

Ц 840

В-407

23/III-67

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

11 - 3192



ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ
И АВТОМАТИЗАЦИИ

И.К. Взоров

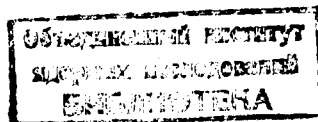
МОДЕРНИЗАЦИЯ
НЕКОТОРЫХ СТАНДАРТНЫХ ПРОГРАММ
ДЛЯ ЭВМ "МИНСК-2"

1967.

11 - 3192

И.К. Взорв

МОДЕРНИЗАЦИЯ
НЕКОТОРЫХ СТАНДАРТНЫХ ПРОГРАММ
ДЛЯ ЭВМ "МИНСК-2"



Введение

Опыт работы на ЭВМ "Минск-2" со стандартными программами, включенными в интерпретирующую систему МИС-I (I), выявил ряд недостатков некоторых из них.

Так, СП-03 ($y = e^x$) при $x < -63 \ln 2$ выдает неверный результат (который должен быть равен машинному нулю).

СП-10 ($\sin X$ и $\cos X$) выдает правильные значения только $\sin X$. Значения $\cos X$ всегда неверны.

СП-13 (x^y). Поскольку для вычисления $x^y = e^{y \ln x}$ используется тот же алгоритм, что и в СП-03, результат при $y \ln x < -63 \ln 2$ неверен. Кроме того, в любом случае результат выдается только в яч. 004I, а в сумматор (как указывается в характеристике программы - см. (I)) не выдается.

СП-15 (групповой перевод $2 \rightarrow 10$) и СП-16 (групповой перевод $2 \rightarrow 10$ с сохранением двоичных чисел) выдают неверные значения порядков десятичных чисел, когда значения этих порядков по модулю ≥ 10 .

Ниже приводятся новые стандартные программы СП-03, СП-10 и СП-13, которые следует включить в МИС-I на место соответствующих старых СП. При этом следует иметь в виду, что длины этих новых СП отличны от длин старых СП и при внесении их в систему МИС-I следует изменить и соответствующие им строки ПТХ. Для этого в программе записи ПТХ, МИС-I, СП на МЛ нулевого магнитофона (на стр. 34 препринта (2)) надо сделать следующие изменения:

2003:	+ 03	00	0044	0I2I,
2010:	+ 10	00	0054	0I3I,
2013:	+ 13	00	0077	0I37,
2I77:	+ 76	63	377I	III4 (↖ КΣ всей ПТХ).

Для СП-15 и СП-16 указаны исправления, которые следует в них произвести, чтобы эти СП правильно функционировали.

СП - 03 $y = e^x$

Описание алгоритма (3)

$$e^x = \begin{cases} \bar{y} & \text{если } x < 0, \\ \frac{1}{\bar{y}} & \text{если } x > 0, \end{cases}$$

$$\bar{y} = 2^{-u} (2^{v/2})^2,$$

$$u = \lfloor \frac{x}{2} \rfloor, \quad v = u - \lfloor \frac{x}{2} \rfloor,$$

$$2^{v/2} = \sum_{c=0}^5 c_i v^i$$

Обращение к СП-03

СП-03 оформлена как стандартная программа в системе МИС-1. Для обращения к ней (после ее включения в МИС-1 на место старой СП-03) необходимо задать две подряд идущие команды:

$x - I : - 3I \quad 00 \quad 7400 \quad 00I7,$
 $x : + 03 \quad i \quad x \quad y,$

где x - адрес ячейки, в которой находится аргумент,
 y - адрес ячейки, в которую выдается результат,
 i - индексная ячейка.

Характеристика программы

Длины СП ($n - I$) 0043
 Количество нестандартных констант 00II
 Рабочие ячейки 004I - 0044
 Ячейки, в которые выдается результат 004I, y
 При $x > 63$ происходит останов. На PI выдается + 03 i x y
 На $См$ выдается аргумент.
 Погрешность 2^{-26}

СП - 03

2000	- 3I	00	7575	760I
I	+ 25	00	2040	7600
2	- 32	00	2030	2003
3	- I0	00	0000	004I
4	+ 44	00	7776	7600
5	+ 56	00	2042	0042
6	+ 56	00	7600	0044
7	- 73	00	2006	0042
20I0	+ 66	00	0042	0042
I	+ 67	00	20II	0I06
2	- 34	00	2022	20I3
3	- I0	00	2032	004I
4	- I0	00	204I	00I6
5	+ 35	00	0044	004I
6	+ I6	I6	2032	004I
7	- 20	I6	20I5	204I
2020	+ 34	00	004I	004I
I	- 73	00	0042	004I
2	+ 34	00	7776	7600
3	- 32	00	2024	2026
4	+ 45	00	004I	2037
5	- 30	00	7607	004I
6	- I0	00	004I	0000
7	- 30	00	7607	004I
2030	- 00	57	7777	7600
I	+ 00	00	00II	0000
2	+ 44	62	I464	7II6
3	+ 46	73	I5I7	2II2
4	+ 70	63	4600	5I07
5	+ 75	37	64I2	II04
6	+ 54	27	I024	750I
7	+ 40	00	0000	000I

к БЗР_I $x \rightarrow 7600$
 $x - M$

$$\frac{x}{2n2}$$

$$\lfloor \frac{x}{2n2} \rfloor = u$$

$$u - \lfloor \frac{x}{2n2} \rfloor = v$$

$C_5 \rightarrow 004I$

$$C_5 v \left. \begin{matrix} \\ \\ \end{matrix} \right\} \sum C_i v^i = 2^{v/2} \rightarrow 004I$$

$$(2^{v/2})^2$$

$$2^{-u} (2^{v/2})^2 = \bar{y} \rightarrow 004I$$

$x > 0$ или $x < 0$

$$\frac{1}{\bar{y}} \quad \text{при } x > 0$$

к БЗР_I $e^x = \frac{1}{\bar{y}} \rightarrow 004I$

\bar{y} при $x < 0$

к БЗР_I $e^x = \bar{y} \rightarrow 004I$

Останов при $x \geq M$

C_5

C_4

C_3

C_2

C_1

C_0

2040	+ 53	52	6117	4406	M
I	+ 00	04	0001	0000	
2	+ 00	00	0000	0035	
3	- 73	44	4272	2235	— KΣ

СП - I O sin X и Cos X

Описание алгоритма

Для вычисления $\sin X$ сводим аргумент X к отрезку $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$.

$$Z = \begin{cases} X & \text{при } |x| < \frac{\pi}{2}, \\ \left| \left\{ \frac{x - \frac{\pi}{2}}{2\pi} \right\} 2\pi \right| - \frac{\pi}{2} & \text{при } |x| \geq \frac{\pi}{2}, \end{cases}$$

$$Z \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}),$$

$$\sin X = Z \cdot \sum_{i=0}^5 C_{2i+1} Z^{2i},$$

$$\cos X = \sin(\frac{\pi}{2} - X).$$

Обращение к СП-I O

СП-I O оформлена как стандартная программа в системе МИС-I. Для обращения к ней (после ее включения в МИС-I на место старой СП-I O) необходимо задать две подряд идущие команды:

$$z-1: - 31 \quad 00 \quad 7400 \quad 0017,$$

$$x: + 10 \quad i \quad x \quad y,$$

где x - адрес ячейки, в которой находится аргумент,
 y - адрес ячейки, в которую выдается $\sin X$,
 i - индексная ячейка.

Характеристика программы

Длина СП (n-I)	0053,
Количество нестандартных констант	0010,
Рабочие ячейки	0040 - 0043,
Ячейки, в которые выдается результат,	$\begin{cases} \sin X - y, 0041, \\ \cos X - см, 0042, \end{cases}$
Погрешность	2^{-27} .

СП - I O

2000	- 31	00	7575	7601
I	- 10	00	7600	0043
2	+ 55	00	7763	7600
3	- 32	00	2004	2013
4	+ 25	00	7763	7600
5	+ 46	00	7765	7600
6	+ 17	00	2051	0000
7	+ 57	00	7600	0000
2010	+ 37	00	7765	0000
I	+ 57	00	7764	0000
2	+ 56	00	7763	7600
3	+ 35	00	7600	7600
4	- 30	00	2015	0040
5	- 10	00	2052	0015
6	- 10	00	2043	0042
7	+ 35	00	0040	0042
2020	+ 16	15	2043	0042
I	- 20	15	2017	2052
2	+ 34	00	7600	0042
3	+ 57	00	7702	0000
4	- 32	00	2025	2026
5	+ 70	00	7702	0042
6	- 10	00	0042	0041
7	- 10	00	0043	7600
2030	+ 25	00	7600	7763
I	- 30	00	2032	7600
2	- 31	00	2002	2022
3	- 10	00	2034	2022
4	+ 34	00	7600	0042
5	+ 57	00	2050	0000
6	- 32	00	2037	2040
7	+ 70	00	7702	0042

к БЗА I $x \rightarrow 7600$
 запоминание x
 $(x) - \frac{\pi}{2}$
 $x - \frac{\pi}{2}$
 $\frac{x - \frac{\pi}{2}}{2\pi}$
 $\left[\frac{x - \frac{\pi}{2}}{2\pi} \right]$
 $\left| \left[\frac{x - \frac{\pi}{2}}{2\pi} \right] \right| - \left| \frac{x - \frac{\pi}{2}}{2\pi} \right| = - \left\{ \frac{x - \frac{\pi}{2}}{2\pi} \right\}$
 $- \left\{ \frac{x - \frac{\pi}{2}}{2\pi} \right\} \cdot 2\pi$
 $\left| \left\{ \frac{x - \frac{\pi}{2}}{2\pi} \right\} \cdot 2\pi \right| - \pi$
 Z
 Z^2
 $Z^2 \rightarrow 0040$
 0015: + 0004 0001 0000
 $C_{11} \rightarrow 0042$
 $C_{11} Z^2$
 $C_{11} Z^2 + C_9$
 $Z \cdot \sum C_{2i+1} \cdot Z^{2i} = \sin Z \rightarrow 0042$
 $|\sin Z| - 1$
 $\sin X \rightarrow 0041$
 восстановление x
 $\frac{\pi}{2} - x = y$
 $y \rightarrow 7600$
 к вычислению $\sum C_{2i+1} \cdot Z^{2i}$
 восстановление содерж. яч. 2022
 $\sin(\frac{\pi}{2} - x) \rightarrow 0042$
 $\cos X \rightarrow 0042$

2040	- 10	00	0042	7667	$\cos x \rightarrow 7667$
I	- 30	00	7607	0000	к БЗР _I
2	+ 00	00	0010	0000	
3	- 63	10	1130	4131	C_{11}
4	+ 56	12	7527	7522	C_9
5	- 64	00	5634	7514	C_7
6	+ 42	10	4205	0106	C_5
7	- 52	52	5252	5502	C_3
2050	+ 40	00	0000	0001	C_1
I	+ 00	00	0000	0035	
2	+ 00	04	0001	0000	
3	+ 50	06	7231	3667	$\rightarrow K\Sigma$

СП - I3 x^y

Описание алгоритма

x^y вычисляется по формуле

$$x^y = e^{y \ln x}$$

Для вычисления $\ln x$ используется тот же алгоритм, что и в СП-04 ($y = \ln x$) (I), а для вычисления $e^{\bar{x}} = e^{y \ln x}$ - алгоритм новой СП-03.

Обращение к СП-I3

СП-I3 оформлена, как стандартная программа в системе МИС-I. Для обращения к ней (после ее включения в МИС-I на место старой СП-I3) необходимо вводить две подряд идущие команды:

$x-1: - 31 \quad 00 \quad 7400 \quad 0017,$
 $x: + 13 \quad i \quad x \quad y,$

где x, y - адреса ячеек, в которых находятся аргументы,
 i - индексная ячейка.

Характеристика программы

Длина СП ($n - I$)	0076,
Количество нестандартных констант	0017,
Рабочие ячейки	0040 - 0043,
Ячейки, в которые выдается результат	См, 0041,
При $x \leq 0$ или $y \ln x \geq 63 \ln 2$ и $x > 0$	происходит останов,
На СМ и РI выдаются соответственно аргументы x и y ,	
Погрешность	2^{-26} .

СП - I3

2000	- 31	00	7575	7601	к БЗР _I $x \rightarrow 7600$
I	+ 71	00	7760	7600	выделение x_1
2	- 32	00	2003	2004	
3	- 34	00	2005	2004	
4	- 00	00	7604	7600	Останов при $x \leq 0$ или $y \ln x \geq M$
5	+ 16	00	2057	0040	$x_1 + \frac{\sqrt{x}}{x} \rightarrow 0040$
6	+ 27	00	2060	0036	$x_1 - \frac{\sqrt{x}}{x}$
7	+ 46	00	0040	0040	$\frac{x_1 - \frac{\sqrt{x}}{x}}{x_1 + \frac{\sqrt{x}}{x}} \rightarrow 0040$
2010	+ 36	00	0040	0041	$u^2 \rightarrow 0041$
I	+ 37	00	2061	0006	$b_3 u^2$
2	+ 17	00	2062	0000	$(b_3 u^2 + b_2)$
3	+ 37	00	0041	0000	$(\quad) u^2$
4	+ 17	00	2063	0000	$\{ (\quad) u^2 + b_1 \}$
5	+ 37	00	0041	0000	$\{ \quad \} u^2$
6	+ 17	00	2064	0000	$\{ \quad \} u^2 + b_0$
7	+ 36	00	0040	0040	$u[b_0 + u^2 \{ b_1 + u^2 (b_2 + u^2 b_3) \}] \rightarrow 0040$
2020	+ 61	00	2006	7600	
I	+ 26	00	7710	0041	$P - \frac{1}{x}$
2	- 72	00	2011	0041	
3	+ 37	00	7776	0000	$(P - \frac{1}{x}) \ln 2$
4	+ 16	00	0040	0043	$\ln x \rightarrow 0043$
5	- 31	00	7602	7606	к БЗР ₂ $y \rightarrow 7604$
6	+ 34	00	7604	0043	$\bar{x} = y \ln x \rightarrow 0043$

7	+ 27	00	2065	0000
2030	- 32	00	2004	203I
I	- 10	00	0000	004I
2	+ 44	00	7776	0043
3	+ 56	00	2066	0042
4	+ 56	00	0043	0044
5	- 73	00	2034	0042
6	+ 66	00	0042	0042
7	+ 67	00	2037	0I06
2040	- 34	00	2050	204I
I	- 10	00	2067	004I
2	- 10	00	2075	00I6
3	+ 35	00	0044	004I
4	+ 16	16	2067	004I
5	- 20	16	2043	2075
6	+ 34	00	004I	004I
7	- 73	00	0042	004I
2050	+ 34	00	7776	0043
I	- 32	00	2052	2054
2	+ 45	00	004I	2074
3	- 30	00	2055	004I
4	- 10	00	004I	0000
5	- 30	00	76I3	7667
6	+ 00	00	00I7	0000
7	+ 55	20	2363	I400
2060	+ 55	20	2363	I40I
I	+ 46	47	4525	2I0I
2	+ 63	I2	0035	050I
3	+ 52	52	533I	I400
4	+ 40	00	0000	0002
5	+ 53	52	6II7	4406
6	+ 00	00	0000	0035
7	+ 44	62	I464	7II6
2070	+ 46	73	I5I7	2II2
I	+ 70	63	4600	5I07

$\bar{x} - M$

$$\bar{x} = \frac{\bar{x}}{n \cdot x} \rightarrow 0043$$

$$[|\bar{x}|] = u$$

$$u - |\bar{x}| = v$$

$$C_5 \rightarrow 004I$$

$$\left. \begin{array}{l} C_5 \cdot v \\ C_5 \cdot v + C_4 \end{array} \right\} \sum C_i v^i = 2^{\frac{v}{2}} \rightarrow 004I$$

$$\left(2^{\frac{v}{2}} \right)^2$$

$$2^{-u} \left(2^{\frac{v}{2}} \right)^2 = \tilde{y} \rightarrow 004I$$

$$\bar{x} > 0 \quad \text{или} \quad \bar{x} < 0$$

$$\frac{1}{y} \quad \text{при} \quad \bar{x} > 0$$

$$\tilde{y} \quad \text{при} \quad \bar{x} < 0$$

и БЗР₂

$$\frac{\sqrt{x}}{x}$$

\sqrt{x}

$$b_3$$

$$b_2$$

$$b_1$$

$$b_0$$

$$M$$

$$C_5$$

$$C_4$$

$$C_3$$

2	+ 75	37	64I2	II04	C ₂
3	+ 54	27	I024	750I	C ₁
4	+ 40	00	0000	000I	C ₀
5	+ 00	04	000I	0000	
6	+ 30	20	6027	6I76	→ КΣ

Исправления в СП-15 и СП-16

Для правильной работы СП-15 следует исправить команду в яч. 2044

2044: - 74 00 2I07 0040,

соответственно исправив → КΣ всей СП в яч. 2II7

2II7: + 30 43 36II 30I3.

Аналогичные исправления надо сделать и в СП-16

2045: - 74 00 2III 0040,

2I2I: + 67 43 345I 3007 (→ КΣ СП-16).

В заключение считаю приятным долгом поблагодарить Ю.П.Кумеккина, обратившего мое внимание на возможность изменить алгоритм вычисления e^x и указавшего ослуху (3).

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.С.Нефедьева, Ян Фу-цин. Система интерпретации и библиотека стандартных программ для ЭВМ "Минск-2". Препринт ОИЯИ, 2452, Дубна, 1965.
2. Л.С.Нефедьева, В.Н.Тарасова. Обслуживающие программы системы интерпретации на ЭВМ "Минск-2". Препринт ОИЯИ, 2453, Дубна, 1965.
3. Разработка стандартных программ для машинного счета на ЭЦВМ типа "Минск" (для "Минск-2") ЭНИМС, Москва, 1965, стр. 25.

Рукопись поступила в издательский отдел
28 февраля 1967 г.