3362

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

11 - 3362

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ
И АВТОМАТИЗАЦИИ

И.Н. Силин

ТА

СТАНДАРТНАЯ ПРОГРАММА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

1967.

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛВТА

11 - 3362

Силин И.Н.

СТАНДАРТНАЯ ПРОГРАММА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

ДУБНА 1967

СП-123

Вычисление минимумов квадратичного функционала методом линеаризации

Программа ищет минимум функционала

$$M = \sum_{j=1}^{n} [F_j - f(a_1, \dots a_m; x_j \dots z_j)]^2 \omega_j$$

по параметрам $a_1, \dots a_m$, с заданного начального приближения.

Обращение:

$\kappa - 1$	0	16	κ	7501	7610
κ	$\pi_1 \pi_2 \pi_3$	0	m	0123	S
$\kappa + 1$	π	0	K	$<\epsilon>$	n
$\kappa + 2$	π	$УЧ_1$	$<a_1>$	$a_{мзу}$	$\ell_{зон}$
$\kappa + 3$	π	$УЧ_2$	P	A	B
$\kappa + 4$	π	0	$<f>$	$a_{вх}$	$a_{вых}$

m - число параметров x/,

n - число точек,

S - число ячеек, отведенных для описания одной точки (функция, вес, координаты),

ϵ - точность,

$<a_1>$ - начальные параметры m штук, затем

b_k - m штук - начальные, ограничивающие шаг числа, затем,

x/Должно быть $m \geq 2$, что связано с особенностью СП-37. Она не обращает матрицы первого порядка. При необходимости найти минимум по одному параметру следует ввести дополнительный фиктивный параметр и зафиксировать его.

M_0 – большое число, заведомо превышающее начальное значение функционала, затем $n'_2 = 0$ и затем $4m+4+sn+m^2$ рабочих ячеек, всего $6m+6+sn+m^2$,

$УЧ_1$ – признак и номер ленты или барабана, если числовой материал расположен на МЗУ,

$\ell_{зон}$ – число зон (массивов на барабане), отведенных под группы числового материала по n точек в каждой,

$a_{мзу}$ – адрес первой зоны (массива) на ленте (барабане),

$a_{вх}$, $a_{вых}$ – вход и выход арифметической части, $a_{вых}$ должна быть пустой ячейкой,

<f> – адрес сосчитанной функции, следом за ней должны стоять

m – производных $\frac{df}{da_k}$ (вычисляются в арифметике),

K – в ячейке с номером K должен стоять управляющий код:

$$100 + p \ ; \ n_1 \ , \ n_2 \ , n_3 \ .$$

Имеющиеся в памяти b_k – органичивающие числа перед использованием умножаются на масштабный множитель 2^P.

n_1, n_2 ведают автоматическим выбором b_k;

если $n_1 = 0$, $n_2 = 7777$, то b_k фиксированы.

n_1 – число допустимых уменьшений шага на одной итерации,

n_2 – число итераций после последнего невыполнения условия сходимости $M_{\xi+1} < M_\xi$, когда можно попытаться увеличить b_k.

Хорошо работают

$n_1 = 0002$, $n_2 = 0001$ и $n_1 = 0002$, $n_2 = 0002$,

n_3 – число итераций, после которого происходит выход из программы независимо от точности.

В ячейке k + 1 располагается шкала фиксации параметров. Если в i -ом двоичном разряде шкалы (справа налево) стоит 1, то i -ый параметр фиксируется (не меняется в процессе поиска минимума). Если шкала не помещается в одной ячейке, то ее продолжение располагается в ячейке k + 2.

$УЧ_2$ – логическая сумма признака ввода данных и вывода результатов:

01 – ввод числового материала с перфокарт,

02 – печать итераций.

04 – счет кривой по сосчитанным коэффициентам и ее печать,

10 – печать матрицы ошибок – десятичная;

20 – перфорация матрицы ошибок,

40 – перфорация окончательных коэффициентов – восьмеричная,

P – печатается каждая **P-ая итерация,** если есть признак 02 в $УЧ_2$.

A – B – при счете кривой может выдаваться на печать значение величин (A)..(B) – в каждой точке. При $B_{исп} = 0$ эта печать блокируется.

π_2 – (первая строка информации). Если $\pi_2 = 0$, то при каждом новом обращении к СП-123 она заново вызывается на рабочее поле и настраивается по параметрам независимо от того, была ли она стерта или нет.

При $\pi_2 = 1$, если программа не стерта, счет ведется по настроенной прежде программе независимо от указанной информации. Тогда варианты могут отличаться только значением числовых величин, указанных в информации при первоначальном обращении к СП-0123. Ввод числового материала с перфокарт при повторном обращении к СП блокируется.

Если в $УЧ_2$ задан признак 02, то печатаются промежуточные результаты каждой P-ой итерации в следующем порядке:

$\left.\begin{array}{l} N^o \text{ итерации} \\ M \\ N^o \text{ итерации} \\ M \end{array}\right\}$ столько раз, сколько итерация повторялась, когда не выполнялось условие сходимости.

$\left.\begin{array}{l} R_1 \\ \vdots \\ R_m \end{array}\right\}$ – факторы корреляции,

$\left.\begin{array}{l} \sigma_1 \\ \vdots \\ \sigma_m \end{array}\right\}$ – ошибки параметров,

$\left.\begin{array}{l} a_1 \\ \vdots \\ a_m \end{array}\right\}$ – параметры, соответствующие сумме (последней из напечатанных) т.е. новые поправки еще не учтены,

$$\kappa = \max_k \frac{|\Delta a_k|}{\sigma_k},$$

λ – обрезающий множитель, ограничивающий шаг.

Итерации нумеруются с нулевой и далее.

Нулевая итерация соответствует начальным, заданным параметрам. Если есть признак печати итераций, то всегда печатается последняя итерация, независимо от ее номера. Причем если ее номер не согласуется с P (через сколько итераций печать), то последняя итерация повторяется для печати промежуточных результатов. Последняя итерация может повторяться при $P \neq 0$, даже если нет признака 02 в $УЧ_2$. В том случае, когда итерации не печатаются, для экономии времени счета желательно иметь $P = 0$. Печать ведется по СП-110 в режиме III (накопление на буфере) с шестью рабочими ячейками.

Числовой материал F_j, σ_j, x_j, y_j может вводиться либо самой СП-123 с перфокарт или программистом. В первом случае материал пробивается в десятичной системе на перфокарты массивами по n точек в следующем порядке:

$$F_1 \sigma_1 x_1 y_1 \ldots F_2 \sigma_2 x_2 y_2 \ldots$$

и каждый массив снабжается своей контрольной суммой, если массивов несколько. Массивы должны быть равной длины. Если в $УЧ_1$ не нуль, то числовой материал будет помассивно записан на барабан или ленту (согласно УЧ 1, на место, соответствующее $A_{МЗУ}$) с предварительным переводом в двоичную систему и пересчетом ошибок в веса $\omega_j = \frac{1}{\sigma_j^2}$ (использование МЗУ обязательно, если число массивов больше чем один).

Если числовой материал вводится самим программистом, либо вычисляется в программе, то он должен быть помещен, начиная с ячейки $\langle a_1 \rangle + 6m + 6$, либо записан на МЗУ в двоичном виде с указанием в обоих случаях весов ω_j вместо σ_j.

Задание у j-ой точки нулевого веса ω_j или $\sigma_j > 2^{35}$ эквивалентно выкидыванию точки из числового материала.

В процессе итерации СП-123 не ведет счета в такой точке, и, следовательно, потерь времени не происходит.

СП-123 передает управление на арифметическую часть для счета $f(a_1, \ldots a_m; x_j \ldots z_j)$ и ее производных $\frac{df}{da_k}$ в точке $\{x_j, y_j \ldots z_j\}$ с $PA = \langle x_j \rangle - 2$ (x_j находится в числовом материале). Так, например, текущее x_j может быть выбрано в нужную программисту ячейку при помощи команды 4 00; 0002, 0000 $\langle x \rangle$, пока не испорчено содержимое РА.

Если f есть функция нескольких переменных, то остальные переменные могут быть выбраны при помощи команд:

4	00	0003	0000	$\langle y \rangle$
4	00	0004	0000	$\langle z \rangle$

При помощи команды

4	00	0000	0000	$\langle F \rangle$

может быть выбрано F_j, а при помощи

4	00	0001	0000	$\langle \omega \rangle$

вес $\omega_j = \frac{1}{\sigma_j^2}$, если они зачем-либо понадобятся в арифметической части.

Признак 04 в $УЧ_2$

Счет и печать кривой $f(a_1 \ldots a_m, x_j \ldots z_j)$ от найденных параметров $a_1, \ldots a_m$ по последней группе числового материала (если группа одна, то по всему числовому материалу).

В каждой точке печатается

$f(x_j)$

$\sigma(f(x_j))$

$\left(\frac{F_j - f(x_j)}{\sigma_j}\right)^2$

x_j,

(A)...(B) — дополнительная выдача, если она не заблокирована.

Здесь: $\sigma(f(x_j))$ — коридор ошибок,

$\left(\frac{F_j - f(x_j)}{\sigma_j}\right)^2$ — вклад данной экспериментальной точки в сумму позволяет контролировать качество решения и задаваемых точек. В случае статистической задачи он должен быть близок к единице (точнее, к величине $\frac{n-m}{n}$). Печатается только первая координата x_j, остальные при желании могут быть отпечатаны во вспомогательной выдаче (A) $\div$ (B).

Печать кривой ведется и в точках с нулевыми весами, что может быть использовано для построения кривой по интересующим точкам.

Чтобы напечатать кривые по всем группам числового материала, а не только по последней, нужно в обращении с СП-123 заблокировать печать кривой, а сразу после выхода из СП-123 выполнить следующую программу:

γ	072		$\kappa-1$	
$\gamma+1$	272			
$\gamma+2$	652	0303		7615
$\gamma+3$	513	0203	$\gamma+10$	0244
$\gamma+4$	516	0214	$\gamma+5$	0271
$\gamma+5$	516	0244	$\gamma+6$	0201
$\gamma+6$	516	0300	$\gamma+7$	0054
$\gamma+7$	316	$\gamma+11$	0047	0302
$\gamma+10$	000			0041

Здесь $\kappa-1$ - адрес первой строки обращения к СП-123, сделанного перед выполнением данной программы.

Печать производится по СП-110 в режиме II (накопление на указанном поле) с использованием $2m+2$ рабочих ячеек. Печать матрицы ошибок производится по СП-110 в режиме I (с использованием $2m+2$ рабочих ячеек). Перфорация матрицы ошибок и коэффициентов - по СП-16.

Рабочие ячейки

После выполнения очередной итерации (также и после выхода из СП-123) в ячейках $\langle a_1\rangle \ldots \langle a_1\rangle+m-1$ находятся параметры, соответствующие последней полученной сумме, т.е. без поправок, полученных в последнем приближении. В ячейках $\langle a_1\rangle+m \ldots \langle a_1\rangle+2m-1$ находятся b_k - ограничение шага. В случае автоматического выбора они отличаются от указанных вначале.

В ячейке $\langle a_1\rangle+2m$ находится последняя сумма M.

В ячейке $\langle a_1\rangle+2m+1$ - счетчик n'_2 (число итераций, прошедших без уменьшения b_k).

В ячейке $\langle a_1\rangle+2m+2$

$$\kappa = \max_k \frac{\Delta a_k}{\sigma_k}.$$

В ячейке $\langle a_1\rangle+2m+3$ λ - обрезающий шаг множитель.

В ячейке $\langle a_1\rangle+2m+4 \ldots \langle a_1\rangle+3m+3$ Δa_k - поправки, полученные в последней итерации (не умноженные на λ).

В ячейках $\langle a_1\rangle+6m+6 \ldots \langle a_1\rangle+6m+6+sn-1$ - числовой материал (последняя группа, если их несколько).

В ячейках $\langle a_1\rangle+6m+6+sn \ldots \langle a_1\rangle+6m+6+sn+m^2-1$ матрица ошибок, соответствующая найденным параметрам.

Пользуясь этой информацией, программист может организовать нестандартный контроль точности, а при желании и нестандартные ограничения шага, повторным обращением к СП-123 после заданного числа итераций (в частности, при $n_3=0$ в управляющем коде), а также обновление программы после заданного числа итераций.

Управляющий код, шкала фиксации и точность ϵ могут задаваться на ДЗУ и меняться в процессе итераций, для чего можно использовать оперативные адреса разблокированного ДЗУ или же выбирать коды по 20-ой операции в указанные в информации ячейки внутри арифметической части.

Выход из СП-123 осуществляется либо по числу итераций, если оно больше n_3, либо по точности, если

$$\kappa = \max_k \left|\frac{\Delta a_k}{\sigma_k}\right| < \epsilon .$$

СП-123 занимает 470 ячеек ($n-1=0467$). После настройки и затирания настроечной части $n-1=0302$. СП-123 внутри себя обращается к стандартным программам: СП-0002, СП-0016, СП-0033, СП-0037, СП-0110, СП-0111, СП-0113, СП-115.

СП-0033, СП-0037, СП-0113, СП-0115 используются во всех случаях.

СП-0002 используется для перевода числового материала, если в обращении с СП-0123 предусмотрен его ввод с перфокарт.

СП-0016 - если предусмотрена перфорация a_k или коэффициентов матрицы ошибок.

СП-0110 - если предусмотрена печать результатов.

СП-0111 - если предусмотрены счет и печать кривой для вычисления ее коридора ошибок $\sigma(f(x_j))$.

Возможные аварийные остановы при работе с СП-123

$A_{сп}+140$ Деление на b_k 2^p (например, какое-либо $b_k=0$ или код операции в управляющем коде равен нулю).

$A_{сп}+24$ В числовом материале $\sigma_k=0$ (в частности, неверно указано число точек).

$A_{сп}+221$ Авост из-за слишком больших корреляций ($R_k > 10^{10}$).

$A_{сп}+13$ Не совпадает $K\Sigma$ у числового материала.

$A_{сп}+51$ Не читается числовой материал с МЗУ (например, МЗУ указано ошибочно).

Авост на СП-37 (в ячейке 7610 код 016, $A_{сп}+110$):

Определитель матрицы равен нулю, например, из-за слишком больших корреляций или из-за тождественного нуля одной из производных: $\phi_k(x)$, или из-за слишком мелкого масштаба у параметров.

Авост на СП-113 (в ячейке 7610 код 016, $A_{сп}+213$):

Формирование матрицы z_{lk}

Неудачный масштаб у параметров (слишком крупный), производные слишком велики.

Здесь $A_{сп}$ - начало СП-123 на рабочем поле ИС-2. Минимальное РП ИС-2, при котором может работать СП-123, 6600. При РП=6000 на РП одновременно помещаются все нужные подпрограммы.

Краткое описание метода линеаризации в применении к методу наименьших квадратов

Находится набор параметров $a_1 \dots a_m$, при котором функция $f(a_1 \dots a_m, x_j)$ лучше всего проходит по экспериментальным значениям F_j с ошибками σ_j, соответствующим координатам x_j, из условия минимума суммы

$$M = \sum_{j=1}^{n} \frac{[F_j - f(x_j, a_1 \dots a_m)]^2}{\sigma_j^2} \quad x/ \,.$$

Обозначения

n - число экспериментальных точек,

m - число варьируемых параметров,

$\omega_j = \frac{1}{\sigma_j^2}$ - вес,

$$y_j = F_j - f(a_1 \dots a_m, x_j), \quad \phi_k = \frac{df}{da_k} \,.$$

Алгоритм

1. При некоторых начальных значениях параметров вычисляются величины:

x/ Минимизация функционала типа $\int w(x) y^2 (a_1 \dots a_m, x) dx$ сводится к минимизации суммы, если интеграл заменяется приближенной квадратурной формулой.

$$M = \sum_j \omega_j y_j^2 \,,$$

$$\Psi_k = \sum_j \omega_j y_j \phi_k \,,$$

$$Z_{lk} = \sum_j \omega_j \phi_l \phi_k \,.$$

2. Находятся поправки Δa_k к значениям параметров

$$\Delta a_k = \sum_{l=1}^{m} (z^{-1})_{kl} \Psi_l \,.$$

Если функция f линейно зависит от параметров, то искомые значения параметров будут $a_k = a_k^{\circ} + \Delta a_k$.

В нелинейном случае строится итерационный процесс $a_k^{(\ell+1)} = a_k^{(\ell)} + \lambda \Delta a_k^{(\ell)}$, продолжаемый до тех пор, пока $\Delta a_k^{(\ell)}$ не станут достаточно малыми. Процесс сходится тем быстрее, чем ближе мы подходим к минимуму.

Вдали от решения поправки не дают правильной величины шага, хотя вектор $\Delta \vec{a} = \{\Delta a_1 \dots \Delta a_m\}$ всегда направлен в сторону уменьшения суммы M. Поэтому вводится ограничение шага.

Коэффициентам дается приращение

$$\Delta \tilde{a}_k = \frac{\Delta a_k}{\max\{1, \frac{|\Delta a_k|}{b_k}\}} = \lambda \Delta a_k \,.$$

Такое преобразование не меняет направления шага $\Delta \vec{a}$, но ограничивает его величинами b_k, разными по разным переменным, и не уменьшает скорости сходимости в окрестности минимума, когда $|\Delta a_k| < b_k$. Это наиболее простое и удобное ограничение шага из многих возможных.

В линейном случае b_k нужно выбрать достаточно большими, чтобы получить решение на первой же итерации. Предусмотрена возможность автоматического выбора b_k. Если на данном шаге функционал возрос, то шаг $\Delta \vec{a}$ и b_k должны быть уменьшены (например, вдвое). Для устойчивости счета по отношению к сбоям и ошибкам округления такое уменьшение может делаться только конечное число n_1 раз на данном шаге. Если функционал уменьшается на данном шаге, то на следующем шаге те b_k, для которых $|\frac{\Delta a_k}{b_k}| > 1$, можно увеличить (вдвое). Для экономии времени такое увеличение следует производить через какое-то число итераций n_2 после последнего дробления шага.

Оказывается, что матрица ошибок найденных параметров оценивается матрицей $(z^{-1})_{ik}$, сосчитанной при найденном наилучшем наборе параметров.

В частности, ошибка параметра a_k

$$\sigma_k = \sqrt{(z^{-1})_{kk}}\ .$$

Коридор ошибок найденной кривой есть

$$\sigma(f(x_j)) = \sqrt{\sum_{i,k}(z^{-1})_{ik}\,\phi_i(x_j)\,\phi_k(x_j)}\ .$$

В случае, если семейство кривых $f(x, a_1 \ldots a_m)$ способно описать эксперимент и экспериментальные данные верны, в том числе верно указаны и ошибки σ_j, то будет иметь место $M_{min} \approx n - m$ для найденных параметров.

Полезной характеристикой задачи являются факторы корреляции:

$$R_k = z_{kk}(z^{-1})_{kk}\ .$$

$R_k \geq 1$. $R_k = 1$, если k -параметр не скоррелирован со всеми остальными.

При обращении матрицы будет потеряно не меньше верных знаков, чем порядок максимального фактора корреляции.

Кроме того, R_k показывает, во сколько раз была бы меньше дисперсия σ^2_{kk} параметра a_k, если бы все остальные параметры были точно известны.

Любой параметр a_k может быть фиксирован без изменения схемы расчета, если вычеркнуть k-ю строку и k-ый столбец z_{ik}, а на соответствующее место диагонали z_{ik} поставить, например, $1(z_{kk}=1)$. К фиксированию части параметров приходится прибегать, например, в случае слишком больших корреляций из-за некорректной постановки задачи или недостаточности экспериментальных данных для нахождения полного набора параметров. Найденные ошибки σ_k верны лишь в том случае, если они слабо меняются при изменении параметров в пределах ошибок (это видно в процессе итераций), т.е. когда нелинейность задачи не слишком велика. В противном случае требуется дополнительное исследование. При этом может использоваться факт, что при изменении какого-то параметра на величину его ошибки от значения в минимуме и минимизации по всем остальным параметрам сумма M возрастает примерно на единицу. В случае гауссовского характера ошибок эксперимента и отсутствия систематических ошибок найденные решения соответветствуют максимуму функции правдоподобия. Систематические ошибки известно-

го характера также могут учитываться в пределах той же схемы введением корреляционных норм.

Следует заметить, что при требовании слишком большой точности итерационный процесс может не сойтись из-за потери точности на округлениях или неточности матрицы z_{ik}, особенно в случае больших корреляций.

Процесс может также не сойтись при данных фиксированных b_k. Тогда их нужно уменьшить[x/]. Кроме того, существуют ложные "минимумы", появляющиеся в результате плохой параметризации, которые могут быть уничтожены заменой параметров (их следует избегать).

Данный метод не сходится к таким минимумам, так как в них $\sigma_k \to \infty, \Delta a_k \to \infty$. Тем не менее если b_k будут достаточно малы, то коэффициенты не смогут выскочить из области такого минимума и будут "болтаться" вокруг него. Подобный минимум легко опознать, так как при уменьшении b_k поправки Δa_k и σ_k возрастут[xx/].

При корректной постановке статистической задачи минимальная сумма $M_{min} \approx \bar{n} - \bar{m}$, где

$\bar{n}$ – полное число точек с ненулевыми весами,

$\bar{m}$ – число нефиксированных параметров

с вероятностью отклонения от среднего значения согласно $\chi^2_{\bar{n}-\bar{m}}$-распределению.

Программа может подбирать наилучшие параметры по разнородной информации. Для этого разным видам информации должна быть сопоставлена своя область переменных или же введена дополнительная координата, являющаяся признаком данной информации. Например, поставлена задача: найти кривую $f(x_j, \vec{a})$, которая лучше всего идет по экспериментальным точкам $F_j \pm \sigma_j$ и одновременно $\int f(x,\vec{a})\,dx$ лучше всего соответствует значению $\Sigma \pm \Delta\Sigma$.

[x/] Могут быть случаи, когда решение можно найти только при автоматическом выборе b_k ($\lambda < 1$ все время), если за счет сильной нелинейности задачи в окрестности минимума нарушено условие приближенно-ньютоновской сходимости $\| z^{-1} Q \| < 1$, где $Q_{ik} = \sum_j \omega_j y_j \dfrac{d^2 f_j}{da_i\, da_k}$.

[xx/] При автоматическом выборе b_k процесс может сходиться к произвольной точке некоторой гиперповерхности, проходящей через вырожденный минимум, на которой $\mathrm{Det}(Z_{ik}) = 0$.

Для этого Σ должна быть поставлена в соответствие условная координата x_j из какой-либо области $x \pm \Delta x$ и включена в числовой материал вместе с Σ и $\omega_{\Sigma} = \frac{1}{\Delta\Sigma^2}$, а арифметическая часть, написанная программистом, при попадании x в область $x \pm \Delta x$ должна выдавать вместо $f(x, \vec{a})$ и ее производных значения

$$\int f(x, \vec{a})\, dx \quad \text{и} \quad \frac{d}{da_k} \int f(x, \vec{a})\, dx.$$

Аналогично могут решаться системы нелинейных уравнений. Для этого каждому уравнению должны быть поставлены в соответствие свои условные вес и координаты.

Правые части будут играть роль экспериментальных значений F_j .

При удачном выборе весов корреляции могут быть сведены к минимуму[x/].

Метод линеаризации описан в работе С.Н. Соколова, И.Н. Силина "Нахождение минимумов функционалов методом линеаризации". (Препринт ОИЯИ, Д-810, Дубна, 1961).

Другой способ стабилизации процесса сходимости метода, аналогичного изложенному, основанный на коррекции матрицы z , описан в работе D.W.Marquardt. An.Algoritm for Least – Squares Estimation of Nonlinear Parameters. " J. Soc. Industr. and Appl. Math., " 1963, 11, N 2, 147 – 151.

Он более надежен в сложных ситуациях, однако в не очень плохих случаях требует большего числа итераций.

Автор благодарен Н.Ю. Шириковой, И.И. Шелонцеву, В.Л. Пахомову за ценные замечания и помощь в оформлении работы.

[x/] Оптимальные веса могут быть определены из условия минимальной потери информации за счет округлений при формировании матрицы z_{ik} . Веса уравнений близки к оптимальным, если они пропорциональны величинам

$$1 / \sum_{k=1}^{m} \left(\frac{df_j}{da_k} \right)^2$$

Дальнейшее существенное улучшение может быть достигнуто только за счет преобразования системы уравнений к системе с лучшей обусловленностью.

Таблица условных чисел для МНК

Ячейка	Условное число	Содержимое
2305	I000	m
2306	I020	m^2
2307	I040	S
23I0	I060	k
23II	II00	ℓ
23I2	II20	$S(n-1)$
23I3	II40	МЛ: $\ell_{зон} - 1$; МБ: $(\ell - 1)(Sn+1)$
23I4	II60	МЛ-0001 МБ – $Sn + 1$
23I5	I200	a мзу
23I6	I220	$\langle z_n \rangle - 7$
23I7	I240	$\langle z_k \rangle - 6$
2320	I260	A
232I	I300	B
2322	I320	$\langle a_1 \rangle - 1$
2323	I340	$\langle b_1 \rangle - 1$
2324	I360	$a_1 + 2m - 1$
2325	I400	$a_1 + 3m - 1$
2326	I420	$a_1 + 4m - 1$
2327	I440	$a_1 + 5m - 1$
2330	I460	$\langle F \rangle - 7$ числ. мат.
233I	I500	$\langle f \rangle$
2332	I520	a вх
2333	I540	a вых

Распределение памяти для МНК

Условное число

I32I	a_1	a_i	параметры
I34I	$a_1 + m$	b_i	ограничения шага
I36I	$a_1 + 2m$	S_{n-1}	сумма
I362	$a_1 + 2m + 1$	$n_2^{(0)}$	число итераций, прошедних без уменьшения b_k
I363	$a_1 + 2m + 2$		κ $\max \frac{\Delta a_k}{\sigma_k}$
I364	$a_1 + 2m + 3$		λ – обрезающий множитель
I365	$a_1 + 2m + 4$		Δa_k , z_{kk} , k_i
I405	$a_1 + 3m + 4$		σ_k
I425	$a_1 + 4m + 4$		рабочие ячейки
I445	$a_1 + 5m + 4$		z_{kk} рабочие ячейки
I465	$a_1 + 6m + 4$		
I466	$a_1 + 6m + 5$		$y = F - f$
I467	$a_1 + 6m + 6$		F –числовой матриал
I227	$a_1 + 6m + sn + 6$		z_{ik} , z_{ik}^{-1} – матрица ошибок
I240	$a_1 + 6m + sn + 6 + m^2$		
20I4	n_1		счетчик уменьшений шага
20I5	n_4		счетчик итераций с печатью
20I6	n_3		счетчик числа итераций
20I7	$\bar{n}_3$		счетчик числа итераций как натуральное число
2020	S_n		сумма в n –ой итерации
202I	N_1		число допустимых уменьшений шага в итерации

2022	N_2	счетчик, через сколько шагов после последнего невыполнения условия сходимости можно увеличить шаг
2023	N_3	число итераций, после которого происходит выход из МНК независимо от точности
2024	α	счетчик для СП-110
2025	$k+1$	шкала фиксации
2026	$k+2$	

2000	2 52 2302 0000 760I	
	0 I6 2002 76I7 7625	БФ
	0 56 2467 2305 0003	ПУ на настройку
	0 55 76I6 77I2 0000	нужно ли настраивать?
	0 76 0000 2007 0000	
	0 33 76I0 7722 76I0	16; 0, κ - 1,0
	0 56 7700 7650 76I5	уход на затирание СП-123, ранее вызванной
	0 I3 76I0 2043 76I0	16; 0, κ +5,0
20I0	0 32 0000 7626 20II	блок запоминания
	0 00 0000 0273 0000	
	0 52 0000 0000 0000	
	0 I0 I467 20I3 0000	16; 0, 2035, 0, если ввода нет

	4 52 0000 I467 2026	$a_1 + 6m + 6 \to$ PA, 0--2026 n,
	0 I6 20I6 750I 76I0	перевод в двоичную систему
	5 00 0000 0002 0000	n_4 n_8
	I I2 I226 20I5 000I	1 12; $a_1 + 6m + sn - 5$, 2015,0001, $0 \to$ PA $\bar{n}_8$
2020	0 52 0000 0000 0000	S_n
	4 03 I470 7752 0000	$P(\sigma_j > 2^{35})$ N_1
	0 76 0000 2024 I425	$\frac{1}{\sigma_j}$ $0 \to < a_1 + 4m + 4 >$ N_2
	2 04 776I I470 I425	
	I 05 I425 I425 I470	$\omega_j = \frac{1}{\sigma_j^2}$ N_3
	I I2 II20 202I I040	112; S(n−1) 2021 S α
	0 00 0000 0000 0000	восст. PA k+1 16; 0, 2034, 0, если
2027	2 50 0004 I200 I226	$УЧ_1$=0, 2034, 0, если k+2

2030	0 70 I467 203I 0000	
	2 50 4000 I200 I226	2 50; 4000 + УЧ, 1200, 1226
	0 70 I467 2027 0000	фиктивное считывание
	I I2 II40 20I3 II60	1 12 $\ell_{зо n} - 1$ 2013 $\frac{0001}{Sn+1}$
	0 I6 2035 2035 20I3	
	0 52 0000 0000 2024	0 -- PA; 0 52; 0,0,0 -- 2024
	I 00 0000 0000 20I4	0--2014; 2015, 2016, 2017 чистим блок перевода
	I I2 0003 2036 000I	
2040	0 52 0000 000I 0000	1 $\to$ PA
	I 00 0000 0000 I226	$0 \to \{ a_1 + Sn + 6m + 6 \}$ $0 \to z_{ik}$
	I I2 I020 204I 000I	1 12; m^2, 2041, 0001
	0 52 0000 0004 0000	4 $\to$ PA

	I 00 0000 0000 I40I	$0 \to \{ a_1 + 3m + 4 \}$ $0 \to y_i$
	I I2 I003 2044 000I	1 12; m+ 3, 2044, 0001
	0 00 0000 0000 2020	0 $\to$ 2020 0 $\to$ S
	0 52 0000 0000 0000	16; 0, 2200, 0, если $УЧ_1 = 0$
2050	2 50 0000 I200 I226	2 50; $УЧ_1$, 1200, 1226
	0 70 I467 2050 0000	
	0 I6 2053 2200 22I5	
	I I2 II40 2050 II60	1 12; ℓ_{30n} −1, 2050, $\frac{0001}{Sn+1}$
	0 00 2237 0000 2234	$(\ell - 1)(Sn + 1)$
	0 I6 2056 223I 2236	накопл. $\bar{n}_8$, S_n
	0 55 I060 773I 2023	N_3
	0 55 I060 7732 2022	N_2

2060	0 55 I060 7734 202I	N_1
	0 03 I36I 2020 0000	$S_{n-1} - S_n$
	0 76 I06I 2077 2025	$k + 1 \to 2025$
	0 I3 20I4 7724 20I4	$n_1 + 1 \to n_1$
	0 33 202I 20I4 0000	$P(N_2 > n_1)$
	0 36 0000 2077 I362	$0 \to n_2^{(0)}$
	0 46 0I0I I364 I364	$\frac{\lambda}{2} \to \lambda$
	0 52 0000 000I 0000	PA = 1
2070	4 05 I364 I364 I425	$\lambda \cdot \Delta a_k$
	5 02 I320 I425 I320	$a_k - \lambda \Delta a_k \to a_k$
	4 I5 I364 0000 0000	$P(\Delta a_k = 0)$
	0 36 0000 2075 0000	

	3 46 0I0I I340 I340	$\frac{b_k}{2} \to b_k$
	I I2 I000 2070 000I	1 12; m , 2070 , 0001
	0 56 0000 2040 I362	$0 \to n_2^{(0)}$
	0 00 I062 0000 2026	$k + 2 \to 2026$
2I00	0 I6 2I0I 750I 76I0	5 z_{11}
	0 52 I000 0II5 I227	52 m 0115 $a_1 + 6m + S_n + 6$
	0 I5 2025 0000 776I	15 $k + 1$ 0 7761
	0 00 2226 0000 222I	
	0 I6 2I05 22I6 2225	
	0 I6 2I06 750I 76I0	
	0 52 I227 0037 I000	z^{-1}_{1k}
2I07	0 52 I425 0000 I445	

2II0	0 00 2227 0000 222I	счет k_i
	0 I6 2II2 22I6 2225	
	0 00 2240 0000 2234	накопл.факторов коррел. (k_i)
	0 I6 2II4 223I 2236	
	0 I6 2II5 750I 76I0	52 m 0115 $a_1 + 6m + S_n + 6$
	0 52 I000 0II5 I227	15 $k + 1$ 0 0
	0 I5 2025 0000 0000	
	0 I6 2I20 750I 76I0	
2I20	0 52 I227 0033 I405	$\Delta a_k = \sum_i z^{-1}_{ik} y_i \to a + 2m + 4$
	0 52 I365 0000 I000	
	0 00 2230 0000 222I	$\sigma_k = \sqrt{z^{-1}_{kk}}$
	0 I6 2I24 22I6 2225	

	0 00 224I 0000 2234	накопл. σ_k
	0 I6 2I26 223I 2236	
	0 52 0000 000I I363	$0 \to x$, PA = 1
	0 00 776I 0000 I364	$1 \to \lambda$
2I30	4 I5 I404 0000 0000	$P(\sigma_k \neq 0)$
	0 36 0000 2I36 0000	$\frac{\Delta a_k}{\sigma_k}$
	6 04 I364 I404 I425	
	0 03 I425 I363 0000	$P(\frac{\Delta a}{\sigma_k} > \kappa)$
	0 36 0000 2I36 0000	
	0 03 I425 0000 I363	$\max \lvert \frac{\Delta a}{\sigma_k} \rvert \to \kappa$
	2 26 I060 I340 I425	2 26 k b k 1425 увелич. огранич. шага
2I37	4 04 I364 I425 I425	$\frac{\Delta a_k}{b_1 2^p}$

2I40	0 03 I425 I364 0000	$P\left(\frac{\Delta a_k}{b_k} < \lambda\right)$
	0 36 0000 2I43 0000	
	0 03 I425 0000 I364	$\max\left\lvert\frac{\Delta a_k}{b_k}\right\rvert \to$
	0 33 I362 2022 0000	$P(n_2^0 > N_2)$
	0 36 0000 2I50 0000	
	0 03 I425 776I 0000	$P\left(\max\left\lvert\frac{\Delta a_k}{b_k}\right\rvert > 1\right)$
	0 36 0000 2I50 0000	
	3 06 0I0I I340 I340	$2b_k \to b_k$
2I50	I I2 I000 2I30 000I	1 12 m 2130 0001
	0 04 776I I364 I364	$1 = \lambda$
	0 00 2242 0000 2234	$\max\left\lvert\frac{\Delta a_k}{b_k}\right\rvert$ накопление параметров
	0 I6 2I54 223I 2236	
	0 00 2243 0000 2234	накопление κ, λ, печать итераций
	0 I6 2I56 223I 2236	
	0 03 I363 II00 0000	$P(x > \varepsilon)$, $S_n \to S_{n-1}$
	0 36 2020 2I62 I36I	
2I60	0 33 20I6 2023 0000	$n_3 - N_3$ $P(n_3 > N_3)$
	0 36 0000 2I65 0000	
	0 33 20I5 20I2 0000	$P(n_4 > P)$
	0 36 20I2 2040 20I5	
	0 32 0000 2244 0000	0 → PA, ПУ → 2244
	0 33 20I5 20I2 0000	$P(n_4 > P)$
	0 3I 0000 2I70 000I	
2I67	0 00 0000 0000 20I5	$0 \to n_4$ (сброс счетчика)

2I70	4 05 I364 I364 I425	Δa_k λ .
	5 0I I320 I425 I320	$a_k + \lambda a_k \to a_k$
	I I2 I000 2I70 000I	1 12; m , 2170, 0001
	0 I3 20I6 772I 20I6	$n_3 + 1 \to n_3$
	0 0I 20I7 776I 20I7	счет "n_3+1" – номер итерации, как число
	0 I3 20I5 7724 20I5	$n_4 + 1 \to n_4$
	0 I3 I362 7722 I362	$n_2^{(0)} + 1 \to n_2^{(0)}$
	0 56 0000 2040 20I4	0 → 2014 ПУ → 2040
2200	4 52 0000 0000 22I4	0 → PA
	4 75 I470 0000 0000	$P(\omega_i \neq 0)$ $\omega = 1$, если равно 0
	0 36 0000 22I3 0000	
	6 52 0000 I467 2205	$PA_0 + a_1 + 6m + 6$ → PA, PA_0 зап.
	0 I6 2205 I520 I540	16, 2205, $a_{вх}$, $a_{вых}$ (на арифм)
	0 00 0000 0000 0000	восст. PA
	4 02 I467 I500 I466	$F_i - f_i \to a_1 + 6m + 5 = y$
	0 I6 22I0 750I 76I0	4 15 ω_j 0113 y
22I0	4 I5 I470 0II3 I466	0 52 m $\langle y'_{\ell+1} \rangle z_\ell^{(1,1)}$
	0 52 I000 I50I I227	
	0 52 2020 0000 I405	0 52 $\langle S_i \rangle$ y_e
	I I2 II20 220I I040	1 12 S(n−1)2201 S
	0 00 0000 0000 0000	
	0 I6 0000 2054 0000	
	0 52 000I 000I I425	1 → PA, 52; 0, 0001 $0 - a_1 + 4m + 4$
22I7	4 00 I226 0000 I445	$z_{kk} \to a_1 + 5m + 4$

2220	4 72 0000 I425 2223	
	0 00 0000 0000 0000	
	0 I3 I425 7722 I425	
	0 00 0000 0000 0000	
	I I2 I020 22I7 I00I	1 12 m^2 2217 $m+1$
	0 00 7777 0000 0000	
	I 00 I445 0000 I364	$z_{kk} \to a_1 + 2m + 3$
	5 05 I364 I445 I364	z_{kk}^{-1}
2230	I 44 I445 0000 I404	$\sqrt{z_{kk}} \to a_1 + 3m + 3$
	0 33 20I5 20I2 0000	
	0 36 0000 2236 0000	печать итераций
	0 I6 2234 750I 76I0	
	0 33 I000 0000 I0I7	
	0 52 2027 2024 2034	
	0 00 0020 0000 0020	N_i S
	2 72 20I7 0II0 2020	k_i
2240	2 72 I365 0II0 I404	σ_k
	2 72 I405 0II0 I424	a_k
	2 72 I32I 0II0 I340	x, λ
	0 52 I363 0II0 I364	
	6 52 0000 I467 2246	счет кривой
	0 I6 2246 I520 I540	16; 0, 2271, 0 (обход счета кривой)
	0 00 0000 0000 0000	
2247	0 I6 2250 750I 76I0	

2250	0 52 I000 0III I227	
	0 44 I50I I50I 20I5	σ_i
	0 00 I500 0000 20I4	f
	4 02 I467 I500 20I7	$F_i - f_i$
	2 05 20I7 I470 20I6	$(F_i - f_i)\omega_i$
	0 05 20I6 20I7 20I6	$(F_i - f_i)^2\omega_i$
	4 00 I47I 0000 20I7	x_i
	0 I6 2260 750I 76I0	
2260	2 52 20I4 0II0 20I7	печать F, σ, ωy^2, x
	0 52 I425 2024 I466	
	0 I6 2263 750I 76I0	
	2 52 I260 0II0 I300	обход, если печати нет (A-B)
	0 52 I425 2024 I466	
	I I2 II20 2244 I040	I I2 S(n-1) 2244 S
	0 I6 2267 750I 76I0	
	0 52 0000 0II0 0000	печать
2270	0 52 I425 2024 I466	
	0 I6 2272 750I 76I0	I6, 0, 2273, 0
	0 52 I227 00I6 I246	перфорация σ_{kk}^2
	0 I6 2274 750I 76I0	перфорация сосчитанных коэффициентов
	0 52 I32I 00I6 I340	
	0 I6 2276 750I 76I0	
	0 52 I227 0II0 I246	печать матрицы ошибок
2277	0 52 I425 2024 I466	

2300	0 32 0000 230I 20II	PA = 20II, n
	0 I6 2302 7633 760I	блок восстановления
	0 I6 76I0 7600 760I	уход из СП
	0 20 2000 0000 2302	
	0 40 0000 0000 0777	
	0 I3 2303 24I0 2303	
	0 I6 2307 2453 2467	настройка инф из к : m 0123 S
	0 I3 77II 7604 2305	I00 0 m 0
23I0	0 I4 0II4 2305 2306	I00 m 0 0
	0 65 2306 2306 2306	I00 0 m^2 0
	0 I3 77II 7607 2307	I00 0 s 0
	0 I4 0II4 2307 23I2	I00 s 0 0

	0 I6 23I5 2453 2467	инф. из к +I; k < ℓ > n
	0 00 7604 0000 23I0	000 0 k 0
	0 00 76I6 0000 23II	000 0 ℓ 0
	0 I3 77II 7607 23I3	I00 0 n 0
2320	0 I4 0II4 23I3 23I3	I00 n 0 0
	0 65 23I3 23I2 2320	I00 0 Sn 0
	0 33 2320 2307 23I2	I00 0 (n−1)S 0
	0 I6 2324 2453 2467	инф. из к +2: $УЧ_I$ a_1 $a_{мзу}$ $\ell_{зон}$
	0 55 76I6 2234 2323	PA = 1777
	0 7I 0000 2330 I777	
	4 I6 0035 2327 2027	обходы, если $УЧ_1$=0
2327	4 I6 020I 2330 2047	$УЧ_1$, 0, $\ell_{зон}$ − 1 0

2330	0 33 7607 7722 23I3	P(лента или барабан)
	0 55 2323 20I3 0000	ω = 1, если лента, ω = 0, если барабан
	0 36 7722 2340 23I4	I 00 0 $\ell_{зон}$ − 1 0
	0 I3 77II 23I3 23I3	I 00 $\ell_{зон}^{-1}$ 0 0
	0 I4 0II4 23I3 23I3	I 00 0 Sn + 1 0
	0 I3 2320 7722 23I4	I 00 Sn + 1 0 0
	0 I4 0II4 23I4 23I5	I00 0 (Sn+1)($\ell_{зон}$−1) 0
	0 65 23I5 23I3 23I3	0 00 $УЧ_I$ 0 0
2340	0 54 0064 2323 2323	
	0 75 2027 2323 2027	
	0 75 203I 2323 203I	
	0 75 2050 2323 2050	

	0 00 76I6 0000 23I5	$УЧ_I$ 0000 $a_{мзу}$ 0000 $A_{мзу}$ > TB
	0 33 7604 7722 2322	$УЧ_I$ 0000 a_1−1 0000 (a_1 −1) −T
	0 52 2303 0000 754I	изм рп для прав.раб. ИС-2
	5 I3 2322 2305 2323	+ m
2350	I I2 0005 2347 000I	
	0 I3 2330 2320 23I6	
	0 I3 23I6 2306 23I7	
	0 I6 2354 2452 2467	инф. из к + 3 $УЧ_2$ PAB
	0 55 76I6 7740 2353	ω = 0 , если печать есть
	0 55 2353 20I3 0000	I6; 0 2300 0000 → 2275
	0 7I 0000 2360 I777	если печати нет
2357	4 I6 030I 2360 2275	

2360	0 55 2353 2I74 0000	01 P(есть ли ввод с п/к)
	0 76 2435 2363 234I	ω=1, если нет. Обход ввода
	4 I6 0036 2363 20I3	16, ,2035, 0 → 2013
	0 55 2353 207I 0000	02 P(есть ли печать итераций)
	0 76 2437 2366 2342	ω= 1, если нет. Обход выда-
	4 I6 0237 2366 223I	дачи итер.
	0 55 2353 2023 0000	04 P(есть ли счет кривой)
	0 76 2442 237I 2343	16,0,2271, 0 → 2244
2370	4 I6 0272 237I 2244	
	0 55 2353 2303 0000	20 P(есть ли перфор. $\|\sigma^2_{jk}\|$)
	0 76 0000 2374 2442	0 → 2442
	4 I6 0274 2374 227I	Обход выдачи 0I6, 0, 2273, 0, → 227I
	0 55 2353 2304 0000	40 P (есть ли перф. коэф.)
	0 76 0000 2377 0000	
	4 I6 0276 2377 2273	Обход ПФ коэф: 16,0,2275,0 → 2273
	0 55 7607 7732 232I	P(B=0) есть ли печать ячеек А- В
2400	0 76 76I6 2402 2320	
	4 I6 0266 2402 2262	обход 016, 0,2265, 0→2262
	0 I4 0II4 7604 2400	$УЧ_2$; P, 0, 0
	0 I3 20I2 2400 20I2	0,52; P,0,0 → 2012
	0 I6 2405 2452 2467	информ., из $\kappa+4$ f $a_{вх}$ $a_{вых}$
	0 00 7604 0000 233I	000 0 f_1 0
	0 00 76I6 0000 2332	000 0 $a_{вх}$ 0
2407	0 00 7607 0000 2333	000 0 $a_{вых}$ 0

24I0	0 52 0000 2000 0000	$a_{сп}$ → PA
	5 55 0305 7732 0305	подготовка таблицы
	5 I3 0305 2234 0305	2234: I33 I000 I0I7
	0 I3 2234 2236 2234	2236 000 0020 0 00
	I I2 2026 24II 000I	
	0 52 045I 0000 0000	
	4 52 0000 0000 2437	0 → PA
	4 55 2303 7734 2400	a_n
2420	4 55 2303 773I 240I	a_k
	4 55 2303 7732 2402	$a_{сп}$
	0 I4 0I50 240I 240I	000; $a_к$ 0 0
	0 I4 0II4 2402 2402	000 $a_{сп}$ 0 0
	4 72 0000 2437 2435	выд 1А ПА ША
	4 55 20I3 2225 2403	
	0 33 2403 2400 0000	$P(A_i < a_n)$
	0 36 0000 2435 0000	
2430	0 33 240I 2403 0000	$P(a_i > a_k)$
	0 36 0000 2435 0000	
	0 33 2402 2400 2403	$a_{сп} - a_н$
	5 I3 20I3 2403 20I3	
	0 56 0000 2440 0000	$A_i + \Delta$
	0 I4 0064 2400 2400	восст. PA
	I I2 0030 24I7 000I	цикл по таблице
	0 I4 0II4 240I 240I	восст. PA

2440	I I2 0267 24I6 000I	цикл по программе во ПА
	0 I4 0064 2225 2225	
	0 I4 0050 2400 2400	
	0 00 234I 0000 2422	
	0 00 2342 0000 2423	
	0 I6 2446 24I5 2442	на коррект. П А в программе
	0 00 2343 0000 2422	
	0 00 0003 0000 2423	
2450	0 33 2453 24I5 2002	
	0 I6 20I0 24I5 2442	БЗИ
	0 72 0000 752I 0000	уход на прогр.
	0 I6 2454 7573 760I	БЗИ
	0 I4 0064 7604 7604	
	0 55 7604 77I7 0000	Р(есть ли признак)
	0 36 0000 2460 0000	
	0 I3 7604 752I 7604	+РА
2460	0 55 76I6 77I7 0000	Р(есть ли признак)
	0 36 0000 2463 0000	+ РА
	0 I3 76I6 752I 76I6	
	0 I4 0II4 7607 7607	во П А
	0 55 7607 77I7 0000	Р (есть ли признак)
	0 36 0000 2467 0000	
	0 I3 7607 752I 7607	+ РА
	0 I4 0064 2402 2402	яч. обратной связи
	4 33 5732 543I 2335	К Σ

СП - 0110

Перевод в десятичную систему с накоплением и последующей печатью.

рабочие ячейки 0001–0007

длина СП $n-1 = 0127$

обращение:

$\kappa - 1$	0	16	κ	7501	7610
κ	$П_1П_2П_3$	КОП	a_n	0110	a_k
$\kappa + 1$	П	52	Ан	$<a>$	$A_к$

$a_n - a_k$ –переводимый материал .

$A_н - A_к$ – рабочие ячейки для накопления переводимых чисел .

$<a>$ – адрес ячейки, в которой ведется учет накопленных чисел.

При первом обращении к СП–0110 в ячейке $<a>$ должен быть 0 (точнее, код с нулевыми ПА и ША), иначе будут выведены лишние числа.

В программе предусмотрено три режима работы:

1. $П_2 = 0$; КОП = 52 или 72. Печать с переводом и сохранением двоичной записи.

Программа работает аналогично СП–27, но с произвольным числом рабочих ячеек $A_н - A_к$. В ячейку $<a>$ записывается 0.

$<a>_{исп.}$ может быть равным нулю. Нет теста печати.

2. $П_2=1$; КОП = 52.

Числа при каждом обращении к СП–0110 накапливаются в ячейках $A_н-A_к$. В ячейке $<a>$ СП ведет код 000; 0000, 0000, n , где n – число накопленных чисел. Первая не поместившаяся на поле $A_н - A_к$ выдача записывается вместе с уже накопленными числами на буфер и печатается, и процесс накопления начинается заново. Для того, чтобы вывести все накопленные числа, нужно один раз обратиться к СП–110 в режиме 1(отпечатать хотя бы еще одно число, например, ноль). СП использует для накопления не более 776 ячеек оперативного накопителя, если даже $A_к-A_н > 0775$. При накоплении на одном и том же поле вторая строка информации должна быть постоянной для всех обращений, пока не отпечатаны все накопленные результаты. Возможно параллельное накопление чисел в разных местах (ячейки $<a>$ также должны быть разными).

3. $П_2 = 1$; КОП = 72.

Работает аналогично 2, но не выводит числа, а накапливает на буфере. В разных местах МОЗУ накапливать нельзя. Вывод происходит при нехватке места на буфере. В ячейке <α> СП ведет код 000, 0000, m, n, где m – число чисел, накопленных на буфере, n – число чисел, накопленных на поле $А_н$–$А_к$. Чтобы отпечатать все накопленные результаты, также нужно обратиться к СП–0110 в режиме 1.

В режиме 2) программа обеспечивает экономию времени за счет вывода, если максимальная из выдач не превышает 0775 – ($А_к$ – $А_н$). В режиме 3) обеспечивается экономия времени, если суммарное количество накапливаемых перед выводом результатов не превышает 0776. При двойном просчете режимом 3 следует пользоваться с осторожностью, так как на буфере может получиться логическая сумма верных и неверных просчетов.

СП–0110

2000	0I6 200I 7602 7554	$БЗА_1$
	0I6 2002 76II 7554	$БЗА_2$, $a_н \to 0002$, $a_к \to 0001$
	054 0II4 000I 760I	$А_к$ по 1А, в 7601 безвредная команда
	0I3 2I2I 760I 2070	112 $a_к$ 2032 0001
	055 76I6 77I2 0000	
	076 0000 2007 207I	$\omega = 0$, если $\pi_2 = 1$ (режим накопления)
	0I6 2074 2007 207I	
	055 76I6 20II 0000	
20I0	036 2I23 20I2 204I	$\omega = 0$, если КОП=72 (накоп. на МБ) 0 в 2041
	020 0000 0000 204I	
	000 0002 0000 203I	
	0I6 20I4 7600 7554	восст. РА и $БЗА_1$
2014	0I6 20I5 76II 7554	$БЗА_2$, $А_н \to 0002$, $А_к \to 0001$
	033 000I 0002 0006	$А_к - А_н$
	072 0000 0006 0000	$А_к - А_н \to РА$
	0I2 0775 202I 0000	ПУ при РА < 0775
2020	052 0775 0000 0006	$775 \to А_к - А_н$
	055 76I6 77I7 0000	
	036 0000 2024 7700	
	0I3 76I6 752I 76I6	α + РА
	0I4 0II4 76I6 76I6	α по 1А
	0I3 772I 76I6 2030	000 α 0000 0001 в 2030
	0I4 0050 76I6 76I6	α по $А_3$
2027	0I3 7724 76I6 2072	000 0001 0000 α в 2072

2030	000 0000 0000 000I	α в 0001 (выборка счетчика)
	052 0000 0000 0000	$a_н$ в РА
	400 0000 0000 0003	выборка числа для перевода
	452 0000 0000 2067	
	0I4 0II4 000I 0004	
	055 0004 7732 0004	n по A_2 (счетчик количества чисел, накопленных на рабочем поле)
	0I3 0004 0002 0007	$A_н$ + n в 0007
	033 0006 0004 0000	есть ли место на рабочем поле ?
2040	07I 0000 2043 0000	ω = 0, если есть
	0I6 2074 2042 207I	или 0, если накопление на буфере
	0I6 2034 2076 2II3	уход в блок записи рабочего поля на буфер
	055 0003 7730 0004	начало перевода числа

2044	005 0003 2I24 0005	
	005 0005 7760 0005	
	I5I 0024 2045 000I	
	II2 0002 2047 0002	
2050	005 0005 2I24 0005	
	53I 0000 2050 000I	
	406 0073 0004 0004	
	032 00I7 2052 00I3	
	0I5 0004 77II 0003	
	075 0005 2I26 0005	
	04I 0005 77II 0005	
2057	065 0005 2I25 0004	

2060	047 0000 0000 0005	
	034 7760 0003 0003	
	0I3 0003 0004 0003	
	II2 0023 2057 000I	окончание перевода числа
	072 0000 0007 0000	$A_н$ + n в РА
	I00 0003 0000 0000	засылка переведенного числа на рабочее поле
	0I3 000I 772I 000I	n + 1
	052 0000 0000 0000	восст. РА цикла по ($a_н$,$a_к$)
2070	II2 0000 2032 000I	112 $a_к$ 2032 0001
	0I6 0000 2074 0000	или 0, если накопл, на буфере
	000 000I 0000 0000	000 0001 0000 α
	0I6 76I0 7600 760I	уход из программы

2074	0I6 2075 2076 2II3	уход в блок записи раб. поля на буфер
	0I6 2072 2II4 2I20	уход в блок печати
	055 000I 2I27 000I	блок записи раб. поля на буфер
	055 000I 773I 0004	
2I00	0I4 0II4 0004 0004	n по A_2
	0I3 000I 0004 0005	m + n по A_2
	072 0000 0005 0000	m + n в РА
	0I2 0777 2I05 0000	есть ли место на буфере ?
	0I6 2I05 2II4 2I20	места нет, уход в блок печати
	0I3 2I22 000I 2I07	формирование записи на буфер
	072 0000 0002 0000	$A_н$ → РА
2I07	I50 2277 7777 7777	150 2300 m n - 1

2I00	470 0000 2III 0000	накопление на буфере
	0I3 000I 0004 000I	$m + n \to m$
	055 000I 7732 000I	$0 \to n$
	0I6 0000 0000 0000	ячейка возврата блока записи
	072 0000 000I 0000	$m \to$ PA, блок печати
	250 3I00 0000 7747	для БЭСМ-3М (250 3100 7777 7700 070 7700 для М-20)
	070 7747 2II7 0000	выдача буфера на печать
	055 000I 773I 000I	$0 \to m$
2I20	0I6 0000 0000 0000	ячейка возврата блока печати
	II2 0000 2032 000I	константы программы
	I50 2277 7777 7777	
	0I6 2074 2042 207I	
	075 63I4 63I4 63I5	
	I00 0000 0000 00I2	
	200 0000 0000 0077	
2I27	000 0000 0777 0777	
	46I 62II 64I7 7027	контрольная сумма

КΣ для М-20

46I 6I44 0535 6760

С П - 0111

Скалярное произведение векторов с заданной метрикой z_{ik} . $n - 1 = 0037$, рабочие ячейки 0001-0004

$$\sigma = (\vec{\phi}^{(1)}, \vec{\phi}^{(2)}) = \sum_{i,k=1}^{m} \phi_i^{(1)} z_{ik} \phi_k^{(2)}$$

Обращение:

$\kappa - 1$	0	I6	κ	750I	76I0
κ	П	52	m	0III	$\langle z_{11} \rangle$
$\kappa + 1$	П	КОП	$\langle \phi_1^{(1)} \rangle$	$\langle \phi_1^{(2)} \rangle$	$\langle \sigma \rangle$

2000	0I6 200I 7602 7554
	0I6 2002 76II 7554
	072 0000 752I 0000
	0I6 2004 7573 760I
	055 76I6 77I7 0000
	036 000I 2007 0003
	0I3 76I6 752I 76I6
	0I4 0064 7604 7604
20I0	055 7604 77I7 0000
	036 0000 20I3 000I
	0I3 7604 752I 7604
20I3	0I3 76I6 0002 0004

2014	0I4	0II4	0004	0004
	0I3	2036	0004	2032
	0I3	7604	0002	0004
	0I4	0II4	0004	0004
2020	0I3	2037	0004	2034
	072	0000	7604	0000
	400	0000	0000	0002
	472	0000	76I6	2033
	405	0000	0002	0004
	472	0000	0003	203I
	405	0000	0004	0004
	00I	000I	0004	000I

2030	0I3	0003	7722	0003	
	000	0000	0000	0000	
	000	0000	0000	0000	
	000	0000	0000	0000	
	000	0000	0000	0000	
	0I6	7606	7600	760I	
	II2	7777	2024	000I	
2037	II2	7777	2022	000I	
	7II	0734	5I37	64I0	KΣ
	000	0000	0000	0000	
	000	0000	0000	0000	
	000	0000	0000	0000	

СП-0113

Накопление матрицы Грамма, базисных векторов $\vec{\phi}_i = \{\phi_1^{(i)} \dots \phi_n^{(i)}\}$ $i = 1 \dots m$, $y^{(i)}$ проекций заданного вектора $\vec{y}\{y_1 \dots y_n\}$ на базисные вектора и квадрата модуля S_n вектора $\vec{y}$ x/.

Скалярное произведение задано с произвольным весом

$$\omega\{\omega_1 \dots \omega_n\}$$

Рабочие ячейки 0001 - 0006; $n-1 = 0042$.

$$z_{\ell+1}^{(i,k)} = z_{\ell}^{(i,k)} + \omega_{\ell+1} \phi_{\ell+1}^{(i)} \phi_{\ell+1}^{(k)} ,$$

$$y_{\ell+1}^{(i)} = y_{\ell}^{(i)} + \omega_{\ell+1} y_{\ell+1} \phi_{\ell+1}^{(i)} ,$$

$$S_{\ell+1} = S_{\ell} + \omega_{\ell+1} y_{\ell+1}^{2} .$$

x/ Нужно очистить ячейки $<S_\ell>$, $<Y_\ell>$; $<Z_\ell>$ и обратиться к программе n раз, каждый раз указывая новые W_ℓ, Y_ℓ, $\phi_\ell^{(i)}$

Обращение

$\kappa-1$	0	I6	κ	750I	76I0
κ	П	КОП	$\langle\omega\rangle$	0II3	$\langle y\rangle$
$\kappa+1$	П	52	m	$\langle y_\ell^{(1)}\rangle$	$\langle z_\ell^{(1,1)}\rangle$
$\kappa+2$	П	52	$\langle s_\ell\rangle$		$\langle\phi_\ell^{(1)}\rangle$

```
2000   0I6 200I 2036 2040
       000 000I 0000 0004
       000 0002 0000 0003
       0I6 2004 2035 2040
       055 76I6 77I7 0000
       036 76I6 2007 0005
       0I3 0005 752I 0005
       0I3 0005 0002 0006
20I0   0I4 0II4 0006 0006
       0I3 204I 0006 2023
       0I3 2042 0006 2025
20I3   072 0000 0005 0000
```



```
20I4   405 0000 0003 0006
       472 0000 0005 2024
       405 0000 0006 2040
       472 0000 000I 2022
2020   50I 0000 2040 0000
       0I3 000I 7722 000I
       000 0000 0000 0000
       000 0000 0000 0000
       000 0000 0000 0000
       000 0000 0000 0000
       005 0003 0004 0006
       0I6 2030 2035 2040

2030   0I6 203I 20I5 2025
       005 0006 0004 0006
       072 0000 0002 0000
       50I 0000 0006 0000
       0I6 76I0 7600 760I
       072 0000 752I 0000
       0I6 2037 7602 7554
       0I6 2040 76II 7554
2040   000 0000 0000 0000
       II2 7777 20I6 000I
2042   II2 7777 20I4 000I
       500 7705 666I I564
```

СП-0115

Вычеркивание строк и столбцов матрицы z_{ik} по заданной шкале γ и засылка на вычеркнутые места диагонали числа α (например, 0 или 1); $n - 1$ = 0051, рабочие ячейки 0001-0006

Обращение:

$\kappa - 1$	0	I6	κ	750I	76I0
κ	П	52	m	0II5	$\langle z_{11} \rangle$
$\kappa + 1$	П	I5	$\langle \gamma \rangle$		$\langle \alpha \rangle$

m – порядок матрицы.

Вычеркивается i-ая строка и i-й столбец матрицы, если в i-м разряде шкалы (справа налево) стоит 1. Если шкала не уменьшается в одной ячейке (m > 53), ее продолжение записывается в следующей ячейке.

2000	0I6	200I	7602	7554
	0I6	2002	76II	7554
	000	000I	0000	0004
	0I4	0II4	0002	0002
	0I3	2050	0002	2037
	0I3	205I	0002	2046
	072	0000	752I	204I
	0I6	20I0	7602	7554
20I0	0I3	7604	7724	7604
	0I6	20I2	7600	7554
	000	0002	0000	0003
20I3	0I6	20I4	76II	7554

20I4	000	0002	0000	7604
	452	0000	0000	0005
	000	0002	0000	76I6
	052	0000	0000	2032
2020	452	0000	0000	0006
	075	7604	76I6	7607
	055	7607	772I	0000
	036	0000	2030	0000
	072	0000	0004	0000
	0I5	0005	0006	0000
	I36	000I	2030	0000
	I00	0000	0000	0000

2030	054	0077	76I6	76I6
	0I3	0004	7722	0004
	052	0000	0000	0000
	II2	0054	2036	000I
	000	0003	0000	76I6
	052	0000	0000	0000
	472	0000	0006	2032
	000	0000	0000	0000
2040	054	0077	7604	7604
	052	0000	0000	0000
	II2	0054	2045	000I
2043	000	0003	0000	7604

2044	052	0000	0000	0000	
	472	0000	0005	204I	
	000	0000	0000	0000	
	0I6	76I0	7600	760I	
2050	II2	7777	2020	000I	
205I	II2	7777	20I5	000I	
	52I	57I6	I470	0674	KΣ
	000	0000	0000	0000	
	000	0000	0000	0000	
	000	0000	0000	0000	
	000	0000	0000	0000	
	000	0000	0000	0000	