

П-542

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

11 - 12436

ПОЛЯКОВА
Римма Васильевна

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
НЕКОТОРЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ МАГНИТОСТАТИКИ
И ТРАНСПОРТИРОВКИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ
В УСКОРИТЕЛЯХ

Специальность: 01.01.07 - вычислительная математика
Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Дубна, 1979

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук

профессор

Евгений Петрович Лидков

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук

профессор

Юрий Александрович Рябов

кандидат физико-математических наук

доцент

Леонид Владимирович Добролюбов

Ведущее научно-исследовательское учреждение:

Институт электрофизической аппаратуры им. Д.В.Ефремова, Ленинград

Автореферат разослан " " _____ 1979г.

Защита диссертации состоится " " _____ 1979г.

в " " часов на заседании Ученого совета Лаборатории

вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ, г. Дубна,

Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Ученый секретарь Совета

кандидат физико-математических

наук

Иван

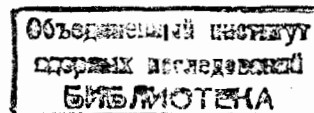
Э.М.Иванченко

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность

Создание новых ускорителей и реконструкция действующих являются сложной инженерно-физической проблемой и часто требуют решения нелинейных задач, основанного на математических исследованиях и тонких численных расчетах. Математическое моделирование в физике ускорителей приводит к важным и интересным математическим задачам. Многие из них настолько сложны, что единственная возможность их решения состоит в разработке численных алгоритмов и реализации последних на ЭВМ. К указанным нелинейным задачам относится, в частности, определение оптимальных (в смысле каких-либо критериев качества) параметров системы транспортировки заряженных частиц с учетом разного рода нелинейных эффектов, расчет согласованных ("невидимых") промежутков в ускорителях, моделирование неоднородного движения заряженных частиц с учетом реальных характеристик магнитного поля, а также моделирование магнитных полей нелинейных магнитных систем, в том числе и обратных задач магнитостатики. Известно, что случаи, когда можно найти точные решения для указанных проблем, весьма редки. Поэтому разработка эффективных методов и алгоритмов численного решения нелинейных задач - одно из важных и актуальных направлений в современной вычислительной математике. Большую роль в развитии этого направления сыграли советские математики. Широко известны работы таких выдающихся ученых, как А.Н.Тихонов, А.А.Самарский, Г.И.Марчук, Н.Н.Яненко.

Оптимизация системы транспортировки сводится к выбору индукции в поворотных магнитах и линзах и расстановке их на трассе вывода так, чтобы по заданным начальной координате и направлению пучка на входе системы получить пучок с заданной конечной координатой и направлением на выходе. В современных синхротронах



организация системы ввода-вывода пучка, размещение ускоряющей секции и т.д. требуют длинных свободных промежутков. Стремление сделать промежуток согласованным, т.е. не возмущающим регулярную структуру ускорителя – актуальная проблема, к которой в последнее время стали обращаться исследователи. Следует отметить, что большинство работ по численным расчетам систем транспортировки и согласованных промежутков основывались на линейной теории. Однако в реальных системах существенно проявляются разного рода нелинейные эффекты, и поэтому встает проблема математического моделирования этих задач с учетом нелинейностей.

Среди численных методов решения нелинейных задач большое распространение получил обобщенный метод стабилизации по непрерывному параметру, называемый также непрерывным аналогом метода Ньютона (МН)^{*}). Достоинством этого метода является сведение достаточно произвольной нелинейной задачи к строгой и сравнительно легко реализуемой на ЭВМ последовательности линейных задач, методы решения которых, как правило, хорошо разработаны. Эффективность непрерывного аналога МН была показана на ряде физических исследований, приводящих к решению обыкновенных дифференциальных и интегральных уравнений^{**}).

Этот метод положен и в основу решения задач транспортировки заряженных частиц и согласования прямолинейных промежутков. В предлагаемом методе используются полные уравнения движения заряженных частиц, что позволяет в элементах систем учитывать нелинейности любого порядка.

Формирование требуемого магнитного поля ускорителя является наиболее сложной и трудоемкой задачей. Поэтому наряду с экспериментальными методами исследования магнитных полей в настоящее время интенсивно развиваются и широко используются численные методы с применением быстродействующих ЭВМ. Насколько велик интерес исследователей к численному моделированию магнитостатических и электростатических задач, можно судить по большому количеству работ, появившихся только в последние годы. При проектировании магнитных систем особый интерес представляет вопрос математического моделирования обратных задач. Известно, что они относятся

^{*}) М.А. Гавурин. Нелинейные функциональные уравнения и непрерывные аналоги итеративных методов. Изв. вузов. Математика, 5, (6), стр. 18–31, 1973.

^{**}) Е.П. Жидков, Г.И. Макаренко, И.В. Пузынин. ЭЧАЯ, т.4, вып. I.

к некорректным задачам, основные принципы решения которых были предложены А.Н.Тихоновым^{*}) и в настоящее время интенсивно развиваются и другими авторами^{**}).

Все это определяет актуальность разработки эффективных методов решения проблем, возникающих в связи с развитием ускорительной техники.

Цель настоящей диссертации состояла в разработке численных методов решения нелинейных задач в физике ускорителей, создании на их основе программного обеспечения и выполнении конкретных расчетов, связанных с работами по развитию и усовершенствованию синхрофазотрона ЛВЭ ОИЯИ, а также с проектированием модели нового сверхпроводящего ускорителя на 1,5 ГэВ,

в частности:

1. Развитие непрерывного аналога МН для решения задач транспортировки^{/1/};
2. Разработка программного обеспечения этого метода;
3. Разработка численного алгоритма математического моделирования неоднородного многооборотного движения заряженных частиц в синхрофазотроне с учетом геометрических искажений магнитного ускорителя^{/2/} и метода расчета корректирующего поля^{/3/};
4. Создание программного обеспечения и численное моделирование магнитных и электрических полей ряда важных нелинейных магнитных систем синхрофазотрона^{/4,5/} и модели сверхпроводящего ускорителя^{/6,7/}.

Научная новизна работы

1. Предлагается численный метод решения некоторого класса обратных задач магнитостатики^{/7,8/}, когда требуемое магнитное поле создается с помощью проводников, для которых варьируется как величина тока, так и координаты их расположения в заданной области. Разработанный на основе метода регуляризации этот метод позволяет сравнительно легко преодолеть трудности, связанные с решением плохо обусловленных систем, к которым обычно сводятся обратные задачи.

^{*}) А.Н.Тихонов. ДАН СССР, т.153, № 1, 49–52, 1963.

^{**}) А.Н.Тихонов, В.Я.Арсенин. Методы решения некорректных задач. Изд-во "Наука", М., 1974.

2. Впервые задача транспортировки заряженных частиц рассматривается как нелинейная краевая задача для системы двух нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка^{/1/}. Показана высокая эффективность непрерывного аналога метода Ньютона для решения этих задач.

3. Доказана теорема существования решения такой задачи в предположении, что магнитное поле, в котором движется пучок, описывается одной вертикальной компонентой $B_z(x, y, z) \neq \text{const}$, а компоненты B_x и B_y появляются за счет разворота магнитов^{/9/}. Для более общего случая описания магнитного поля решение получено численным путем.

4. Впервые расчет системы транспортировки протонов при быстром выводе пучка на синхрофазотроне и оптимизация "невидимых" согласованных промежутков ускорителя проводится с учетом нелинейных эффектов в элементах системы. Результаты этих расчетов послужили основой при создании названных выше систем^{/10, 11/}.

Практическая ценность работы

I. На основании предлагаемых методов разработаны численные алгоритмы решения нелинейных задач, возникающих в физике ускорителей, которые реализованы в виде комплексов программ, написанных на языке ФОРТРАН и поставленных на машинах БЭСМ-6 и СДС-6500. Эти программы с 1972 года используются для математического моделирования задач по реконструкции синхрофазотрона и разработке модели сверхпроводящего ускорителя на 1,5 ГэВ. Эффективно решены следующие физические задачи:

1. Оптимизация поворотно-фокусирующей системы транспортировки протонов при быстром выводе первичного пучка на синхрофазотроне ОИЯИ^{/10/}.

2. Согласование прямолинейного промежутка для модели сверхпроводящего синхротрона с учетом нелинейных aberrаций в квадрупольных линзах^{/11/}.

3. Численное моделирование трехмерного многооборотного движения заряженных частиц синхрофазотрона с учетом геометрических искажений магнита ускорителя^{/2/} и расчет требуемых коррекций магнитного поля ускорителя^{/3/}.

4. Численное моделирование двумерных и трехмерных магнитных и электрических полей некоторых нелинейных систем синхрофазотрона^{/4, 5/} и сверхпроводящего ускорителя на 1,5 ГэВ^{/6/}.

5. Формирование дипольных полей с заданной неоднородностью при помощи плоских обмоток прямоугольного сечения^{/7/}.

II. Разработанные численные алгоритмы и созданное на их основе математическое обеспечение могут быть использованы для решения нелинейных задач названного класса при моделировании других ускорителей.

Апробация работы

Работы, положенные в основу диссертации, докладывались на Международных совещаниях по программированию и математическим методам решения физических задач (Дубна, 1973 г., 1977 г.), на научных семинарах ЛВТА и ЛВЭ ОИЯИ.

Публикации

По материалам диссертации опубликовано 11 работ, в том числе в трудах вышеназванных совещаний и в сообщениях ОИЯИ.

Объем работы

Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения и содержит 133 страницы машинописного текста, 49 рисунков и 11 таблиц, список литературы, насчитывающий 73 наименования.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТ

Во введении дается краткий обзор литературы по вопросам математического моделирования нелинейных задач магнитостатики и транспортировки заряженных частиц в ускорителях, а также изложение основных результатов диссертации по главам.

Для решения задач транспортировки заряженных частиц и согласования прямолинейных промежутков предлагается непрерывный аналог МН приближенного решения нелинейного операторного уравнения:

$$A(s) = 0, \quad A: S \rightarrow U \quad (S, U - \text{в - пространства}). \quad (I)$$

Как известно, в методе Ньютона рассматривается итерационный процесс типа:

$$s_{n+1} = s_n - \tau_n \varphi(s_n), \quad 0 < \tau_n \leq 1,$$

$$\varphi: s \rightarrow s \quad \text{и} \quad \varphi(s^*) = 0, \quad (2)$$

где s^* - решение уравнения (I).

Его непрерывный аналог имеет вид:

$$\begin{aligned} ds(t, s_0)/dt &= -\varphi(s(t, s_0)), \\ s(0) &= s_0, \quad 0 < t < \infty, \end{aligned} \quad (3)$$

$s(t, s_0)$ - функция со значением в s .

Решение s^* получается как предел при $t \rightarrow \infty$ решения задачи Коши (3):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|s^* - s(t, s_0)\| = 0.$$

В рассматриваемом случае центральным будет непрерывный аналог МН:

$$ds(t, s_0)/dt = -A'(s)^{-1} A(s). \quad (4)$$

Для решения обратных нелинейных задач магнитостатики предлагается метод [6, 7], который является развитием численных методов решения некорректных задач.

В главе I дается математическая постановка следующей задачи транспортировки:

$$y''_{xx} = \frac{K}{B\rho} [z'_x B_x - (1 + y_x'^2) B_z + z'_x y'_x B_y] \quad (5)$$

$$z''_{xx} = \frac{K}{B\rho} [y'_x B_x - (1 + z_x'^2) B_y + y'_x z'_x B_z]$$

$$y(x_0) = y_0, \quad y'_x(x_0) = y'_0 = \operatorname{tg} \alpha_0, \quad (6)$$

$$z(x_0) = z_0, \quad z'_x(x_0) = z'_0 = \operatorname{tg} \alpha_{0z}$$

$$y(x_k) = y_k = a, \quad y'_x(x_k) = y'_k = \operatorname{tg} \alpha_k = c$$

$$z(x_k) = z_k = b, \quad z'_x(x_k) = z'_k = \operatorname{tg} \alpha_{kz} = d,$$

где $B\rho = \text{const}$,

B_x, B_y, B_z - компоненты магнитного поля; $a, b, c, d, y_0, z_0, x_0$ - заданные величины. Углы α_0 и α_{0z}, α_k и α_{kz} определяют начальное и конечное направления движения заряженной частицы.

В § I этой главы доказано существование решения краевой задачи (5), (6), которое основано на том, что для случая $B_z(x, y, z) = \text{const}$ краевая задача (5), (6) имеет аналитическое решение. Для плоского случая доказана следующая теорема.

Теорема. Пусть в некоторой заданной области Ω функции $y(x)$ и $\bar{y}(x)$ удовлетворяют уравнениям

$$y''_{xx} = -\frac{1}{B\rho} (1 + y_x'^2)^{3/2} B_z(x, y) \quad (7)$$

где $B_z = \frac{1}{\text{const}, y(x)}$ и $\bar{y}(x)$ - функции, удовлетворяющие начальным условиям:

$$\begin{aligned} y(x_0) &= y_0 = \bar{c} & \bar{y}(x_0) &= \bar{y}_0 = \bar{c} \\ y'(x_0) &= y'_0 = \bar{a} & \bar{y}'(x_0) &= \bar{y}'_0 = \bar{a}. \end{aligned} \quad (8)$$

Далее, пусть во всей области Ω в каждой ее точке выполняется соотношение:

$$B_z(x, y) \geq B_{z_0} > 0. \quad (9)$$

Утверждение теоремы состоит в том, что

$$y'_x(x) < \bar{y}'_x(x) \quad \text{и} \quad y(x) < \bar{y}(x) \quad (10)$$

в каждой точке области Ω .

В неоднородном случае уравнения для проекции траектории на плоскости "xoy" и "xoz" имеют вид:

$$y''_{xx} = -\frac{\sqrt{1+c^2}}{B\rho} (1 + y_x'^2)^{3/2} \tilde{B}_z(x, y, z(y)) \quad (11)$$

$$z''_{xx} = -\frac{\sqrt{1+c^2}}{c^2 B\rho} z_x'^2 \sqrt{z_x'^2 - c^2} \tilde{B}_z(x, y(z), z),$$

где c - константа интегрирования для получения связи

$$z'_x = c \sqrt{1 + y_x'^2}, \quad (12)$$

\tilde{B}_z и $\tilde{\tilde{B}}_z$ - проекции функции $B_z(x, y, z)$ на плоскости "xoy" и "xoz" соответственно.

Показано, что уравнения (11) удовлетворяют условиям теоремы и, следовательно, доказано существование решения краевой задачи для трехмерного случая. Границы области существования решения определяются из формул:

$$\max |\Delta \alpha_k| \leq \Delta \alpha_0 + \max |\alpha_{\Pi}|, \quad (13)$$

где α_{Π} - угол поворота магнита, определяемый из соотношения:

$$\max \left| \sin \frac{\alpha_{\Pi}}{2} \right| = \frac{\ell_M \cdot \max |B_z|}{2 B_{yc} \cdot R_{yc}}, \quad (14)$$

ℓ_M - длина магнита, B_{yc} - поле ускорителя, R_{yc} - радиус ускорителя.

В § 2 первой главы диссертации описывается численный алгоритм решения краевой задачи (5), (6) с помощью непрерывного аналога МН. Система уравнений (5) сводится к системе I-го порядка "замкнутой"

$$y'_x = y_1, \quad z'_x = z_1 \quad (15)$$

Затем исходная краевая задача (5), (6) ставится следующим образом:

необходимо подобрать параметры системы транспортировки (P_i) так, чтобы

$$\begin{aligned} y_k(P_i) &= a \\ y'_k(P_i) &= c \\ z_k(P_i) &= b \\ z'_k(P_i) &= d \end{aligned} \quad (16)$$

$i = 1 \div 4$, т.к. для однозначного определения P_i имеем систему из четырех уравнений.

Эта система уравнений решается методом введения параметра t , если

$$P_i = P_i(t), \quad a, P_i^0 = P_i(t_0) - \text{заданы.} \quad (17)$$

На основании этого метода имеем

$$\begin{aligned} (y'_k)_{P_j} P'_{jt} + (y'_k)_{P_e} P'_{et} + (y'_k)_{P_m} P'_{mt} + (y'_k)_{P_n} P'_{nt} &= -f_1 \\ (y'_k)_{P_j} P'_{jt} + (y'_k)_{P_e} P'_{et} + (y'_k)_{P_m} P'_{mt} + (y'_k)_{P_n} P'_{nt} &= -f_2 \end{aligned} \quad (18)$$

$$(z'_k)_{P_j} P'_{jt} + (z'_k)_{P_e} P'_{et} + (z'_k)_{P_m} P'_{mt} + (z'_k)_{P_n} P'_{nt} = -f_3$$

$$(z'_k)_{P_j} P'_{jt} + (z'_k)_{P_e} P'_{et} + (z'_k)_{P_m} P'_{mt} + (z'_k)_{P_n} P'_{nt} = -f_4$$

$$\text{где } f_1 = y_k(P_i) - a, \quad f_2 = y'_k(P_i) - c,$$

$$f_3 = z_k(P_i) - b, \quad f_4 = z'_k(P_i) - d.$$

Для получения системы (18) решаются задачи Коши для набора параметров

$$(P_i + \Delta P_i, P_q), \quad (19)$$

$$i = 1 \div 4, \quad q = 1 \div 4, \quad i \neq q,$$

ΔP_i - шаг приращения по i -му параметру.

Определение искомых параметров P_i с заданной точностью ϵ производится методом итераций. Значения параметров P_i на временном шаге вычисляются по формулам:

$$P_i^{(n+1)} = P_i^{(n)} + \Delta t^{(n)} P_i^{(n)'} t.$$

С их помощью можно определить Δt_{opt} (оптимальное), соответствующее минимуму величины

$$\delta = \sum_{i=1}^4 \epsilon_i,$$

$$\epsilon_1 = y_k - a = f_1, \quad \epsilon_2 = y'_k - c = f_2,$$

$$\epsilon_3 = z_k - b = f_3, \quad \epsilon_4 = z'_k - d = f_4.$$

Предлагаемый метод позволил эффективно решить ряд важных физических задач. Главы 2 и 3 диссертации посвящены описанию двух таких задач.

Во второй главе обсуждаются результаты численного расчета поворотной-фокусирующей системы транспортировки протонов при быстром выводе пучка на синхрофазотроне. В результате были определены параметры системы и проведены оценки допусков на точность установки поворотных магнитов на трассе вывода пучка. На основании этих расчетов скорректирована вышеназванная система синхрофазотрона.

В третьей главе диссертации описывается математическое моделирование прямолинейного промежутка сверхпроводящего ускорителя на 1,5 ГэВ. Причем исследуется не только эффект рассогласования уже согласованного линейным расчетом промежутка, но и, что является новым, рассчитывается непрерывным аналогом МН промежутков, согласованный с учетом нелинейных aberrаций в фокусирующих квадрупольных линзах. Расчеты показали, что нелинейности в линзах вызывают заметное рассогласование промежутка (дополнительные набег фаз в горизонтальной и вертикальной плоскостях составляют $1,2^0$ и 4^0 соответственно). Для устранения этого эффекта наиболее оптимальным является применение соответствующих корректирующих нелинейных элементов.

Четвертая глава диссертации посвящена исследованию многооб-
ротного пространственного движения заряженных частиц в ускорите-
лях с учетом геометрических искажений магнита и математическому
моделированию корректирующего магнитного поля для синхрофазотрона
ЛВЭ.

Интенсивность пучка ускорителя до настоящего времени остава-
лась значительно ниже величины, определяемой размерами вакуумной
камеры и током инжекции. В то же время характеристики магнита
ускорителя значительно отклоняются от проектных, и величина этих
отклонений считается недопустимой на других ускорителях класса
синхрофазотрона. На синхрофазотроне наблюдались потери частиц в
процессе инжекции и начальной стадии ускорения, превышающие рас-
четные. Геодезические измерения показали наличие значительных
геометрических искажений магнита синхрофазотрона. В связи с этим
и возникла необходимость исследования влияния этих искажений на
динамику частиц. С этой целью было сделано численное моделирова-
ние движения частиц с учетом реального распределения магнитного
поля ускорителя и численный расчет требуемых коррекций магнитно-
го поля. Наиболее сложной и важной задачей явилось описание ре-
ального поля ускорителя.

В результате этих исследований установлено, что неточность
положения квадрантов ускорителя влияет на движение частиц, вызы-
вая искажение вертикальных орбит, а также приводит к возникнове-
нию связи между радиальным и вертикальным движением частиц. Это
является причиной резонансов связи бататронных колебаний. Для
устранения таких эффектов необходимо введение дополнительной го-
ризонтальной составляющей магнитного поля ускорителя. Предложен-
ная система коррекций магнитного поля в прямолинейных промежутках
ускорителя позволила уменьшить искажения вертикальных орбит до
1 см (без коррекций эти искажения превышают 5 см).

В пятой главе диссертации проводится численный анализ ряда
важных нелинейных магнитных систем синхрофазотрона ЛВЭ и сверх-
проводящего ускорителя на 1,5 ГэВ. На основании метода конечных
разностей создана, в частности, система программ POISSON - ма-
тематического моделирования двумерных магнитостатических и электро-
статических задач. Модификация этой системы разработана авто-
ром диссертации совместно с группой сотрудников ЛЯП и поставле-
на на ЭВМ СДС-6500 с учетом особенностей математического обеспе-
чения этой машины и отличий в языке COMPASS. С использованием этой

системы программ сделан численный анализ магнитного поля септума -
магнита для медленного вывода пучка на синхрофазотроне, а также
сверхпроводящего диполя типа "оконной рамы". Разработан алгоритм
численного расчета трехмерного распределения электрического поля
прямоугольных электродов для ускоряющей системы синхрофазотрона,
который позволяет вычислить компоненты поля и оценить влияние не-
точности установки дрейфовой трубки системы на величину получае-
мого поля. В основе алгоритма лежит метод конечных разностей^{*)}.
Приведенные в данной главе подробный расчет и анализ нелинейных
задач магнитостатики показывают эффективность применения предла-
гаемых численных методов. Запуск и наладка систем показали, что
полученные численные результаты хорошо согласуются с эксперимен-
тальными данными.

Обратная задача магнитостатики (для безжелезной магнитной
системы) в общем виде сводится к решению интегрального уравнения
Фредгольма I-го рода:

$$h(z) = \int_S j(s)G(z,s)ds, \quad (20)$$

где $z \in U$, U - область, в которой задано поле $h(z)$ (обычно оно за-
дается какой-либо одной из своих компонент h_x, h_y, h_z), $s \in S$, S -
область расположения элементов магнитной системы, $j(s)$ - функция
распределения плотности тока в магнитной системе, $G(z,s)$ - функция
Грина, аналитический вид которой для конкретной магнитной системы
обычно известен и зависит от геометрии системы и расположения
точки $z \in U$.

Дополнительные трудности при решении обратных задач магнито-
статики вызывают ограничения на варьируемые параметры, обуслов-
ленные техническими возможностями реализации системы.

В шестой главе диссертации предлагается метод, позволяющий
сравнительно легко преодолеть трудности, связанные с решением
плохо обусловленных систем уравнений. Разработанный численный ал-
горитм реализован в виде комплекса программ на ФОРТРАНе, с помощью
которого решен ряд важных обратных задач магнитостатики, возник-
ших при проектировании нового сверхпроводящего ускорителя на
1,5 ГэВ^{6,7}.

*) А.А.Самарский. Теория разностных схем. Изд-во "Наука", М.,
1977.

Особый интерес представляла задача математического моделирования однородного магнитного поля безжелезного сверхпроводящего диполя с плоской обмоткой^{7/1}. Теоретически известны две конфигурации обмотки безжелезного магнита, обеспечивающие требуемую однородность поля: в виде пересекающихся эллипсов и цилиндрическая обмотка с косинусоидальным распределением плотности тока. Оба эти варианта предполагают размещение витков обмотки на геометрической поверхности второго порядка, что вызывает значительные технологические трудности при изготовлении обмоток. Предлагаемая геометрия обмотки (витки обмотки располагаются по периметру прямоугольника) удобна и проста в реализации. Кроме того, прямоугольную апертуру магнита значительно легче согласовать с требованиями к поперечным размерам камеры ускорителя. Используя разработанный метод решения обратных нелинейных задач магнитостатики, удалось выбором расположения витков обеспечить однородность магнитного поля диполя вплоть до 10^{-6} .

Основные результаты диссертации

1. Задача транспортировки заряженных частиц рассматривается в общем виде с учетом разного рода нелинейных эффектов в элементах систем транспортировки в отличие от наиболее распространенного линейного приближения. Математически такая задача сводится к решению нелинейной краевой задачи для системы двух нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка. Показана высокая эффективность развиваемого непрерывного аналога метода Ньютона в применении к решению этих задач.

2. Доказана теорема существования решения нелинейной краевой задачи транспортировки заряженных частиц для случая, когда магнитное поле, в котором движется частица, описывается одной z -компонентой $B_z(x, y, z) \neq \text{const}$, а компоненты B_x и B_y появляются за счет разворотов магнитов.

3. На основании непрерывного аналога метода Ньютона разработан численный алгоритм решения нелинейной краевой задачи транспортировки заряженных частиц, который реализован в виде комплекса программ, написанного на языке ФОРТРАН и поставленного на машинах БЭСМ-6 и СДС-6500. В комплекс программ входит пакет программ построения необходимых графиков функциональных зависимостей на графопроекторе "Calcomp".

4. На основе разработанного комплекса программ решены задачи: а) оптимизации транспортировки протонов при быстром выводе пучка из синхрофазотрона и в) согласования прямолинейного промежутка сверхпроводящего ускорителя на 1,5 ГэВ. Результаты расчетов послужили основой при создании этих систем.

5. Предложена методика математического моделирования многооборотного неоднородного движения протонов в синхрофазотроне с учетом реальных характеристик поля ускорителя. Создан комплекс программ для машин БЭСМ-6 и СДС-6500, включающий пакет программ построения графиков фазовых траекторий пучка при различных резонансах связи, вызванных геометрическими искажениями магнита ускорителя. Численный анализ многооборотного движения протонов в синхрофазотроне показал, что искажения магнитного поля ускорителя можно частично скомпенсировать дополнительными корректирующими полями в прямолинейных секциях синхрофазотрона. Разработан метод и алгоритмы математического моделирования этих полей. Программа моделирования корректирующих полей включена в комплекс программ исследования многооборотного пространственного движения протонов в синхрофазотроне.

6. С использованием модифицированной системы программ poisson (математического моделирования двумерных магнитных полей), поставленной автором диссертации совместно с группой сотрудников на СДС-6500, проведены численные расчеты некоторых важных магнитных систем, которые взяты в основу при реконструкции синхрофазотрона ЛВЭ и создании модели сверхпроводящего ускорителя на 1,5 ГэВ.

7. На основании конечно-разностного метода решения краевых задач для дифференциальных уравнений эллиптического типа разработан численный алгоритм математического моделирования трехмерного распределения электрического поля прямоугольных электродов. Алгоритм реализован в виде комплекса программ, написанных на языке ФОРТРАН. С помощью этого комплекса программ выполнены численные расчеты распределения электрического поля для различных конфигураций электродов ускоряющей системы синхрофазотрона. Численные расчеты позволяют оценить влияние неточности установки дрейфовой трубки (ускоряющая система синхрофазотрона представляет собой дрейфовую трубку) на величину и распределение получаемого поля, погрешности распределения которого приводят к дополнительным потерям частиц в процессе их ускорения.

8. На базе предложенного А.Н.Тихоновым метода регуляризации решения некорректных задач разработан численный метод решения некоторого класса нелинейных обратных задач магнитостатики, которые относятся к классу неустойчивых задач. Метод реализован в виде системы программ и используется при решении задач, связанных с проектированием магнитных систем ускорителей. С помощью этого метода решен ряд практически важных обратных задач магнитостатики, численные расчеты которых послужили основой при создании магнитов.

Работы, положенные в основу диссертации

1. Жидков Е.П., Полякова Р.В. ОИЯИ, БЗ-11-1192, Дубна, 1978.
2. Василишин Б.В., Жидков Е.П., Кулакова Е.М., Полякова Р.В., Смирнова Л.А. ОИЯИ; Д10-7707, Дубна, 1974, с.38-47.
3. Кулакова Е.М., Полякова Р.В., Смирнова Л.А. ОИЯИ, Б1-9-9253, Дубна, 1975.
4. Жидков Е.П., Иссинский И.Б., Кулакова Е.М., Полякова Р.В. ОИЯИ, Б1-9-9662, Дубна, 1975.
5. Жидков Е.П., Касчиев М.С., Кулакова Е.М., Лазаров Р.Д., Полякова Р.В. ОИЯИ, 9-9184, Дубна, 1975.
6. Жидков Е.П., Полякова Р.В., Шелаев И.А. ОИЯИ, Р11-12324, Дубна, 1979.
7. Полякова Р.В. Р11-12228, ОИЯИ, 1979.
8. Жидков Е.П., Зиновьева Л.Л., Полякова Р.В., Шелаев. ОИЯИ, Д10-11264, Дубна, 1978. ОИЯИ, 11-10845, Дубна, 1977.
9. Жидков Е.П., Кулакова Е.М., Полякова Р.В. ОИЯИ, Р9-11735, Дубна, 1978.
10. Жидков Е.П., Кулакова Е.М., Полякова Р.В. и др. ОИЯИ, 9-6430, Дубна, 1972.
11. Жидков Е.П., Полякова Р.В. ОИЯИ, Р11-11867, Дубна, 1978.

Рукопись поступила в издательский отдел
3 мая 1979 года