ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

11-2003-165

На правах рукописи
УДК 519.6

БОБЫЛЕВА
Людмила Васильевна

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ЗАРЯЖЕННЫХ ПУЧКОВ МЕТОДОМ МАКРОЧАСТИЦ И МЕТОДОМ МОМЕНТОВ

Специальность: 05.13.18 — математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Дубна 2003

Работа выполнена в Лаборатории ядерных реакций им. Г. Н. Флерова
Объединенного института ядерных исследований

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук, профессор — Жидков Евгений Петрович

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор — Севастьянов Леонид Антонович

доктор физико-математических наук, профессор — Масунов Эдуард Сергеевич

Ведущая организация:

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша

Защита диссертации состоится «17» октября 2003 г. в 14 час на заседании Диссертационного Совета Д720.001.04 в Объединенном институте ядерных исследований, г. Дубна Московской области, ОИЯИ, ЛИТ.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Автореферат разослан «11» сентября 2003 г.

Ученый секретарь
Диссертационного Совета
кандидат физико-математических наук — З. М. Иванченко

Общая характеристика работы

Актуальность темы и состояние вопроса.

Пучки заряженных частиц широко используются в различных областях науки и техники, промышленности и энергетики. Среди научных проблем физики высоких энергий выделяются такие большие проекты, как создание ускорителей (коллайдеров) ионов и электронов на сверхвысокие энергии с большим током ускоренных частиц при малом значении эмиттанса пучка (пучки с высокой яркостью).

В последнее время во многих физических центрах ведутся разработки линейных ускорителей интенсивных ионных пучков низких энергий. Такие ускорители непосредственно используются в ядерно-физических и астрофизических исследованиях или входят в состав инжекционных комплексов ускорителей физики высоких энергий. Большое место занимают сильноточные ионные ускорители на низкие энергии и в прикладных задачах. К ним относятся проблема создания интенсивных нейтронных генераторов, исследования, направленные на создание управляемых термоядерных и электроядерных реакторов, создание имплантаторов и др.

Создаются установки для решения ключевых вопросов развития безопасной атомной энергетики, проблем разоружения и проблем утилизации отходов современной атомной промышленности.

Во многих центрах, занимающихся ядерной физикой, существует проблема сепарации радиоактивных ядер. В частности, в ОИЯИ реализуется проект DRIBS, в рамках которого исследования легких и тяжелых нейтронно-избыточных ядер занимают особое место. Пучок исследуемых ядер попадает в сепаратор из источника ионов, работающего на принципе электрон-циклоторонного резонанса. Энергии ионов на выходе источника низкие, а суммарный ток пучка — большой. Таким образом, при создании новых сепараторов возникают проблемы учета пространственного заряда пучков с большими токами и нелинейностью движения частиц. Поэтому необходимо развивать адекватную математическую базу, т.е. использовать математическое моделирование для решения сложных нелинейных задач динамики ионных пучков.

В данной диссертации проведено моделирование методом макрочастиц динамики ионов с учетом пространственного заряда пучка в сепараторе Вина для проекта DRIBS.

В теории пучков заряженных частиц наиболее полно исследовано движение частиц в заданных внешних полях, когда собственными электромагнитными полями частиц пучка можно пренебречь (так называемое одночастичное приближение). В общем случае динамика пучков заряженных частиц описывается самосогласованной системой уравнений Власова. Решение такой системы сопряжено с большими вычислительными трудностями, поэтому на практике используется небольшое число точно решаемых моделей. Учитывая современные задачи физики и техники сильноточных пучков, необходимо использовать и разрабатывать новые математические методы моделирования динамики пучков с большим пространственным зарядом. В настоящее время чаще всего используются метод макрочастиц (или метод частиц в ячейках) и метод моментов.

В методе макрочастиц большие группы близко расположенных в фазовом пространстве частиц объединяются в так называемые макрочастицы – сгустки частиц определенной формы, зависящей от размерности и свойств симметрии исследуемой модели. В начальный момент времени фазовый объем, занимаемый всеми частицами пучка, разбивается на большое число непересекающихся элементарных объемов, и движение каждого такого объема отождествляется с движением одной макрочастицы с суммарным зарядом и массой частиц, входящих в этот объем. Таким образом создаются макрочастицы с координатами в фазовом пространстве $\vec{r}_i$, $\vec{v}_i$ (i – номер макрочастицы). В методе макрочастиц существуют некоторые общие подходы, позволяющие строить модели с нужными свойствами, например: оптимальные по некоторым критериям, с заданными законами сохранения с уменьшенными нефизическими, счетными эффектами и др. Общим для всех моделей является допущение о том, что внутри полного

объема V содержится $N \gg 1$ макрочастиц определенного сорта с зарядами kZe (Z — зарядность иона, e — заряд электрона), массой kAM (A — массовое число иона, M — масса протона) и с тем же отношением заряда к массе $g = \frac{Ze}{AM}$, что и для физических частиц. Коэффициент укрупнения $k \gg 1$ выбирается таким, что суммарный заряд всех частиц $kNZe$ и средняя плотность пространственного заряда $\rho_{cp} = \frac{kNZe}{V}$ в модели те же, что и в моделируемой физической системе. Благодаря сохранению значения g, в модели сохраняются и уравнения движения частиц. Поэтому, с учетом сохранения плотности заряда собственное поле и динамика пучка в модели и в физической системе будут близки.

Система уравнений модели макрочастиц состоит из уравнений Максвелла и уравнений движения частиц в электромагнитных полях с напряженностью электрического поля $\vec{E}$ и индукцией магнитного поля $\vec{B}$

$$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{v}_i, \qquad AM\frac{d\vec{v}_i}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c}[\vec{v}_i, \vec{B}], \tag{1}$$

где c – скорость света. Эта система уравнений является нелинейной, поскольку действующие на частицы поля зависят от распределений плотности заряда и тока, которые сами определяются движением частиц.

При исследовании пучков заряженных частиц практический интерес, зачастую, представляют усредненные характеристики, такие как плотность, средняя скорость, температура и т.д. Эту информацию можно получить, вычисляя моменты функции распределения частиц в фазовом пространстве. Движение пучка рассматривается как движение замкнутого фазового множества, что позволяет ввести моменты функции распределения по всей совокупности фазовых координат.

Главная задача метода моментов – дать сокращенное (по сравнению с уравнениями Власова) описание динамики пучков, позволяющее проследить основные физические закономерности и проводить с достаточной общностью и степенью приближения расчеты конкретных физических установок (каналов транспортировки, ускорительных структур, установок для ядерно-физических экспериментов и т. п.).

В настоящее время для анализа динамики пучков используются уравнения для моментов второго порядка, соответствующие эффективной линеаризации внешних и собственных электромагнитных полей по отклонениям от оси пучка. Таким образом, опускаются нелинейные эффекты; в частности, изменение вида плотности пучка и среднеквадратичного эмиттанса пучка в нелинейных полях и др. Чтобы правильно учитывать эти важные для приложений явления, необходимо найти процедуру обрыва бесконечной системы зацепляющихся уравнений для моментов в высших порядках и выразить усредненные со степенными весами значения собственной силы Лоренца через используемые моменты.

Задача о представлении степенных моментов собственной силы Лоренца через моменты низших порядков и задача обрыва цепочки рассматривается в данной работе.

Цель работы.

На основе математического моделирования с использованием метода макрочастиц исследовать динамику трехкомпонентного ионного пучка с учетом нелинейного собственного электрического поля пучка в сепараторе Вина. Определить оптимальные параметры сепаратора для разделения радиоактивных ядер в проекте DRIBS, который осуществляется в Лаборатории ядерных реакций им. Г.Н. Флерова в ОИЯИ

Построить математическую модель пучков заряженных частиц на основе метода моментов, включающую нелинейные динамические эффекты, в том числе связанные с нелинейностью собственного поля пучка. Исследовать нелинейную динамику пучков в некоторых важных для приложений случаях.

Научная новизна. В работе получены следующие новые результаты:

Впервые проведено математическое моделирование сепаратора Вина с использованием метода моментов функции распределения частиц в фазовом

пространстве и метода макрочастиц. Введена новая схема оптимизации параметров фильтра Вина.

Впервые при исследовании динамики пучка ионов в сепараторе Вина учтены эффекты пространственного заряда пучка и нелинейности собственного электрического поля и получены связанные с ними ограничения на ток пучка. Впервые проанализировано влияние собственного заряда ионов балластного газа на динамику сепарируемых пучков.

Построена первая математическая модель пучков на основе метода моментов, учитывающая нелинейность внешнего и собственного электромагнитных полей.

Впервые численно реализован метод моментов с использованием степенной аппроксимации плотности заряда и найден способ обрыва бесконечной зацепляющейся цепочки дифференциальных уравнений для моментов. Получены нелинейные эффекты собственного поля пучков: эффект изменения плотности и изменение эмиттанса.

Практическая ценность диссертации.

Сепараторы и масс - анализаторы на основе фильтров Вина широко используются в различных областях физики и техники. Поэтому рассматриваемая работа имеет практическую ценность, т.к. развитые в ней методы применимы для решения широкого класса задач проектирования и создания новых сепараторов, в частности, для проекта DRIBS. Результаты, полученные в диссертации, могут использоваться при анализе влияния пространственного заряда пучков, нелинейных эффектов различного происхождения и для оптимизации параметров сепараторов с целью получения высокого разрешения и высокого качества ионных пучков в таких устройствах.

Разработанная на основе метода моментов математическая модель позволяет анализировать динамику пучков с учетом нелинейных эффектов в различных физических установках.

Основные результаты, выносимые на защиту:

1. Исследование динамики трехкомпонентного ионного пучка с учетом нелинейного собственного электрического поля пучка в сепараторе Вина на основе математического моделирования с использованием метода макрочастиц и метода моментов. Новая схема оптимизации параметров фильтра Вина и определение оптимальных параметров сепаратора для разделения радиоактивных ядер в проекте DRIBS, который осуществляется в Лаборатории ядерных реакций им. Г.Н. Флерова в ОИЯИ.

Учет эффектов пространственного заряда пучка и нелинейности собственного электрического поля в сепараторе Вина и связанные с ними ограничения на ток пучка. Учет влияния собственного заряда ионов балластного газа на динамику сепарируемых пучков.

2. Построенная первая математическая модель пучков заряженных частиц на основе метода моментов функции распределения частиц в классе степенных разложений плотности заряда, включающая нелинейные динамические эффекты, в том числе связанные с нелинейностью собственного поля пучка. Восстановление плотности заряда в классе степенных (полиномиальных) функций и определение границы пучка проводится по известным моментам. Обрыв бесконечной цепочки уравнений для моментов осуществляется таким образом, что высшие моменты выражаются через моменты низших порядков эвристическим путем с учетом асимптотического поведения моментов, известного из численных экспериментов, аналитической модели нелинейной динамики пучков, входящей в диссертацию, и экспериментов с сильноточными пучками.

3. Численная реализация метода моментов с использованием степенной аппроксимации плотности заряда и выбранного в диссертации способа обрыва бесконечной зацепляющейся цепочки дифференциальных уравнений для моментов функции распределения частиц для пучков с доминирующим влиянием пространственного заряда. Получены нелинейные эффекты собственного поля пучков: эффект изменения плотности и изменение эмиттанса.

4. Построенная на основе метода усреднения Крылова — Боголюбова и метода моментов аналитическая модель динамики пучка заряженных частиц в нелинейном внешнем фокусирующем поле. Соотношение между моментами высших и низших порядков, позволяющее решить проблему обрыва бесконечной зацепляющейся цепочки дифференциальных уравнений для моментов.

Численная реализация новой модели для анализа динамики пучка в гладком нелинейном фокусирующем канале с использованием выбранного в диссертации способа обрыва зацепляющейся цепочки моментных уравнений и степенной аппроксимации плотности заряда.

Апробация работы.

По теме диссертации опубликовано 6 работ. Основные результаты представлены на семинарах Лаборатории ядерных реакций им. Г.Н. Флерова и Лаборатории информационных технологий (ОИЯИ, Дубна), а также на 2 международных конференциях: на пятой Европейской конференции по ускорителям частиц (Барселона, 1996) и на 10-й Международной конференции по ионным источникам (Дубна, 2003).

Структура и объем диссертации.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации — 94 страницы, включая 31 рисунок и 3 таблицы.

Содержание работы

Во введении указываются научные направления, для которых необходимо применять и развивать методы математического моделирования динамики пучков заряженных частиц с учетом собственного пространственного заряда и нелинейности внешних и собственных электромагнитных полей. Обсуждается актуальность и практическая ценность диссертации, новизна полученных в ней результатов, а также перечислены основные результаты, выносимые на защиту.

Первая глава посвящена математическому моделированию динамики ионов в сепараторе Вина. В разделе 1.1 обсуждается возможность использования фильтра Вина в качестве масс-сепаратора в исследованиях радиоактивных свойств нейтронно-обогащенных ядер, генерируемых в процессе деления ^{238}U в рамках проекта DRIBS. Фильтры Вина представляют собой сепараторы по скоростям, действие которых основано на разделении заряженных частиц в скрещенных статических электрических и магнитных полях, перпендикулярных друг другу. На вход фильтра Вина в рассматриваемом сепараторе из источника подается многокомпонентный пучок ионов, имеющих одинаковую энергию. Электромагнитное поле в фильтре Вина задается так, что выделенная ионная компонента пучка с продольной скоростью влета в фильтр Вина v_0 пройдет строго вдоль оси движения пучка. Остальные компоненты пучка, продольная скорость влета которых в фильтр Вина отлична от v_0, получат вертикальное отклонение от оси движения пучка. Таким образом, компоненты пучка с различными продольными скоростями влета в фильтр Вина будут разделены — сепарированы.

В разделе 1.2 приводятся схема фильтра Вина, принцип его работы, основные ионно-оптические характеристики. На основе метода моментов проведена оптимизация его параметров с целью получения максимальной разрешающей способности. Динамика ионного пучка и возможность разделения тяжелых осколков иллюстрируются результатами численного моделирования фильтра Вина методом макрочастиц без учета пространственного заряда пучка. Показано, что в оптимальном варианте фильтра Вина можно получить разрешение на уровне выше 10^2 и обеспечить сепарацию тяжелых ионов с высокими значениями массовых чисел.

В разделе 1.3 на основе метода макрочастиц разработана математическая модель динамики многокомпонентного пучка ионов с учетом собственного поля пучка в сепараторе Вина, состоящем из дублета квадрупольных линз и собственно фильтра Вина. В разделе 1.3.1 приводится постановка самосогласованной задачи о динамике ионного пучка в сепараторе Вина с учетом поля пространственного заряда. Моделирование динамики ионов реализуется путем интегрирования уравнений движения макрочастиц (1) с заданным начальным распределением

частиц. Электрическое поле $\vec{E}$ и магнитное поле $\vec{B}$, действующие на частицы, представляются в виде суммы внешних полей $(\vec{E}_e, \vec{B}_e)$, которые считаются заданными, и собственных полей $(\vec{E}_s, \vec{B}_s)$ пространственного заряда пучка: $\vec{E} = \vec{E}_e + \vec{E}_s$, $\vec{B} = \vec{B}_e + \vec{B}_s$.

В интересующем нас случае нерелятивистских ионных пучков с медленно меняющимися параметрами вдоль оси распространения пучка z собственным магнитным полем пучка можно пренебречь, а собственное электрическое поле в поперечном сечении пучка искать на каждом элементарном временном шаге интегрирования путем решения двумерного уравнения Пуассона для потенциала U с граничным условием Дирихле. При таком подходе мы получаем самосогласованную задачу динамики пучка, поскольку макрочастицы движутся с учетом собственного поля, которое определяется движением всех частиц пучка. Математическая модель для решения самомогласованной задачи реализована в виде модульной программы IBS (Ion Beam Simulation), написанной на языке программирования СИ++. Блок-схема основных модулей программы IBS и подробное описание модели приводятся в разделах 1.3.1— 1.3.4.

В разделе 1.3.2 содержится описание специального генератора для моделирования начального распределения частиц в фазовом пространстве. В модели реализованы два основных начальных распределения макрочастиц в фазовом пространстве: распределение Владимирского-Капчинского и гауссовское распределение. При построении генераторов начальных распределений использовался алгоритм, разработанный Ю. Батыгиным.

В разделе 1.3.3 рассматривается вычисление собственного электрического поля пучка. Собственное электрическое поле пучка находится с использованием решения двумерного уравнения Пуассона для безразмерных потенциала U и плотности заряда Q и соответствующих граничных условий — условий Дирихле для потенциала U на границе прямоугольной области Γ с поперечными размерами $a \times b$:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}=-Q(x,y), \qquad U(\Gamma)=0.$$

Распределение пространственного заряда макрочастиц по узлам сетки осуществляется таким способом, при котором заряд каждой частицы распределяется среди ближайших четырех узлов обратно пропорционально расстоянию от частицы до каждого узла. Для решения уравнения Пуассона выбран метод Быстрого Преобразования Фурье.

Компоненты электрического поля в узлах сетки находятся дифференцированием полученной сеточной функции потенциала U. Необходимые для интегрирования уравнений движения значения напряженности электрического поля в местонахождении макрочастиц находятся с использованием интерполяции полученных сеточных функций напряженности собственного электрического поля.

В разделе 1.3.4 задаются уравнения движения макрочастиц. Для моделирования динамики пучка в сепараторе Вина с учетом собственного поля необходимо задать уравнения движения макрочастиц и внешние электромагнитные поля в трех типовых областях (по продольной координате): в областях магнитных квадруполей, в свободном от полей пространстве и в области скрещенных статических электрического и магнитного полей (собственно в фильтре Вина). Начальные условия выбираются в соответствии с заданным начальным распределением частиц на фазовых плоскостях. В диссертации для численного интегрирования уравнений движения макрочастиц выбран метод Рунге – Кутта четвертого порядка точности. Этот метод обладает устойчивостью и хорошо сохраняет свойства моделируемой физической системы.

В разделах 1.3.5 и 1.3.6 приводятся результаты тестирования построенной модели динамики заряженных частиц. Чтобы оценить погрешность численного решения уравнения Пуассона, в разделе 1.3.5 приводятся сравнительные результаты вычислений напряженности собственного электрического поля для равномерного и гауссовского распределений плотности заряда, полученные с использованием модели, с соответствующими точными значениями в случае

пучка с азимутальной симметрией, когда напряженности собственного электрического поля имеют простые аналитические выражения. Контроль точности численного решения уравнения Пуассона осуществлялся также проверкой точности выполнения теоремы Гаусса, которая выявляет интегральную ошибку вычисления напряженности собственного электрического поля. Тестирование проводилось для различного числа крупных частиц N и количества разбиений сетки q. Результаты показывают, что использование в расчетах $N = 10\ 000$ и $q = 2^5$ обеспечивает приемлемую для моделирования точность вычисления напряженности электрического поля.

С целью тестирования построенной модели динамики макрочастиц в разделе 1.3.6 проводится сравнение результатов численного решения задачи о свободном разлете пучка заряженных частиц с учетом углового разброса и пространственного заряда пучка, полученных с помощью данной модели и результатов решения той же задачи по известным аналитическим модельным уравнениям для огибающей пучка. Для оценки точности вычислений среднеквадратичных огибающих пучка по программе IBS расчеты проводились для различных значений шага интегрирования уравнений движения (h и h/2). По результатам вычислений были получены значения абсолютной и относительной погрешностей среднеквадратичных огибающих пучка. Значения относительных погрешностей $\Delta R_a \le 0.009$ и, следовательно, можно сделать вывод о хорошей точности результатов вычислений, полученных с использованием построенной модели.

В разделе 1.4 построенная модель макрочастиц используется для исследования эффектов пространственного заряда в сепараторе Вина, связанных с собственным электрическим полем пучка, которые могут привести к ухудшению разрешения сепаратора и, таким образом, ограничивают сверху токи ионного пучка. Рассматриваются два вида начальных распределений частиц. Первое - распределение Владимирского-Капчинского дает линейную силу расталкивания частиц, отклонившихся от оси движения. Для учета нелинейных эффектов и анализа их влияния на динамику ионов используется распределение гауссовского типа. В качестве примера на рис. 1 показаны распределения плотности частиц на входе сепаратора (эллипсы с полуосями 2 см и 0.5 см) и в плоскости анализирующей щели для равномерного распределения (нижние эллипсы соответствуют ионам с $A = 100$, верхние — $A = 101$). Ток пучков менялся от нуля (рис. 1а) до 5 мкА (рис. 1б).

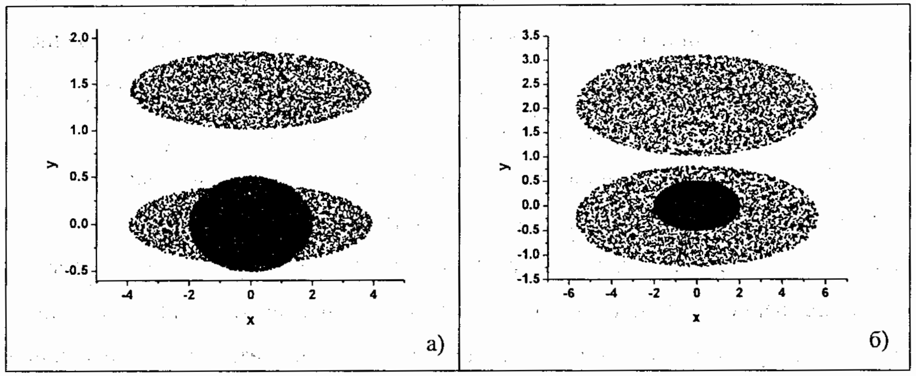

Рис. 1. Распределения плотности частиц на входе сепаратора и в плоскости анализирующей щели для равномерного распределения.

Результаты численных расчетов показывают, что в указанных пределах тока ионов сепаратор Вина при параметрах, близких к оптимальным, дает хорошее разрешение на уровне 10^2 и обеспечивает эффективную сепарацию тяжелых ионов с высокими значениями массовых чисел .

В выбранной схеме сепаратора используется источник ионов на основе электрон-циклотронного резонанса, так называемый ЭЦР - источник. Для его работы используются различные балластные газы. Токи ионов балластного газа значительно превосходят токи сепарируемых ионов, поэтому влияние собственного заряда ионов балластного газа на динамику сепарируемых ионов может оказаться существенным. Проблема работоспособности сепаратора с учетом ионов балластного газа анализируется и решается в рамках модели макрочастиц на примере расчета динамики в сепараторе ионных пучков с атомными номерами A = 100 и A = 101, распространяющихся вместе с ионами балластного газа – гелия (атомный номер A = 4). Результаты численных расчетов

показывают, что балластный пучок можно отсечь в районе фильтра Вина и влияние его на сепарацию ионных пучков с атомными номерами A = 100 и A = 101 невелико.

<u>Во второй главе</u> решается проблема математического моделирования нелинейной динамики пучков заряженных частиц на основе метода моментов функции распределения частиц в фазовом пространстве.

В разделе 2.1 вводится понятие моментов функции распределения частиц в фазовом пространстве, рассматривается смысл моментов низших порядков, дается краткое описание метода моментов, приводятся уравнения эволюции моментов.

Моменты функции распределения частиц в двумерном фазовом пространстве определяются как

$$M^{p,q}(t,z) = N_l\ \overline{x^p v^q} = \int_{\Omega} x^p(t) v^q(t) f(t,z,x,v)\, dV(\Omega),$$

где N_l – линейная плотность пучка, $dV(\Omega)$ – элемент объема замкнутого множества Ω фазовых координат пучка (x, v). Моменты низших порядков имеют простой физический смысл: момент нулевого порядка соответствует линейной плотности частиц пучка $M^{0,0} = N_l$, величина $\sqrt{\dfrac{M^{2,0}}{N_l}}$ представляет собой среднеквадратичный размер пучка, который является важнейшим параметром пучка при исследовании его динамики.

Уравнения, определяющие изменение моментов вдоль оси движения пучка z, имеют вид

$$\frac{dM^{p,q}}{dz} = pM^{p-1,q+1} + q\sum_k a_k(z) M^{p+k,q-1}\,, \tag{2}$$

где $a_k(z) = \beta_k + \gamma_k$, $E_e = \sum_{k=0}^{n} \gamma_k x^k$ — внешнее электрическое поле, $E_s = \sum_{k=0}^{m} \beta_k x^k$ — собственное электрическое поле пучка.

Для получения уравнений для моментов необходимо найти полиномиальное разложение внешнего и собственного электрических полей пучка. В линейном приближении внешнего и собственного электрических полей система (2) распадается на подсистемы для моментов одного порядка. В нелинейном приближении внешнего и собственного электрических полей система (2) представляет собой бесконечную зацепляющуюся цепочку уравнений, для интегрирования которой следует решить проблему обрыва цепочки (вычисление высших моментов) .

В разделе 2.2 показывается возможность получения полиномиального представления напряженности собственного электрического поля пучка по известным моментам плотности зарядов с использованием разложения напряженности электрического поля по ортогональным полиномам. Приводятся результаты численных расчетов для плоского заряженного слоя. Показывается, что получение хорошей точности вычисления напряженности собственного электрического поля пучка требует использования полиномов высокой степени и, следовательно, приводит к необходимости вычисления моментов высоких порядков.

В разделе 2.3 для решения проблемы используется полиномиальная аппроксимация плотности заряда пучка. Показывается возможность восстановления плотности заряда и радиуса пучка с круговым поперечным сечением в азимутально-симметричном случае по меняющимся во времени моментам функции распределения. Приближение плотности заряда $\rho(r)$ ищется в виде степенного ряда по радиусу $\rho(r)=\sum_{i=0}^{m}\alpha_i r^i$. Нелинейная система алгебраических уравнений для определения неизвестных коэффициентов степенного ряда α_i, $i=0,1,...,m$ и радиуса пучка a получается путем минимизации функционала $I_m(\alpha_m)=\int_0^a\left(\rho(r)-\sum_{i=0}^{m}\alpha_i r^i\right)^2 rdr$, которая используется как мера точности приближения функции $\rho(r)$. Степенное разложение для напряженности собственного электрического поля пучка

находится по восстановленной плотности заряда: $E_r=\sum_{k=0}^{m}\beta_k r^k$, где $\beta_k=4\pi\left(\frac{\alpha_{k-1}}{k+1}\right)$ и затем используется в системе дифференциальных уравнений для моментов.

В разделе 2.4 приводится постановка в методе моментов самосогласованной задачи динамики пучка с учетом его собственного поля. Для описания динамики пучка используются уравнения, описывающие изменение моментов функции распределения при движении пучка. Разработана математическая модель для решения поставленной самосогласованной задачи с использованием предложенной выше методики полиномиальной аппроксимации плотности заряда пучка. Приводится блок-схема математической модели, численно реализованной в пакете «Mathematica 4.2». Для интегрирования уравнений для моментов используется консервативная симметричная схема Эйлера второго порядка точности, которая в случае линейных полей сохраняет эмиттанс пучка с высокой степенью точности.

В разделе 2.5 с использованием разработанной математической модели моментов численно решена самосогласованная задача о разлете в свободном пространстве сильноточного пучка с радиально-однородной и неоднородной плотностью. Приводятся сравнительные результаты вычислений среднеквадратичной огибающей пучка с однородной плотностью при свободном разлете по модели моментов и по известному модельному уравнению для огибающей. Для контроля точности расчета приводятся среднеквадратичные огибающие пучка, соответствующие двум значениям шага интегрирования (h и $h/2$). Совпадение этих результатов позволяет сделать вывод о хорошей точности счета. В случае пучка с неоднородной начальной плотностью $\rho(r)=\alpha_0+\alpha_2 r^2$ в развитом выше подходе на каждом шаге интегрирования уравнений для моментов восстанавливается напряженность собственного электрического поля пучка, имеющая кубическую нелинейность. Для обрыва бесконечной зацепляющейся цепочки уравнений для моментов вводится соотношение между моментами высших и низших порядков. Например, для замыкания цепочки уравнений для моментов во втором порядке использовалось соотношение:

$$M^{4,0} = kM \cdot \left(M^{2,0}\right)^2, \qquad kM = kM_0 + (kM_\infty - kM_0) \cdot \left(1 - Exp\left(-\frac{kE \cdot z}{z\max}\right)\right), \tag{3}$$

где коэффициент $kM_0 = \dfrac{M^{4,0}}{\left(M^{2,0}\right)^2}$ — в начальный момент времени, коэффициент kM_∞ соответствует асимптотическим значениям этого отношения. Параметр kE выбирается из условий задачи. Соотношение (3) найдено из анализа асимптотических свойств моментов в методе макрочастиц, аналитической модели нелинейной динамики и в экспериментах с сильноточными пучками.

Результаты численного решения задачи показывают, что среднеквадратичная огибающая пучка с неоднородной плотностью мало отличается от среднеквадратичной огибающей пучка для случая однородной плотности. Показывается, что при свободном разлете нелинейность собственного поля пучка вызывает рост эмиттанса (рис. 2а), изменение величины $M^{2,0}/a^2$, сохраняющейся в случае однородной плотности, и асимптотический выход этой величины на новое стационарное значение. На рис. 2б показаны графики плотности заряда в последовательные моменты времени, из которых видно стремление неоднородной начальной плотности к однородной при свободном разлете пучка.

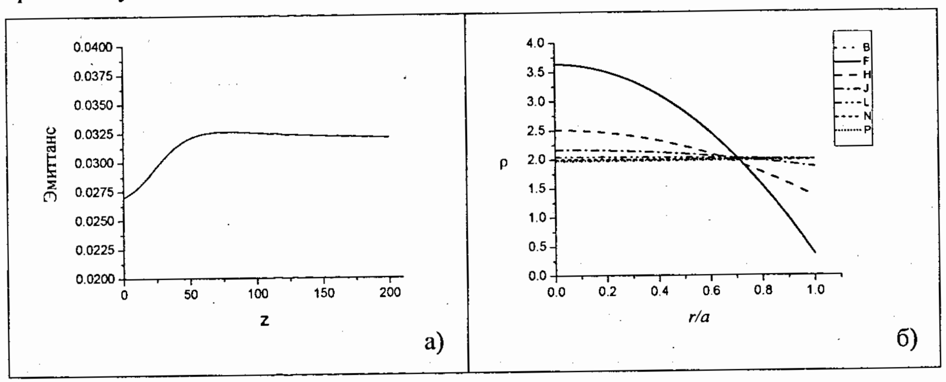

Рис. 2. Рост эмиттанса и изменение плотности заряда для пучка с неоднородной плотностью при свободном разлете.

В третьей главе изучается проблема математического моделирования динамики заряженных пучков с учетом нелинейных внешних полей методом моментов.

В разделе 3.1 изучается проблема вывода модельного уравнения для среднеквадратичной огибающей пучка заряженных частиц в случае их нелинейного движения. Уравнение для среднеквадратичной огибающей выводится из бесконечной системы зацепляющихся дифференциальных уравнений для моментов различных порядков с использованием метода усреднения Крылова-Боголюбова. В качестве примера рассмотрен ансамбль осцилляторов во внешнем стационарном поле с кубической нелинейностью. Получено асимптотическое соотношение между моментами четвертого и второго порядков, позволяющее решить проблему замыкания цепочки зацепляющихся дифференциальных уравнений для моментов.

В разделе 3.2 рассматривается задача о динамике кругового пучка с радиально-однородной и неоднородной плотностью в гладком фокусирующем канале с кубической нелинейностью. Для решения задачи используется выбранный в разделе 2.5 способ обрыва зацепляющейся цепочки уравнений для моментов. Изменение плотности заряда при движении пучка анализируется с помощью предложенной в разделах 2.3-2.4 методики восстановления плотности по моментам функции распределения. Показано, что для параметров пучка, близких к стационарным в линейном внешнем поле, нелинейность поля вызывает изменение среднеквадратичного поперечного размера пучка и приводит к его асимптотическому выходу на новое стационарное значение. Нелинейность внешнего фокусирующего поля приводит также к росту эмиттанса и изменению плотности пучка.

Заключение

В диссертации получены следующие основные результаты:

1. На основе математического моделирования с использованием метода макрочастиц и метода моментов исследована динамика трехкомпонентного

ионного пучка с учетом нелинейного собственного электрического поля пучка в сепараторе Вина. Введена новая схема оптимизации параметров фильтра Вина и определены оптимальные параметры сепаратора для разделения радиоактивных ядер в проекте DRIBS, который осуществляется в Лаборатории Ядерных Реакций им. Г.Н. Флерова в ОИЯИ.

Впервые при исследовании динамики пучка ионов в сепараторе Вина учтены эффекты пространственного заряда пучка и нелинейности собственного электрического поля и получены связанные с ними ограничения на ток пучка.

На основе метода макрочастиц создана программа IBS (Ion Beam Simulation) для математического моделирования сепаратора Вина с учетом пространственного заряда ионного пучка, которая может также использоваться для задач транспортировки многокомпонентных ионных пучков с большим пространственным зарядом.

2. Построена первая математическая модель пучков заряженных частиц на основе метода моментов функции распределения частиц в классе степенных разложений плотности заряда, включающая нелинейные динамические эффекты, в том числе связанные с нелинейностью собственного поля пучка. Восстановление плотности заряда в классе степенных (полиномиальных) функций и определение границы пучка проводится по известным моментам. По найденной плотности заряда находится собственное электрическое поле пучка. Для обрыва бесконечной цепочки уравнений для моментов наивысшие моменты выражаются через моменты низших порядков эвристическим путем с учетом асимптотического поведения моментов, известного из численных экспериментов, аналитической модели нелинейной динамики пучков, входящей в диссертацию, и экспериментов с сильноточными пучками.

3. С использованием степенной аппроксимации плотности заряда и выбранного в диссертации способа обрыва бесконечной зацепляющейся цепочки дифференциальных уравнений для моментов новая модель численно реализована для пучков с доминирующим влиянием пространственного заряда. Показано, что в отличие от широко используемой известной модели для эволюции

среднеквадратичных размеров (с использованием эффективной линеаризации электромагнитных полей), предлагаемая модель учитывает очень важные для теории и приложений нелинейные эффекты собственного поля пучков: эффект изменения плотности и изменение эмиттанса.

4. На основе метода усреднения Крылова - Боголюбова и метода моментов построена аналитическая модель динамики пучка заряженных частиц в нелинейном внешнем фокусирующем поле. Из сравнения результатов, следующих из построенной модели, с результатами численного моделирования методом макрочастиц, получено соотношение между моментами высших и низших порядков, позволяющее решить проблему обрыва бесконечной зацепляющейся цепочки дифференциальных уравнений для моментов.

Новая модель с использованием степенной аппроксимации плотности заряда и выбранного в диссертации способа обрыва зацепляющейся цепочки уравнений для моментов функции распределения частиц численно реализована для анализа динамики пучка заряженных частиц в гладком фокусирующем канале с нелинейной фокусирующей силой. Показана возможность учета нелинейных эффектов в каналах транспортировки и формирования пучков.

Основные результаты диссертации изложены в следующих научных публикациях:

1. ***Бобылева Л.В.*** Вычисление высших приближений в методе Крылова-Боголюбова с помощью системы для аналитического программирования SCHOOSCHIP. В Тр. Международного рабочего совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике, Дубна, 1979, D-11-80-13, Дубна, 1980, с. 149, Препринт ОИЯИ Р11-12-454, Дубна, 1979.
2. ***Бобылева Л.В.***, *Казаринов Н.Ю.*, *Перельштейн Э.А.* Вычисление собственных полей заряженных сгустков по первым моментам плотности заряда. Сообщение ОИЯИ, Р11-81-796, Дубна 1981.

3. ***Bobyleva L. V.**, Perelstein E. A.*, On RMS Envelope Equation Problem for Nonlinear Motion, EPAC96, 1996, Bristol and Philadelphia, V.2, p.1060-1063.
4. ***Бобылева Л.В.**, Кузнецов И.В., Перельштейн Э.А., Перельштейн О.Э.* Об использовании фильтра Вина в исследованиях на низкоэнергетических пучках радиоактивных ядер. Письма в ЭЧАЯ, 2002, №6[115], с.5.
5. ***Бобылева Л.В.**, Жидков Е.П., Кузнецов И.В., Перельштейн Э.А.*. Моделирование динамики ионов в сепараторе Вина. Препринт ОИЯИ Р5-2003-100, Дубна, 2003, 14с.; Направлено в журнал «Математическое моделирование».
6. ***Бобылева Л.В.**, Перельштейн Э.А.* Моделирование динамики пучков методом моментов с использованием степенных разложений плотности заряда. Сообщение ОИЯИ Р5-2003-124, Дубна, 2003.

Получено 19 августа 2003 г.