



# ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория ядерных проблем

---

В.П. Дмитриевский, Н.Л. Заплатин, В.В. Кольга, А.А. Кропин, Лю Фу-сян,  
В.С. Рыбалко, Л.А. Саркисян

1057

## МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЯ РАВНОВЕСНЫХ ОРБИТ В ЦИКЛОТРОНЕ С ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ВАРИАЦИЕЙ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Дубна 1962 год

150

В.П. Дмитриевский, Н.Л. Заплатин, В.В. Кольга, А.А. Кропин, Лю Фу-сян,  
В.С. Рыбалко, Л.А. Саркисян

1057

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЯ  
РАВНОВЕСНЫХ ОРБИТ В ЦИКЛОТРОНЕ  
С ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ВАРИАЦИЕЙ  
МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Дубна 1962 год

### А н н о т а ц и я

В работе рассматривается влияние различных возмущений магнитного поля на положение пучка в камере ускорителя с азимутально-неоднородным магнитным полем. Излагается метод нахождения положения равновесных орбит в пространственно-неоднородных магнитных полях. Приведены результаты экспериментальных исследований на циклотроне с пространственной вариацией магнитного поля Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

## В в е д е н и е

В ускорителях циклотронного типа вертикальные составляющие квазиупругих сил создаются, в основном, компонентой поля  $H_r$ . В этом случае поверхность  $H_r = 0$  определяет положение равновесных орбит в ускорителе. Искажения поверхности  $H_r = 0$  могут привести к значительным потерям ускоряемого пучка частиц. В ускорителях с азимутально-симметричным магнитным полем положение равновесной замкнутой орбиты определяется только средним значением отклонений поверхности  $H_r = 0$  от геометрической плоскости, совпадающей с серединой апертуры камеры. Гармоники отклонений вызывают искажения равновесных орбит, причем величина искажения определяется амплитудой соответствующей гармоники.

Следовательно, для определения положения равновесной орбиты достаточно измерить среднее значение отклонений поверхности  $H_r = 0$  от средней плоскости.

Настоящая работа посвящена исследованию положения равновесных орбит в пространственно-неоднородных магнитных полях.

Теоретические результаты подтверждаются экспериментами, проведенными на циклотроне с пространственной вариацией магнитного поля, ускоряющего дейтроны до энергии 12 Мэв<sup>1/1</sup>.

### 1. Положение равновесных орбит в пространственно-неоднородных магнитных полях

Уравнения движения частиц заданного импульса в цилиндрической системе координат имеют вид<sup>1/2/</sup>

$$\begin{aligned} r'' - \frac{2r'}{r} - r &= - \frac{e}{pc} [1 + (\frac{r'}{r})^2 + (\frac{z'}{r})^2]^{1/2} \cdot [r^2 H_z + r'^2 H_r - z' r' H_\phi - z' r H_\phi], \\ z'' - \frac{2r'z'}{r} &= \frac{e}{pc} [1 + (\frac{r'}{r})^2 + (\frac{z'}{r})^2]^{1/2} \cdot [r^2 H_r + z'^2 H_z - r r' H_\phi - z' r' H_z], \end{aligned} \quad (1)$$

где  $r'$ ,  $z'$  — обозначает дифференцирование по  $\phi$ ;  $H_z$ ,  $H_r$ ,  $H_\phi$  — соответствующие компоненты напряженности магнитного поля;  $p$  — импульс частицы. Для исследования влияния искажений поверхности  $H_r = 0$  достаточно рассмотреть линейное приближение. Если искажения отсутствуют, вертикальные колебания происходят около равновесной замкнутой орбиты, лежащей в плоскости  $z = 0$ .

Рассмотрим синусоидальную пространственную вариацию магнитного поля, при этом распределение поля в средней плоскости будет определяться выражением

$$H_z(r, \phi) = H(r) \{ 1 + \epsilon \sin [\alpha(r) - N\phi] \}, \quad (2)$$

где  $\epsilon$  - глубина вариации напряженности магнитного поля;  $\alpha(r)$  - определяет зависимость фазы вариации поля от радиуса;  $N$  - характеризует периодичность структуры поля по азимуту.

Если по каким-либо причинам поверхность несколько отклоняется от средней плоскости, то это приводит к появлению вынужденных колебаний частиц около средней плоскости. Обозначая отклонение плоскости  $H_z = 0$  через  $\delta(\phi)$ , уравнение вертикального движения после пренебрежения малыми членами можно записать в виде:

$$z'' + \frac{N^2}{4} \{ a_z - 2q \cos[\alpha(r) - N\phi] \} [z - \delta(\phi)] = 0, \quad (3)$$

где  $a_z = \frac{4}{N^2} \left\{ -n + \frac{\epsilon^2 R^2 \alpha'^2}{2[N^2 - (1+n)]} \right\}$ ,  $eH(R) \cdot R = pc$ ,  $q = \frac{2}{N^2} \epsilon R \alpha'$ ,

$n = \left( \frac{E}{E_0} \right)^2 - 1$ ,  $E$  - энергия иона.

Если разложить функцию  $\delta(\phi)$  в ряд Фурье, то вертикальные колебания будут описываться уравнением

$$z'' + \frac{N^2}{4} [a_z - 2q \cos(\alpha_N - N\phi)] z = \frac{N^2}{4} [a_z - 2q \cos(\alpha_N - N\phi)] \sum_{\ell=0}^{\infty} \delta_{\ell} \sin(\ell\phi + \gamma_{\ell}). \quad (4)$$

При отсутствии возмущений медианной поверхности ( $\delta_{\ell} = 0$ ) решение уравнения (4) записывается в виде

$$z = C_1 \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k A_{2k} \cos(Q_z + kN)\phi + C_2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k A_{2k} \sin(Q_z + kN)\phi, \quad (5)$$

$$\cos \frac{2\pi}{N} Q_z = \cos \pi \sqrt{a_z} - \frac{\pi^2}{4} \frac{\sin \pi \sqrt{a_z}}{\pi \sqrt{a_z}} \frac{q^2}{1-a_z}.$$

Легко показать, что при значениях частоты вертикальных колебаний  $Q_z < 0,5$ , имеющих место в циклотронах с пространственной вариацией магнитного поля, коэффициент при высших гармониках функций Матье составляет менее 1,0% от коэффициента  $A_0$ .

После пренебрежения высшими гармониками в вертикальных колебаниях, уравнение (4) можно представить в виде:

$$z'' + Q_z^2 z = \frac{N^2}{4} [a_z - 2q \cos(\alpha_N - N\phi)] \cdot \sum_{\ell=0}^{\infty} \delta_{\ell} \sin(\ell\phi + \gamma_{\ell}). \quad (6)$$

Так как  $Q_z < 0,5$ , то в дальнейшем будем рассматривать только нерезонансные эффекты, а именно смещение орбиты в вертикальном направлении под действием отклонения поверхности  $H_z = 0$  от средней плоскости.

Постоянная составляющая частного решения уравнения (6) определяет полное смещение орбиты в вертикальном направлении

$$\bar{z} = \frac{\delta_0}{2Q_z^2} (-n + Q_z^2) - \frac{\epsilon R \alpha'_N}{2Q_z} \delta_N \sin(\alpha_N + \gamma_N). \quad (7)$$

В случае аксиально-симметричных полей формула (7) дает  $\bar{z} = \delta_0$ . Влияние определенных гармоник поверхности  $H_z = 0$  на смещение орбиты в вертикальном направлении является характерной особенностью, присущей магнитным полям с пространственной вариацией.

цией. Если в выражении для магнитного поля (2) будут присутствовать высшие гармоники  $2N$ ,  $3N$  и т.д., то на вертикальное смещение орбиты будут влиять гармоники поверхности  $H_r = 0$  порядка  $2N$ ,  $3N$  и т.д.

Измерение с высокой точностью  $N^{\text{ой}}$  и более высоких гармоник поверхности  $H_r = 0$  представляет существенные трудности, поэтому целесообразно использовать другой метод определения положения равновесной орбиты в азимутально-неоднородных магнитных полях.

Отклонение поверхности  $H_r = 0$  от средней плоскости эквивалентно тому, что в средней плоскости появляется отличная от нуля компонента  $H_z$ .

Следовательно положение равновесной орбиты можно определить без нахождения сложной формы медианной поверхности, путем измерения величины  $H_z$  в средней плоскости зазора.

Уравнение вертикального движения при этом с теми же приближениями, что и в уравнении (6), можно записать в виде

$$z'' + Q_z^2 z = \frac{R}{H(R)} (1 + 2 \frac{\bar{p}}{R}) H_{r,0}(\phi), \quad (8)$$

где  $H_{r,0} = H_r / z = 0$ ,  $\bar{p} = \frac{\epsilon R \sin[\alpha(R) - N\phi]}{N^2 - (1+n)}$  - отклонение равновесной орбиты от окружности радиуса  $R$ . Разлагая  $H_{r,0}(\phi)$  в ряд Фурье и оставляя в правой части уравнения (8) только не зависящие от  $\phi$  члены, получим:

$$z'' + Q_z^2 z = \frac{R}{H(R)} \{ \bar{H}_{r,0} + \frac{\epsilon}{N^2 - (1+n)} H_{r,0}^{(N)} \}, \quad (9)$$

где  $\bar{H}_{r,0} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} H_{r,0}(\phi) d\phi$  - среднее значение компоненты  $H_r$  в плоскости  $z = 0$ ;  $H_{r,0}^{(N)}$  - амплитуда  $N^{\text{ой}}$  гармоники компоненты  $H_r$  в плоскости  $z = 0$ . При реальных значениях величины  $H_{r,0}^{(N)}$  вторым членом в правой части уравнения (9) можно пренебречь и смещение орбиты в вертикальном направлении будет определяться следующим частным решением уравнения (9):

$$\bar{z} = \frac{R}{Q_z^2 H(R)} \bar{H}_{r,0}. \quad (10)$$

Выражение (10) могут быть, с достаточной для практики точностью, использовано для определения положения равновесной орбиты в ускорителях с пространственной вариацией магнитного поля.

## 2. Экспериментальные исследования положения равновесных орбит в циклотроне с пространственной вариацией

Формирование поля вида (2) в циклотроне (диаметр полюса = 120 см) было осуществлено системой спиральных и кольцевых шимм и токовых обмоток.

Система токовых обмоток состояла из 6-ти пар катушек, расположенных между спиральными шиммами и крышками камеры симметрично относительно плоскости  $z = 0$ .

Каждая катушка имела радиальный размер  $\Delta R = 5,2$  см, высоту  $\Delta h = 0,7$  см и состояла из 115 витков. Середины кольцевых зон соответствующих катушек расположены на радиусах  $r = 13,6$  см; 20,6 см; 29,0 см; 35,8 см; 42,4 см; 49,2 см.

Появление отличных от нуля значений компоненты  $H_z$  в средней геометрической плоскости связано с неточностями в изготовлении и установке симметричных элементов магнитной системы. Для определения положения равновесной орбиты производились измерения  $H_z$  - составляющей поля в плоскости  $z = 0$  магнитометром, основанным на эффекте Холла<sup>1/3/</sup>. Величины  $\bar{H}_{z0}$  и  $H_{z0}^{(N)}$  на различных радиусах находились из гармонического анализа азимутальных измерений  $H_z$  -компоненты по 36 точкам ( $\Delta\phi = \frac{2\pi}{36}$ ). В этом случае точность определения  $\bar{H}_{z0}$  составляла  $\pm 0,5$  э.

Дополнительное смещение, обусловленное учетом  $H_{z0}^{(N)}$ , на всех радиусах не превышало нескольких десятых миллиметра и в дальнейшем не вычислялось.

На рис. 1 представлено распределение  $\bar{H}_{z0}$  -компоненты магнитного поля при симметричном питании катушек и соответствующее положение равновесной орбиты, рассчитанное по формуле (10). Резонансное среднее поле в этом случае было выполнено с точностью  $2 \cdot 10^{-4}$  в интервале радиусов (10-50 см). Как видно из рис. 1 вертикальное смещение равновесной орбиты в интервале радиусов (15-20 см) превышает полуапертуру дуанта, равную 2 см. Это отклонение было оставлено с целью дальнейшей экспериментальной проверки. Кроме того из формулы (10) видно, что уменьшение отклонения равновесной орбиты от плоскости  $z = 0$  может быть достигнуто путем увеличения частоты вертикальных колебаний.

Такое изменение  $Q_z$  и было осуществлено созданием спадающего вдоль радиуса магнитного поля до  $r = 24$  см путем уменьшения тока в центральной катушке. Уменьшение тока на величину  $\sim 15$  А приводит к появлению градиента среднего магнитного поля  $\frac{dH_z}{dr} \approx 7,5$  э/см в интервале  $r = (15-20$  см). При этом превышение поля в центре над резонансным значениям составляло  $\sim 200$  э. Расчеты по формуле (10) показывают, что отклонение равновесной орбиты от плоскости симметрии в этом случае не должно превышать  $\bar{z} = 0,5$  см.

Эксперименты с пучком показали, что при номинальных токах в катушках ток на мишени исчезал на  $r = 15$  см за счет попадания пучка на нижнюю плоскость дуанта, что согласовалось с результатами магнитных измерений. При уменьшении тока в первой катушке на расчетную величину, больших отклонений пучка от плоскости  $z = 0$  не наблюдалось<sup>х)</sup>. При этом хорошо сфокусированный пучок ускорялся до конечного радиуса, где размер его по вертикали не превышал 4 мм. Большое отклонение среднего магнитного поля от резонансного закона в центральной области ускорителя не приводило к заметным фазовым потерям частиц, благодаря использованию в этих экспериментах относительно высокого напряжения на дуанте ( $V_0 \approx 35$  кв).

Для проверки выводов теории были проведены также эксперименты по определению воздействия на положение пучка среднего значения радиальной составляющей поля  $\bar{H}_{z0}$ , вносимого без искажения среднего поля ( $Q_z^2 = Const$ ). Изменение  $\bar{H}_{z0}$  достигалось путем перераспределения токов в симметричных катушках. На рис. 2 представлены распределения  $\bar{H}_{z0}$  составляющих поля, измеренные в центральной плоскости, для катушек № 3 и № 6 при  $\Delta I = \pm 2,8$  А и  $\Delta I = \pm 2,0$  А, соответственно. На рис. 3 приведено смещение равновесной орбиты, рассчитанное по формуле (10), которое обуславливается радиальной составляющей

х) Положение пучка в камере ускорителя определялось визуально по свечению кварцевой мишени.

поля шестой катушки при  $\Delta I = \pm 2,0$  А. На этом же рисунке вторая кривая характеризует смещение пучка, определенное по изменению положения свечения на кварцевой мишени при изменении тока в шестой катушке  $\Delta I = \pm 2,0$  А. Как видно из сравнения этих кривых, расчеты положения равновесных орбит по формуле (10) хорошо согласуются с экспериментом в пределах точности визуального определения положения пучка ( $\approx \pm 2$  мм).

Проведенными исследованиями показана целесообразность применения токовых катушек для регулирования положения пучка в зазоре магнита. Применение системы катушек позволяет воздействовать на положение ускоряемого пучка без искажения сформированного закона среднего магнитного поля. Окончательная коррекция положения равновесных орбит может производиться после запуска ускорителя непосредственно по пучку ускоренных ионов.

При формировании магнитного поля спирального циклотрона без использования токовых катушек<sup>14/</sup>, шиммирование радиальной составляющей магнитного поля осуществлялось путем перераспределения железных масс (секторных шимм и цилиндров малого диаметра) относительно средней плоскости. На рис. 4 показана кривая  $\bar{H}_{r0}(r)$ , измеренная после соответствующего шиммирования радиальной составляющей поля, и зависимость  $\bar{z}(r)$  рассчитанная по формуле (10).

Расчетные отклонения от плоскости  $z = 0$  в этом случае не превышают 0,5 см, что является вполне допустимым.

Визуальные наблюдения за пучком показали, что отклонение пучка от средней плоскости не превышает 0,5 см и соответствует характеру зависимости  $\bar{z}(r)$ , представленной на рис. 4.

Таким образом при использовании изложенного метода, вместо определения конфигурации поверхности  $H_r = 0$  необходимо найти среднее значение компоненты поля  $H_r$  в средней плоскости ( $z = 0$ ). После этого смещение равновесной орбиты в вертикальном направлении полностью определено. Проведенная экспериментальная проверка показала достаточную точность рассмотренного метода и целесообразность применения его к ускорителям с пространственной вариацией магнитного поля.

Авторы выражают благодарность В.П. Джелепову и Б.И. Замолодчикову за ценные замечания при обсуждении работы.

### П р и л о ж е н и е

Появление компоненты  $H_r$  в средней плоскости ( $z = 0$ ) связано с неточностями в изготовлении и установке симметричных элементов магнитной системы. Оценим значение радиальной составляющей поля, которая может возникнуть в плоскости  $z = 0$  при неточном изготовлении системы спиральных шимм. Рассмотрим спиральные шиммы ( $r = \lambda N \phi$ ), смещенные относительно друг друга на угол  $\frac{2\pi}{N}$ , для которых азимутальная протяженность шимм равна  $a + \Delta a$ , расстояние от плоскости  $z = 0$  равно  $h_1 + \Delta h_1$  и существует угловое смещение верхних  $N$  шимм относительно нижних на угол  $\Delta \phi$ .



В предположении равномерного намагничивания по оси  $z$ , компоненты магнитного поля такой системы в области  $-h_1 < z < h_2$  можно представить в виде <sup>/5/</sup>

$$H_z = 2MN \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \frac{\sin \frac{m(a+\Delta a)}{2}}{m} \frac{R^k}{\lambda} \int_0^{\infty} \cos m(\phi \pm \Delta\phi - \frac{r}{\lambda}) \int_0^{\infty} [e^{-\lambda(h_1 \pm \Delta h_1 - z)} + e^{-\lambda(h_1 \pm \Delta h_1 + z)}] j_m(\lambda r') j_m(\lambda r') \lambda d\lambda r' dr' \quad (12)$$

$$H_r = -2MN \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \frac{\sin \frac{m(a+\Delta a)}{2}}{m} \frac{R^k}{\lambda} \int_0^{\infty} \cos m(\phi + \Delta\phi - \frac{r}{\lambda}) \int_0^{\infty} [e^{-\lambda(h_1 \pm \Delta h_1 - z)} + e^{-\lambda(h_1 \pm \Delta h_1 + z)}] j'_m(\lambda r) j_m(\lambda r') \lambda d\lambda r' dr'$$

$$H_\phi = 2M \frac{N}{r} \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \frac{\sin \frac{m(a+\Delta a)}{2}}{2} \frac{R^k}{\lambda} \int_0^{\infty} \sin m(\phi + \Delta\phi - \frac{r}{\lambda}) \int_0^{\infty} [e^{-\lambda(h_1 \pm \Delta h_1 - z)} + e^{-\lambda(h_1 \pm \Delta h_1 + z)}] j_m(\lambda r) j'_m(\lambda r') d\lambda r' dr'$$

где  $j$  - функция Бесселя,

а  $\epsilon_m = 1$  при  $m = 0$  и  $\epsilon_m = 2$  при  $m > 0$ ,  $m = kN$  ( $k = 0, 1, 2 \dots$ ),  $M$  - намагниченность системы спиральных шимм. Из формулы (12) видно, что среднее значение  $H_\phi$  составляющей ( $r = 0$ ) всегда равно нулю. Изменения среднего поля  $H_z(r)$  и вариации от системы спиральных шимм являются несущественными при рассмотрении медианной поверхности. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать изменение только радиальной составляющей напряженности поля. При условии наилучшего распределения ошибок ( $\Delta a > 0$ ,  $\Delta h_1 > 0$  для  $0 \leq r \leq R$  и  $\Delta a < 0$ ,  $\Delta h_1 < 0$  для  $R \leq r \leq R_k$ ) значение  $H_r$  в плоскости  $z = 0$  с точностью до бесконечно малых второго порядка можно найти из формулы

$$|H_r| = 4MN \left\{ \Delta\phi \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \frac{\sin \frac{m\alpha}{2}}{2} \frac{R}{\lambda} \int_0^{\infty} \sin m(\phi - r/\lambda) \int_0^{\infty} e^{-\lambda h_1} j'_m(\lambda r) j_m(\lambda r') \lambda d\lambda r' dr' + \right. \quad (13)$$

$$+ \frac{\Delta a}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \cos \frac{m\alpha}{2} \frac{R}{\lambda} \int_0^{\infty} \cos m(\phi - r/\lambda) \int_0^{\infty} e^{-\lambda h_1} j'_m(\lambda r) j_m(\lambda r') \lambda d\lambda r' dr' +$$

$$\left. + \Delta h_1 \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \frac{\sin \frac{m\alpha}{2}}{m} \frac{R}{\lambda} \int_0^{\infty} \cos m(\phi - r/\lambda) \int_0^{\infty} e^{-\lambda h_1} j'_m(\lambda r) j'_m(\lambda r') \lambda^2 d\lambda r' dr' \right\}.$$

Как было показано выше, определяющим для положения медианной поверхности является среднее значение  $H_r$  - составляющей, которому в формуле (13) соответствует член с  $m = 0$ . Отметим, что угловое смещение верхних и нижних шимм относительно друг друга ( $\pm \Delta\phi$ ) приводит только к появлению гармоник  $H_r$  - составляющей магнитного поля. Среднее значение  $H_r$  - составляющей, вызванное ошибками  $\Delta h_1$  и  $\Delta a$  для спиральных шимм высоты  $2b = h_2 - h_1$ , может быть получено из (13) в следующем виде:

$$\bar{H}_r(r, 0) = \frac{4MN}{\pi} \left\{ \frac{\Delta a}{2} \sqrt{\frac{R}{r}} \left[ Q_{\frac{1}{2}} \left( \frac{h_1^2 + R^2 + r^2}{2Rr} \right) - Q_{\frac{1}{2}} \left( \frac{h_2^2 + R^2 + r^2}{2Rr} \right) \right] \right. \quad (14)$$

$$\left. + \Delta h_1 \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{rR}} \left[ h_1 Q'_{\frac{1}{2}} \left( \frac{h_1^2 + R^2 + r^2}{2Rr} \right) - h_2 Q'_{\frac{1}{2}} \left( \frac{h_2^2 + R^2 + r^2}{2Rr} \right) \right] \right\},$$

где  $Q_{\frac{1}{2}}$  - сферическая функция Лежандра II -го рода <sup>/6/</sup>. Расчеты по этой формуле для циклотрона <sup>/2/</sup> с параметрами спиральных шимм  $\lambda N = 16,2$  см,  $h_1 = 4$  см,  $h_2 = 7$  см,

$R_k = 58$  см,  $\frac{a}{2} = 9 \cdot 10^{-2}$  рад при допусках на точность изготовления и установки шимм  $\pm 0,1$  мм и  $R = 30$  см показывают, что максимально возможная величина  $H_r$ , составляющей в плоскости  $z = 0$  может достигать значения 15 эрстед. Таким образом в любой реальной магнитной системе возможны отклонения медианной поверхности от плоскости симметрии, которые могут превышать допустимые значения. Шиммирование  $H_r$ -составляющей может быть осуществлено с помощью перераспределения токов или железных масс, симметричных относительно плоскости  $z = 0$ .

Для расчета  $H_r$ -составляющей напряженности магнитного поля от равномерно намагниченного диска или однослойного токового соленоида радиуса  $R$  и высоты  $h_2 - h_1$  может быть использована формула<sup>17/</sup>

$$H_r(r, R) = A \cdot \sqrt{\frac{R}{r}} \left\{ Q_{\frac{1}{2}} \left( \frac{h_1^2 + R^2 + r^2}{2Rr} \right) - Q_{\frac{1}{2}} \left( \frac{h_2^2 + R^2 + r^2}{2Rr} \right) \right\}, \quad (15)$$

где коэффициент  $A = 2M$  для диска и  $A = 0,2IW$  для соленоида ( $IW$  - число ампервитков на единицу длины). Из выражения (15) при  $\frac{h_2 - h_1}{h_1} \ll 1$  можно получить известную формулу для радиальной компоненты магнитного поля токового витка (или "тонкого" диска)<sup>16/</sup>.

Для кольцевой шиммы ( $\Delta R = R_2 - R_1$ )  $H_r$  составляющая может быть рассчитана из соотношения:

$$H_r(r) = H_r(r, R_2) - H_r(r, R_1),$$

где  $H_r(r, R)$  определяется формулой (15).

Если кривизной шимм или токовых витков можно пренебречь, то для оценки радиальной составляющей можно пользоваться выражениями для компонент поля прямолинейных шимм (или токов) неограниченной длины. Так для прямолинейной шиммы расчет  $H_r$  составляющей производится по формуле

$$H_r = M \left[ \ln \frac{(y+c)^2 + h_1^2}{(y-c)^2 + h_1^2} - \ln \frac{(y+c)^2 + h_2^2}{(y-c)^2 + h_2^2} \right], \quad (16)$$

где  $2c$  - толщина шиммы.

Для токовых витков, расположенных в "тонком" слое протяженностью  $2c$  с погонной плотностью  $i$  А/см,  $H_r$  составляющая магнитного поля запишется в виде

$$H_r = 0,2i \left[ \operatorname{arctg} \frac{y-c}{h} - \operatorname{arctg} \frac{y+c}{h} \right]. \quad (17)$$

Для расчета  $H_r$ -компоненты магнитного поля от цилиндра малого диаметра ( $\frac{\phi}{2} \ll R$ ) можно воспользоваться следующим выражением:

$$H_r = \frac{M(\frac{\phi}{2})^2}{r\sqrt{Rr}} \left\{ Q_{-\frac{1}{2}} \left( \frac{h_2^2 + R^2 + r^2}{2Rr} \right) - Q_{-\frac{1}{2}} \left( \frac{h_1^2 + R^2 + r^2}{2Rr} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{Rr} \left[ (r^2 - R^2 - h_2^2) Q'_{-\frac{1}{2}} \left( \frac{h_2^2 + R^2 + r^2}{2Rr} \right) - (r^2 - R^2 - h_1^2) Q'_{-\frac{1}{2}} \left( \frac{h_1^2 + R^2 + r^2}{2Rr} \right) \right] \right\}, \quad (18)$$

где  $\phi$  - диаметр цилиндра,  $R$  - радиус установки цилиндра,  $Q'_{-\frac{1}{2}}(x) = \frac{d}{dx} Q_{-\frac{1}{2}}(x)$ .

При расчете  $H_y$ , составляющей от различных шиммирующих элементов, располагаемых в зазоре электромагнита, необходимо учитывать влияние полюсных наконечников на их поле. Так,  $H_y$  - компонента поля слоя тока (17) с учетом бесконечного числа отображений запишется в виде

$$H_y = 0,2i \left\{ \operatorname{arctg} \left[ \operatorname{tg} \frac{\pi h}{2l} \operatorname{th} \frac{\pi}{2l} (y+c) \right] - \operatorname{arctg} \left[ \operatorname{tg} \frac{\pi h}{2l} \operatorname{th} \frac{\pi}{2l} (y-c) \right] + \right. \\ \left. + \operatorname{arctg} \left[ \operatorname{ctg} \frac{\pi h}{2l} \operatorname{th} \frac{\pi}{2l} (y+c) \right] - \operatorname{arctg} \left[ \operatorname{ctg} \frac{\pi h}{2l} \operatorname{th} \frac{\pi}{2l} (y-c) \right] \right\}, \quad (19)$$

где  $l$  - зазор электромагнита.

Если шиммирующие элементы расположены за системой спиральных шимм (или крышками камеры), расчет составляющих поля в рабочем зазоре существенно осложняется из-за наличия экранирующего действия спиральных шимм. Экранирующее действие приближенно может быть учтено введением в расчетные формулы эмпирического коэффициента

$K_{\text{экр.}} = \frac{H_{\text{рас.}}}{H_{\text{экс.}}} > 1$ . Опыт показывает, что коэффициент экранирования определяется геометрией и магнитным состоянием экрана и слабо зависит от величины и характера поля, создаваемого шиммирующими элементами. На рис. 2 приведена зависимость  $\bar{H}_{\text{экр.}}$  от радиуса для 3-й катушки, рассчитанная по формуле (19). Сравнение расчета с экспериментом показывает, что для магнитной системы этого циклотрона  $K_{\text{экр.}} \approx 2$ . Расчеты составляющих магнитного поля шимм и токовых катушек с постоянным коэффициентом экранирования  $K_{\text{экр.}} \approx 2$  совпадают с экспериментами с точностью  $\sim 10\%$  от максимального возмущения поля (рис 2).

#### Л и т е р а т у р а

1. Д.П. Василевская, А.А. Глазов, В.И. Данилов и др. Атомная энергия, 6, вып. 657-658, 1959.
2. Д.П. Василевская, А.А. Глазов, В.И. Данилов и др. Атомная энергия, 8, вып. 3, 189-200, 1960.
3. Д.П. Василевская, Ю.Н. Денисов. ПТЭ № 3, 1959.
4. В.И. Данилов, В.П. Дмитриевский, Н.Л. Заплатин и др. "Формирование магнитного поля циклотрона с пространственной вариацией. Препринт ЛЯП ОИЯИ, Р-374, 1959.
5. В.И. Данилов, Н.Л. Заплатин, В.С. Рыбалко, Л.А. Саркисян. Формирование периодических магнитных полей с помощью криволинейных шимм. Препринт ЛЯП ОИЯИ, Р-409, 1959.
6. В.И. Данилов, Н.Л. Заплатин и др. Таблицы функций для расчета магнитных полей. Препринт ЛЯП ОИЯИ, Р-702, 1961.
7. В.И. Данилов, Н.Л. Заплатин, В.С. Рыбалко, Л.А. Саркисян. Формирование аксиально-симметричных магнитных полей с помощью кольцевых шимм. Сборник "Ускорители", Атомиздат, 73-89, 1960.

Рукопись поступила в издательский отдел  
4 июля 1962 года.

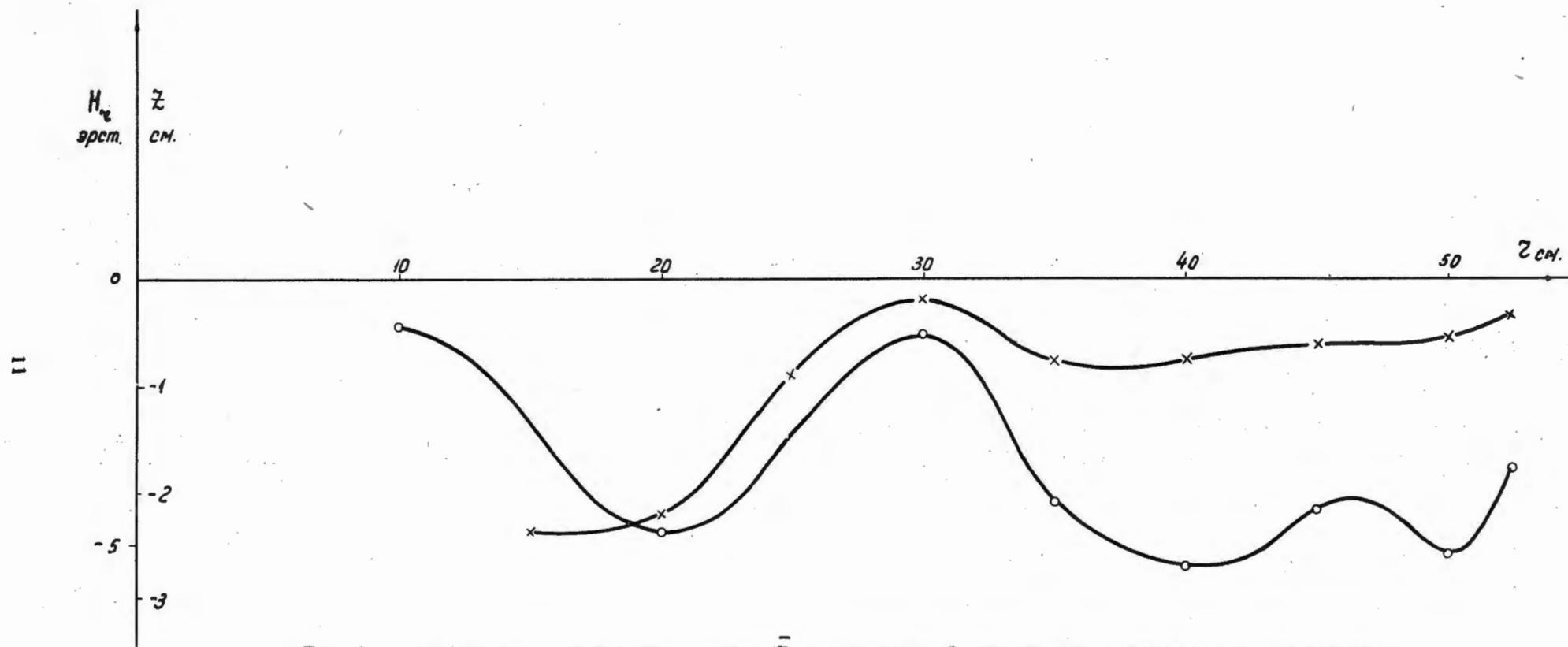


Рис. 1. o—o—o, x—x—x - распределение  $\bar{H}_{z0}$ -составляющей напряженности магнитного поля при равных токах в симметричных катушках и соответствующее положение равновесной орбиты (по формуле 10).

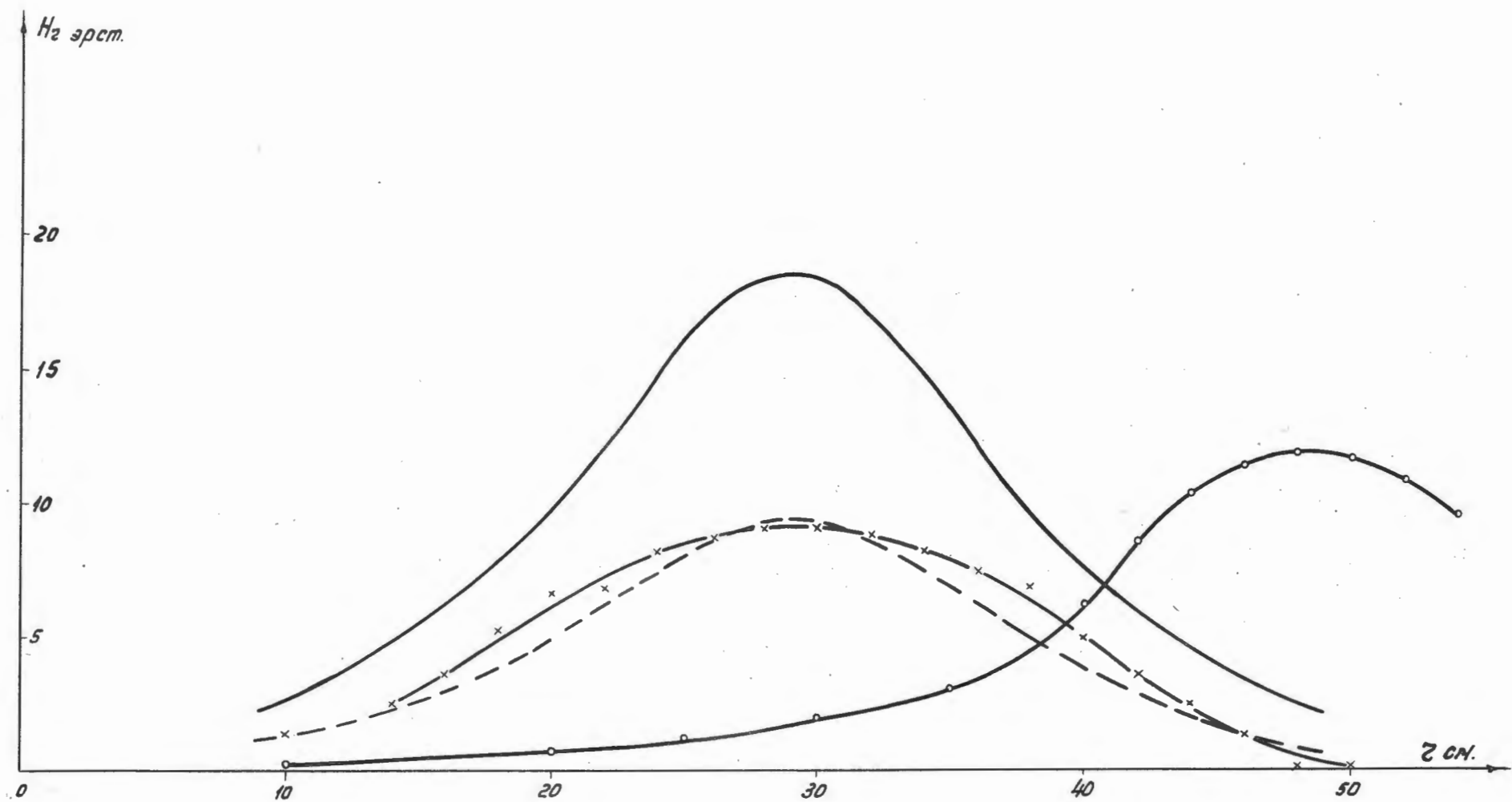


Рис. 2.  $\times$ --- $\times$ --- $\times$ ,  $o$ --- $o$ --- $o$  - экспериментальное распределение  $\bar{H}_{z0}$  - составляющей поля от катушек № 3 и № 6 при  $\Delta I = 2,6$  А и  $\Delta I = \underline{+}2,0$  А, соответственно.  
 ———, - - - - - зависимости  $\bar{H}_{z0}(r)$  для 3-ей катушки, рассчитанные по формуле (19) без учета экранирования и с коэффициентом экранирования  $K_{\text{экр.}} = 2$ .

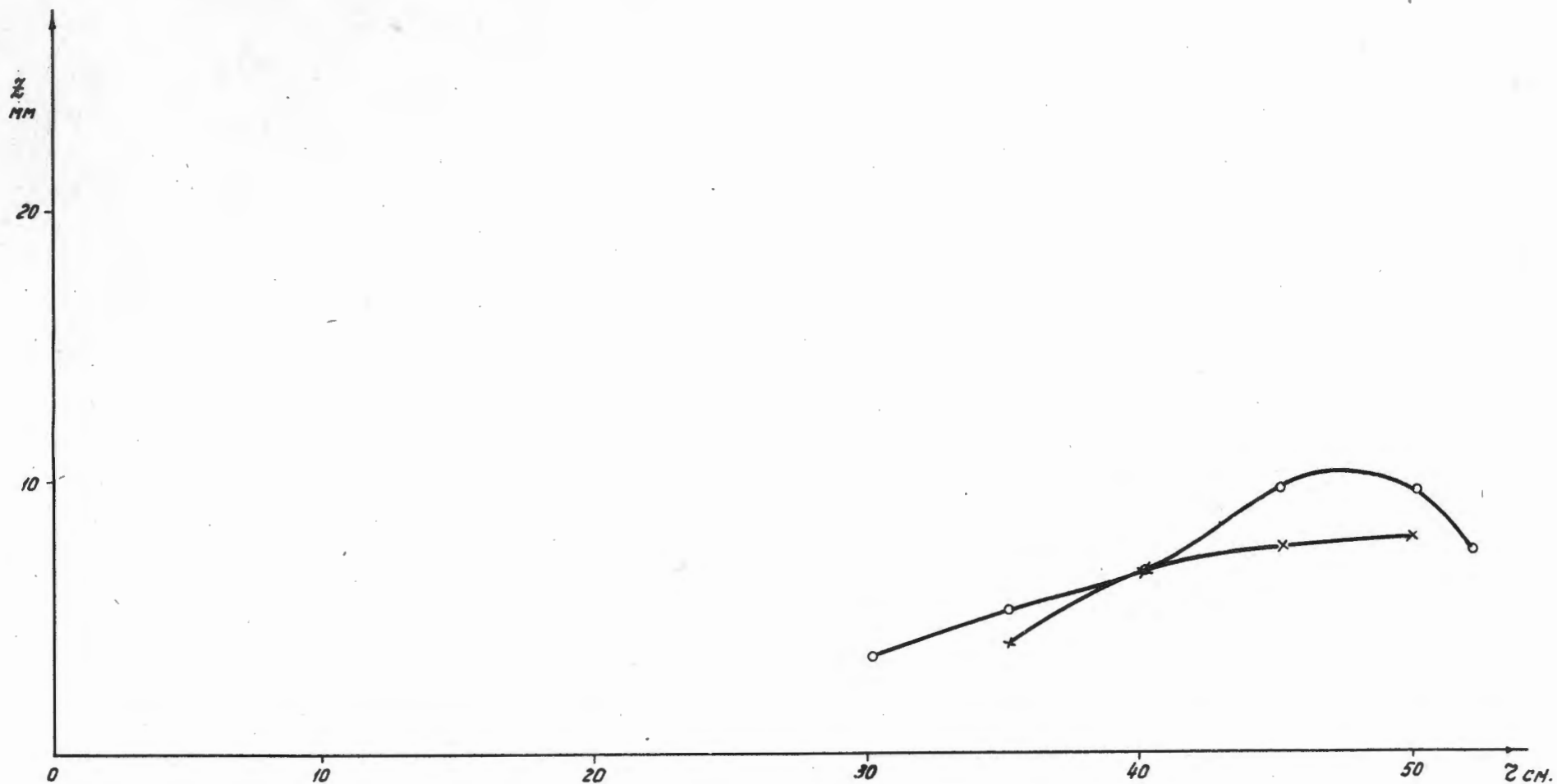


Рис. 3.  $\circ$ — $\circ$ — $\circ$ ,  $\times$ — $\times$ — $\times$  — расчетное и экспериментальное смещение равновесной орбиты при перераспределении тока в 4-ой катушке на  $\Delta I = \pm 2,0$  А.

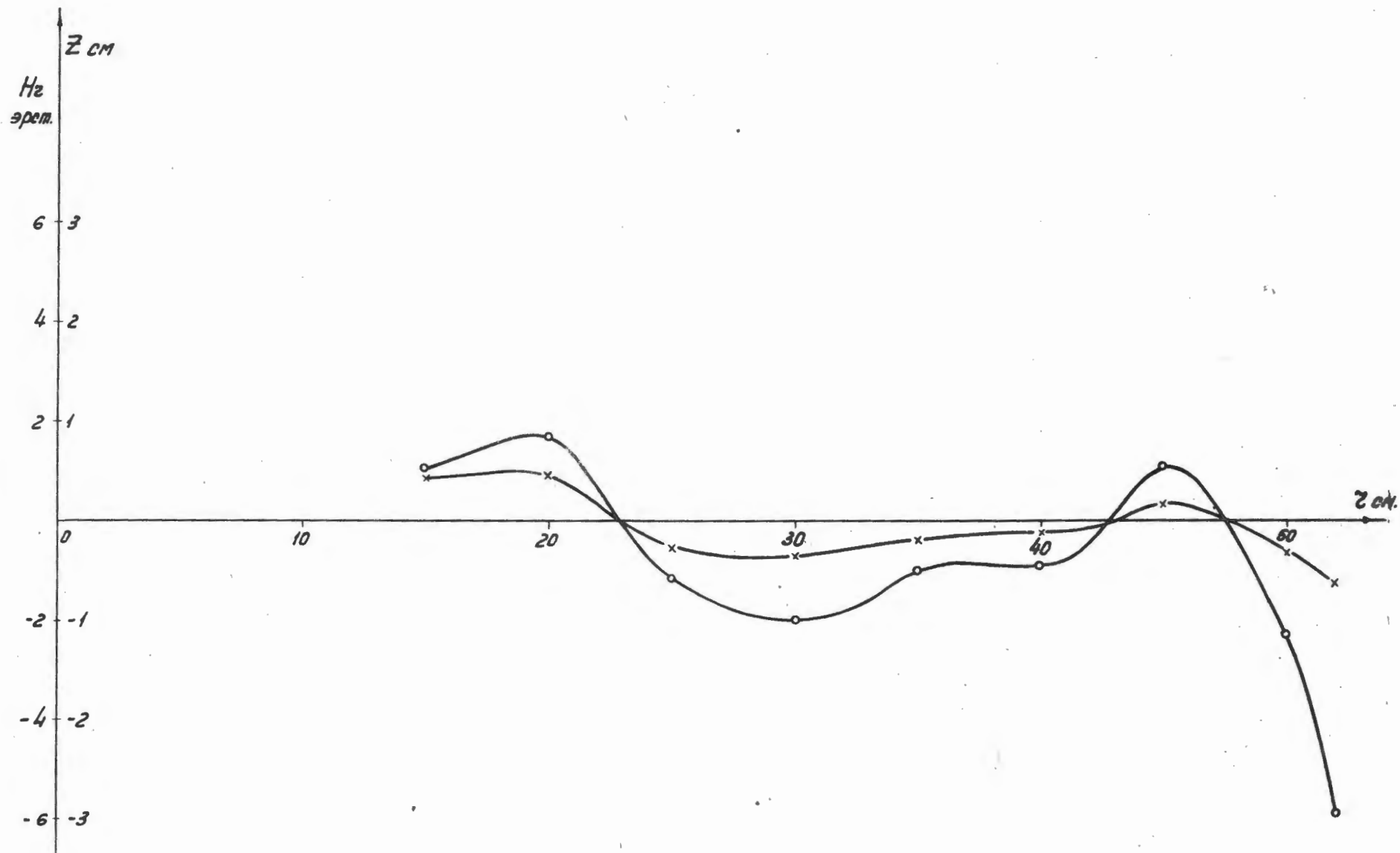


Рис. 4. o---o---o, x---x---x - распределение  $\bar{H}_{z0}$  составляющей напряженности магнитного поля и соответствующее положение равновесной орбиты после перераспределения шимм.