z_k+x)^2\right]^{-1}, \tag{26}$$

$$\varphi'_\beta(\beta,x)=\beta^{-3}\sum_{k=1}^{n}A_k\left[2(\beta z_k+x)^3-4x(\beta z_k+x)^2+(2x^2-\beta^2)(\beta z_k+x)\right]\left[1+(\beta z_k+x)^2\right]^{-1}. \tag{27}$$

Здесь $A_k=\lambda_k^{(n)}\pi^{-1/2}$ – веса Гаусса, домноженные на константу, $z_k=z_k^{(n)}$ – узлы Гаусса. Для $(x^2+1)^{1/2}\beta^{-2}<R(3)$ взято n = 64; для $(x^2+1)^{1/2}\beta^{-1}<R(2)$ n = 32, для $(x^2+1)^{1/2}\beta^{-1}<R(1)$ n = I6 и для $(x^2+1)^{1/2}\beta^{-1}>R(1)$ n = 8.

R (3) = I,4 ,

R (2) = 2,5 ,

R (I) = 5,0 .

3. Программа.

3.I. Программа оформлена как стандартная в системе ИС-2, n - I = 464.

Обращение:

	I6	x	750I	76I0
π	00	$\langle\beta\rangle$	N_{cn}	$\langle x\rangle$
π	00	0000	0000	$\langle\psi\rangle$

$\langle\beta\rangle$ - ячейка, где находится β ;

$\langle X\rangle$ - ячейка, где находится X ;

$\langle\Psi\rangle$ - ячейка, куда посылается $\Psi(\beta,x)$, следом посылаются

$\varphi(\beta x)$; $\Psi'_\beta(\beta,x)$ и $\varphi'_\beta(\beta,x)$.

3.2. Среднее время вычисления Ψ ; φ ; Ψ'_β ; φ'_β для достаточно большой окружности на плоскости β и X равно около 0,025 секунды.

3.3. Точность - около восьми знаков после запятой для Ψ и φ и около семи знаков после запятой для Ψ'_β и φ'_β .

4. Заключение.

4.I. В конце приведен список литературы. Ввиду того, что применение этих функций очень широко, привести полный список не представляется возможным. Приведена только та литература, которая оказала помощь в составлении программы. В частности: [I] — наиболее полные таблицы u и v ; [2] - одни из первых таблиц Ψ и φ ; [4] - наиболее подробный обзор всех вычислительных формул для Ψ , φ и их первых и вторых производных по X и β ; [7] -очень эффективный метод вычисления Ψ и φ , основанный на разложении экспоненты (см. [3]); [9] -узлы и веса Гаусса, примененные в программе.

4.2. В заключение выражается благодарность Н.Ю.Шириковой и В.Н.Ефимову за помощь в работе.

п/к 1

2000	252	2465	0000	760I	БФ
I	0I6	2002	76I7	7625	
2	0I6	2003	7602	7554	БЗАI
3	0I6	2004	76II	7554	БЗА2
4	055	000I	77I2	2047	знак x
5	003	000I	0000	2235	$/x/$
6	I00	0000	0000	2246	очистка
7	II2	0003	2006	000I	
20I0	055	0002	77I2	2050	знак β
I	003	0002	0000	2236	$\|\beta\|$
2	005	000I	000I	2243	X^2
3	00I	776I	2243	0002	X^2+I

п/к 2

20I4	044	0002	0000	0003	$(X^2+I)^{I/2}$
5	072	0000	752I	0000	РАо
6	0I6	20I7	7573	760I	БЗИ
7	055	7607	77II	0000	ρ (π=1)
2020	036	0000	2023	0000	
I	0I4	0064	752I	000I	в АЗ
2	0I3	7607	000I	7607	Формирование
3	0I3	205I	7607	2042	5.00.2246.0000. Ψ
4	032	0000	7626	2025	БЗ
5	077	000D	0000	0000	
6	056	0000	2437	0000	→ Уход на проверку области УI
7	072	0000	76I6	0000	РА=А2

п/к 3

2030	256	0000	2060	0000	Уход на арифметику
I	0I5	2047	0000	0000	$\rho(x<0)$
2	036	0000	2035	0000	
3	0I5	2047	2247	2247	$\varphi(-x)=-\varphi(x)$
4	0I5	2047	225I	225I	$\varphi'_\beta(-x)=-\varphi'_\beta(x)$
5	0I5	2050	0000	0000	$\rho(\beta<0)$
6	036	0000	204I	0000	
7	0I5	2050	2246	2246	$\psi(-\beta)=-\psi(\beta)$
2040	0I5	2050	2247	2247	$\varphi(-\beta)=-\varphi(\beta)$
I	052	0000	0000	0000	
2	077	0000	0000	0000	Блок засылки результата
3	II2	0003	2042	000I	

п/к 4

2044	032	0000	2045	2026	БВ
5	0I6	2046	7633	760I	
6	0I6	76I0	7600	760I	Уход в ОП
7	077	0000	0000	0000	Знак x
2050	077	0000	0000	0000	Знак β
I	500	2246	0000	0000	Для яч. 2042
2	400	0000	0000	2237	для $z(i)$
3	400	0000	0000	2240	для $A(i)$
4	000	2274	0003	2355	Нач. z (о) $n-1$ Нач. A(о)
5	000	2300	0007	236I	z (о) $n-1$ A(о)
6	000	23I0	00I6	237I	z (о) $n-1$ A(о)
7	000	2327	0025	24I0	z (о) $n-1$ A(о)

2060	032	0000	2066	000I	Общая часть	п/к 5
I	456	2053	2074	000I	Область I	
2	456	2053	2074	000I	Область 2	
3	456	2053	2074	000I	Область 3	
4	456	2053	2074	000I	Область 4	
5	056	0000	2I43	0000	Область 5	
6	003	2236	2273	0000	$P(\beta < \beta(\text{мин.}))$	PA=I,2,3,4.
7	036	0000	206I	0000		
2070	403	226I	224I	0000	$P\{R(i) < r = \beta^{-1}(x^2+1)^{1/2}\}$	
I	236	0000	2060	0000		
2	II2	0004	2070	000I		
3	056	0000	2I43	0000	Уход на область 5	

2074	055	000I	7734	0002	Формирование выноса $z(i)$	п/к 6
5	0I3	2052	0002	2I06		
6	055	000I	773I	0002	Формирование выноса $z(i)$	
7	0I4	0I30	0002	0002		
2I00	0I3	2053	0002	2I07		
I	072	0000	000I	0000	PA= n	
2	026	7762	2235	2242	4x	
3	026	776I	2243	2243	$2x^2$	
4	005	2236	2236	2244	β^2	
5	002	2243	2244	2243	$2x^2-\beta^2$	
6	077	0000	0000	0000	4.00, z(o), 0, 2237	
7	077	0000	0000	0000	4.00, A (o), 0, 2240	

н/к 7

2II0	000	0000	0000	2I33	$0 \Longrightarrow \omega$
I	005	2237	2236	000I	$\beta z(i)$
2	00I	2235	000I	000I	$\beta z(i)+x$
3	005	000I	000I	0002	$(\beta z+x)^2$
4	00I	776I	0002	0002	$1+(\beta z+x)^2$
5	004	776I	0002	2252	$[1+(\beta z+x)^2]^{-1}=f(1)$
6	005	000I	2252	2253	$(\beta z+x)f(1)=f(2)$
7	005	000I	2253	0002	$(\beta z+x)f(2)$
2I20	026	776I	0002	0002	$2(\beta z+x)f(2)$
I	005	000I	2242	0003	$4x(\beta z+x)$
2	002	2243	0003	0003	$2x^2-\beta^2-4x(\beta z+x)$
3	005	2252	0003	0003	$f(1)[2x^2-\beta^2-4x(\beta z+x)]$

н/к 8

2I24	00I	0002	0003	2254	$f(1)[2(\beta z+x)^2-4x(\beta z+x)+2x^2-\beta^2]=f(3)$
5	005	000I	2254	2255	$f(3)(\beta z+x)=f(4)$
6	452	0000	0000	2I32	
7	305	2240	2252	2252	
2I30	70I	2252	2246	2246	
I	II2	0003	2I27	000I	Умножение на весовой множитель
2	077	0000	0000	0000	и сложение
3	077	0000	0000	0000	ω – уход через раз к 2I36
4	075	77I2	2237	2237	$-z(i)$
5	0I6	2I36	2III	2I33	Повторение для $(-z)$
6	I32	000I	2I06	7777	Конец цикла по i
7	005	2236	2244	2244	β^3

н/к 9

2I40	004	2250	2244	2250	$:\beta^3$
I	004	225I	2244	225I	
2	056	0000	203I	0000	Уход
3	004	776I	2236	2246	β^{-1}
4	000	2246	0000	2250	
5	0I6	2I46	750I	76I0	$\mathrm{arctg}\, x = \varphi_1$
6	000	2236	00I2	2242	
7	002	2266	2242	2242	$\varphi = \pi - \varphi_1$
2I50	000	2242	0000	2243	$n\varphi$
I	005	224I	2250	2244	$r/\beta = \beta^{-2}(x^2+1)^{1/2}$
2	005	2267	2244	2244	$\alpha_1^0 = \beta^{-1} \cdot r \cdot 2 \cdot \pi^{-1/2}$
3	005	224I	224I	224I	r^2

н/к 10

2I54	005	2250	224I	2245	$\alpha_2^0 = r^2 \beta^{-1}$
5	000	776I	0000	2256	$n(1) = 1(2)$
6	000	7762	0000	2257	$n(2) = 2(1)$
7	000	7762	0000	2260	$n(3) = 2(1)$
2I60	000	0000	0000	2I64	$0 \Longrightarrow \omega$
I	0I6	2I62	750I	76I0	$\sin n\varphi,\ \cos n\varphi$
2	000	2243	007I	2237	
3	00I	2242	2243	2243	$n\varphi + \varphi = (n+1)\varphi$
4	077	0000	0000	0000	ω – уход
5	005	2244	2240	2252	$\alpha_1^i \cos n\varphi$
6	005	2244	2237	2253	$\alpha_1^i \sin n\varphi$
7	005	2260	2252	2254	$n(3)\alpha_1^i \cos n\varphi$

н/к 11

2I70	005	2260	2253	2255	$n_3 \alpha_1^i \sin n\varphi$
I	005	224I	2244	2244	$\alpha_1^i \tau^2$
2	00I	7762	2256	2256	$n(1)+2 \Longrightarrow n(1)$
3	004	2244	2256	2244	$\alpha_1^i \tau^2 n(1)^{-1}$
4	026	776I	2244	2244	$2\alpha_1^i \tau^2 n(1)^{-1} = \alpha_1^{i+1}$
5	056	2234	2205	2I64	Уход с засылкой конст.
6	005	2245	2240	2252	$\alpha_2 \cos n\varphi$
7	005	2245	2237	2253	$\alpha_2 \sin n\varphi$
2200	005	2260	2252	2254	$n(3)\alpha_2 \cos n\varphi$
I	005	2260	2253	2255	$n(3)\alpha_2 \sin n\varphi$
2	005	224I	2245	2245	$\alpha_2^i \tau^2$
3	004	2245	2257	2245	$\alpha_2^i \tau^2 n(2)^{-1} = \alpha_2^{i+1}$

н/к 12

2204	00I	776I	2257	2257	$n(2)+1 \Longrightarrow n(2)$
5	00I	776I	2260	2260	$n(3)+1 \Longrightarrow n(3)$
6	000	0000	0000	000I	$0 \Longrightarrow$ макс. ε
7	452	0000	0000	2220	
22I0	70I	2252	2246	2246	Добавление членов ряда
I	4I5	2246	0000	0000	ρ (чл. ряда = 0)
2	036	0000	22I7	0000	
3	604	2252	2246	0002	Относит. погр. = ε
4	003	0002	000I	0000	
5	036	0000	22I7	0000	Макс. 000I; 0002 => 000I
6	000	0002	0000	000I	
7	II2	0003	22I0	000I	Цикл.

к/к 13

2220	077	0000	0000	0000	РА
I	003	2260	227I	0000	$p(n(3) > n м)$
2	076	0000	2225	0000	
3	003	000I	2272	0000	$p(\varepsilon < \varepsilon_{мин})$
4	076	0000	2I6I	0000	
5	052	0000	0000	0000	
6	305	2270	2246	2246	$x\pi^{1/2}$
7	II2	0003	2226	000I	
2230	003	0000	2236	000I	$-\beta$
I	004	2250	000I	2250	Производные делятся
2	004	225I	000I	225I	на $(-\beta)$
3	056	0000	203I	0000	Уход

к/к 14

2234	056	0000	2I76	2I64	Константа для 2I64	
5	077	0000	0000	0000	Ячейки для X	
6	077	0000	0000	0000		β
7	077	0000	0000	0000	$z(i)$	$\sin n\varphi$
2240	077	0000	0000	0000	$A(i)$	$\cos n\varphi$
I	077	0000	0000	0000	z	z^2
2	077	0000	0000	0000	$4x$	φ
3	077	0000	0000	0000	$2x^2-\beta^2$	$n\varphi$
4	077	0000	0000	0000	β^2	$\alpha_1^0 = 2z\beta^{-1}\pi^{1/2}$; α_1^i
5	077	0000	0000	0000		$\alpha_2^0 = z^2\beta^{-1}$; α_2^i
6	077	0000	0000	0000	$\psi(\beta, x)$	
7	077	0000	0000	0000	$\varphi(\beta, x)$	

н/к 15

2250	077	0000	0000	0000	$\psi'\beta$
I	077	0000	0000	0000	$\varphi'\beta$
2	077	0000	0000	0000	Члены ряда
3	077	0000	0000	0000	
4	077	0000	0000	0000	
5	077	0000	0000	0000	
6	077	0000	0000	0000	Счетчики n (I)
7	077	0000	0000	0000	n (2)
2260	077	0000	0000	0000	n (3)
I	000	0000	0I54	0000	ℓ – особая строка
2	I03	5000	0000	0000	Границы $R_1 = 5$
3	I02	5000	0000	0000	областей $R_2 = 2,5$

н/к 16

2264	I0I	5463	0000	0000	$R_3 \sim 1,4$
5	I0I	43I4	0000	0000	$R_4 \sim 1,1$
6	I02	6220	7732	5040	$\pi = 3,14159265$
7	I0I	4406	7272	3456	$2x\pi^{-1/2} = 1,1283791 5$
2270	I0I	7055	7704	433I	$\pi^{1/2} = 1,77245385$
I	I06	5000	0000	0000	$n_{max} = 40$
2	046	5000	0000	0000	$\varepsilon_{мин} \sim 10^{-8}$
3	075	6000	0000	0000	$\beta_{мин} \sim 0.1$
4	077	6062	5360	7423	$z(0) = 0,3811869902 0$
5	I0I	450I	7354	3360	$z(1) = 1,1571937124$
6	I0I	7732	3355	56I7	$z(2) = 1,9816567567$
7	I02	5670	7620	202I	$z(3) = 2,9306374202$

Корни полиномов Эрмита

н/к 17

2300	077	4300	2665	I247	z(0) =0,27348I046I3
I	I00	6452	6362	I604	z(1) =0,82295I449I4
2	I0I	54I2	6II7	6457	z(2) =I,380258539I
3	I0I	7635	2060	2655	z(3) =I,95I7879909
4	I02	5057	237I	7I23	z(4) =2,546202I578
5	I02	6265	I764	2260	z(5) =3,I76999I6I9
6	I02	7572	24I0	6563	z(6) =3,8694479048
7	I03	4540	5046	I747	z(7) =4,6887389393
23I0	076	6I70	2I24	6476	z(0) =0,I9484074I56
I	I00	4534	0453	0646	z(1) =0,58497876543
2	I00	7637	5757	I472	z(2) =0,97650046358
3	I0I	5366	4I76	4I42	z(3) =I,3703764I09

н/к 18

23I4	I0I	7044	II75	3I66	z(4) =I,767654I094
5	I02	4255	4423	065I	z(5) =2,I69499I836
6	I02	5II7	0650	0270	z(6) =2,5772495377
7	I02	5770	2370	I7I3	z(7) =2,9924908250
2320	I02	6653	I337	22I2	z(8) =3,4I7I674928
I	I02	7552	I756	0303	z(9) =3,8537554854
2	I03	4234	34I4	4006	z(10) =4,3055479533
3	I03	46I5	72I0	0574	z(11) =4,777I645035
4	I03	52I5	0520	2326	z(12) =5,2755509865
5	I03	5637	670I	2I44	z(13) =5,8I22259495
6	I03	632I	5233	67I5	z(14) =6,409498I492
7	076	433I	7432	43I3	z(0) =0,I3830224498

н/к 19

2330	077	6507	4552	2I7I	z(1)= 0,4I4988824I2
I	I00	5422	072I	7655	z(2)= 0,69I9223058I
2	I00	7602	I0I2	362I	z(3)= 0,96926942307
3	I0I	4772	2I0I	I555	z(4)= I,247200I569
4	I0I	6065	0I25	6624	z(5)= I,525889I402
5	I0I	7I6I	5457	6236	z(6)= I,8055I7I7I4
6	I02	4I30	2576	5366	z(7)= 2,0862728798
7	I02	457I	I437	0776	z(8)= 2,3683545886
2340	I02	5233	4752	4600	z(9)= 2,65I9724354
I	I02	5677	66I6	2346	z(10)= 2,9373508230
2	I02	6346	0777	2665	z(11)= 3,22473I29I9
3	I02	70I6	56II	0267	z(12)= 3,5I43759357

н/к 20

2344	I02	747I	7336	I0II	z(13)= 3,80657I5I39
5	I03	4064	0226	7420	z(14) = 4,I0I6344745
6	I03	43I4	6037	0555	z(15) = 4,3999I7I682
7	I03	4547	2506	0552	z(16) = 4,70I8I56474
2350	I03	5003	7673	0042	z(17)= 5,007779602I
I	I03	5242	7670	3032	z(18)= 5,3I83252246
2	I03	5504	5047	6073	z(19)= 5,634052I643
3	I03	575I	232I	4306	z(20)= 5,9556663267
4	I03	622I	3236	5566	z(21)= 6,2840II2287
5	077	5757	5566	2665	A(0) = 0,3730I2255
6	075	740I	557I	7404	A(1) = 0,II7239907
7	072	4735	64I2	6062	A(2) = 0,963522006 $\cdot 10^{-2}$

к/к 21

2360	063	7302	5570	I477	A(3) = 0,II26I4537xI0^{-3}
I	077	4453	4433	7I4I	A(0) = 0,2865685I9
2	076	5042	I564	203I	A(1) = 0,I5833837I
3	074	6032	6647	7657	A(2) = 0,472847520xI0^{-I}
4	07I	734I	7575	4445	A(3) = 0,726693755xI0^{-2}
5	066	4236	II00	I3I3	A(4) = 0,525984923xI0^{-3}
6	06I	4005	422I	45I5	A(5) = 0,I53000320xI0^{-4}
7	052	43II	5206	4II4	A(6) = 0,I30947320xI0^{-6}
2370	040	5II2	7674	3527	A(7) = 0,I4978I47IxI0^{-9}
I	076	66I4	4530	I523	A(0) = 0,2II705568
2	076	5004	570I	764I	A(1) = 0,I56538992
3	075	5354	4502	I4I5	A(2) = 0,853448078xI0^{-I}

к/к 22

2374	074	4273	3304	36II	A(3) = 0,34I098475xI0^{-I}
5	072	5044	I040	7562	A(4) = 0,990346I64xI0^{-2}
6	070	4I62	I57I	6I34	A(5) = 0,206205I03xI0^{-2}
7	065	4752	0204	I356	A(6) = 0,302557024xI0^{-3}
2400	062	4002	6526	5I43	A(7) = 0,305598028xI0^{-4}
I	056	4243	40II	6006	A(8) = 0,205962209xI0^{-5}
2	05I	5753	455I	3I72	A(9) = 0,888I29066xI0^{-7}
3	044	4756	5I00	7745	A(10) = 0,23I25I839xI0^{-8}
4	036	4463	4603	2654	A(11) = 0,334750I2IxI0^{-I0}
5	027	4I35	7606	5473	A(12) = 0,237806484xI0^{-I2}
6	0I6	6053	2476	2772	A(13) = 0,6755290I8xI0^{-I5}
7	004	4633	4756	5II5	A(14) = 0,520844956xI0^{-I8}

к/к 23

24I0	076	47I4	4I55	0730	A(0) = 0,I53I083I5
I	076	4I5I	5654	7572	A(1) = 0,I3I453230
2	075	6I46	0II4	4277	A(2) = 0,968633633xI0^{-I}
3	074	7653	5446	6722	A(3) = 0,6I2I3638IxI0^{-I}
4	074	4I73	7I2I	3I74	A(4) = 0,33I404857xI0^{-I}
5	072	7667	2402	7I77	A(5) = 0,I534772I9xI0^{-I}
6	07I	6I55	4720	4030	A(6) = 0,606844598xI0^{-2}
7	070	4I37	0665	05I4	A(7) = 0,204382582xI0^{-2}
2420	066	4624	2636	267I	A(8) = 0,584686079xI0^{-3}
I	064	4507	543I	7605	A(9) = 0,I4I602387xI0^{-3}
2	06I	745I	4443	052I	A(10) = 0,289I99580xI0^{-4}
3	057	5I46	0050	I770	A(11) = 0,495837969xI0^{-5}

к/к 2

2424	054	575I	I337	6302	A(12) = 0,709942458xI0^{-6}
5	05I	5523	II54	0062	A(13) = 0,843764I00xI0^{-7}
6	046	4340	I237	4762	A(14) = 0,826608437xI0^{-8}
7	042	5540	I037	7327	A(15) = 0,662I42337xI0^{-9}
2430	036	57I7	2565	3537	A(16) = 0,429642622xI0^{-I0}
I	032	4722	7476	6600	A(17) = 0,223372684xI0^{-II}
2	025	6355	74II	662I	A(18) = 0,9I8692873xI0^{-I3}
3	020	6502	4237	I37I	A(19) = 0,2944293I2xI0^{-I4}
4	0I3	5I50	402I	6567	A(20) = 0,7222I5353xI0^{-I6}
5	005	6075	0462	73I3	A(21) = 0,I32690884xI0^{-I7}
6	072	5075	34I2	I730	$\beta(1+x^2)^{-1}$(мин) = 0,01
7	004	2236	0002	000I	$\beta(1+x^2)^{-1}$

к/к 25

2440	005	2236	000I	0004	$\frac{\beta^2}{1+x^2}$
I	003	0004	2436	0000	$P\left(\frac{\beta^2}{1+x^2} < 0{,}01\right)$
2	036	0000	2445	0000	
3	004	0003	2236	224I	$\sqrt{x^2+1}/\beta$
4	056	0000	2027	0000	$\longrightarrow$
5	005	2243	7763	0003	$3x^2$
6	002	0003	776I	0003	$3x^2-1$
7	004	000I	0002	000I	$\beta(1+x^2)^{-2}$
2450	005	000I	0003	0003	$\beta(3x^2-1)(1+x^2)^{-2}$
I	002	2243	7763	0004	x^2-3
2	005	000I	0004	0004	$\beta(x^2-3)(1+x^2)^{-2}$
3	004	0003	0002	2250	$\beta(3x^2-1)(1+x^2)^{-3}$

к/к 26

2454	004	0004	0002	225I	$\beta(x^2-3)(1+x^2)^{-3}$
5	005	2235	225I	225I	$\beta x(x^2-3)(1+x^2)^{-3}$
6	052	0000	0000	0000	
7	366	776I	0003	0003	$x\ 0{,}5$
2460	305	2236	0003	0003	
I	30I	776I	0003	0003	$1+$
2	504	0003	0002	2246	$:$
3	II2	000I	2457	000I	
4	005	2235	2247	2247	умн. на x
2465	056	0000	203I	0000	$\longrightarrow$
	3I7	0673	354I	7544	К Σ

ЛИТЕРАТУРА

I. В.Н.Фадеева и Н.М.Терентьев. Таблицы значений интеграла вероятностей от комплексного аргумента. ГИТТЛ,Москва, I954.

2. M.E.Rose, W.Miranker, P.Leak, G.Rabinowitz. A table of integral   (x,t). BNL-257, I953.

3. Approximations for digital computers, by Cecil Hastings, Princeton, New Jersey, Princeton University Press, I955.

4. Calcul de   ,   et de leurs derivees, par Jves Dandeu,... Rapport CEA-R-2824, Centre d'etudes nucleaires de Saclay.

5. A.Keane, M.H.Mc.Kay. A useful approximation in the theory of resonance absorption. Austral. J. Appl. Sci., I960, II,N3.

6. Nuclear science and Engineering. V.II, N3. november I96I, p.343.

7. Journal of nuclear energy. F.T.Adler, D.Naliboff. A direct method for the evaluation of the resonance line shape functions. v. I4, N4, July I96I, p.209.

8. Nuclear Science and Engineering. v.I7, N4. December I963, p. 547.

9. T.S.Shao, T.C.Chen and R.M.Frank. Mathematics of Computation, v.I4, N4, July I96I, p.209.

IO.K.K.Seth. A Tabulation of the Doppler integrals   (x,t) and   (x,t). Nucl. inst, 3I (I964), N2.

Рукопись поступила в издательский отдел
20 августа I968 года.