ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

Р.М. Мурадян

1037

О ВЫСШИХ ПРИБЛИЖЕНИЯХ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ

Автореферат диссертации, представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
профессор
А.А.Соколов

Работа выполнена в Московском Государственном Университете им. М.В. Ломоносова

Дубна 1962 год

Р.М. Мурадян

О ВЫСШИХ ПРИБЛИЖЕНИЯХ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ

Автореферат диссертации, представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
профессор
А.А.Соколов

Работа выполнена в Московском Государственном Университете им. М.В. Ломоносова

Дубна 1962 год

В в е д е н и е

Одним из наиболее перспективных направлений в современной физике элементарных частиц является изучение проблемы сильных взаимодействий на основе двойных спектральных представлений для амплитуд упругого рассеяния (Мандельстам (1958г.). Дальнейшее развитие идей аналитичности приводит к использованию аналитических свойств парциальных амплитуд как функций двух комплексных переменных - энергии и орбитального момента (Редже 1959г.). К настоящему времени достигнуты значительные успехи на пути совместного использования представления Мандельстама и введения комплексных орбитальных моментов /3-5/. И хотя еще рано говорить о существенном выходе из рамок старой теории поля, тем не менее уже сейчас кажется обоснованной уверенность, что именно на этом пути в ближайшем будущем будет достигнуто более глубокое понимание природы элементарных частиц /6/.

Основная цель настоящей работы состояла в выявлении возможностей, возникающих при совместном применении представления Мандельстама и техники комплексных орбитальных моментов на примере теории возмущеиий в лестничном приближении Бете-Салпетера.

Содержание диссертации

В первой главе исследуется амплитуда потенциального рассеяния нерелятивистских скалярных частиц в высших борновских приближениях. Здесь, в частности, получено замкнутое выражение для амплитуды рассеяния во втором борновском приближении. При этом использована техника разложения по полиномам Лежандра и суммирования получающихся рядов, впервые развитая в работах В.М. Арутюняна и автора. Кроме вопросов, касающихся рассеяния скалярных частиц, здесь также затронуты некоторые вопросы теории потенциального рассеяния дираковских частиц. В частности, получены выражения для фаз рассеяния в приближении Пайса, которые, как показали численные расчеты (в случае уравнения Шредингера выполненные Титцем), являются лучшим приближением к действительности, чем приближение Борна. Вычислена также мнимая часть амплитуды рассеяния во втором борновском приближении с использованием преобразования Лапласа и значения следующих сумм, содержащих произведения функций Лежандра второго рода на полиномы Лежандра и их производные:

$$\sum_\ell (2\ell+1)\,Q_\ell(z_1)\,Q_\ell(z_2)\,P_\ell(z)$$

$$\sum_\ell Q_\ell(z_1)\{Q_{\ell+1}(z_2)P'_{\ell+1}(z)-Q_{\ell-1}(z_2)P'_{\ell-1}(z)\}$$

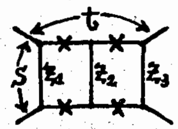
$$\sum_\ell Q_\ell(z_1)\{-Q_{\ell+1}(z_2)+Q_{\ell-1}(z_2)\}P'_\ell(z).$$

Отмечено, что эти же суммы встречаются при аналитическом продолжении условия унитариости для мезон-нуклонного рассеяния, причем скачки этих сумм, взятые по z после преобразования Зоммерфельда-Ватсона, связаны со спектральной функцией.

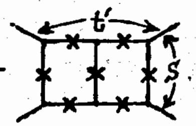
<u>Вторая глава</u> открывается кратким обзором основных положений теории двойных спектральных представлений с применением техники комплексных орбитальных моментов.

Далее проводится исследование лестничного ряда Бете-Салпетера в приближении теории затухания. Приближение теории затухания заключается в том, что промежуточные частицы в интегральном уравнении Бете-Салпетера берутся на поверхности масс, что фактически означает переход к уравнению Соколова-Гайтлера [7].

Рассмотрена произвольная лестничная диаграмма n -го порядка в приближении теории затухания и для нее получено спектральное представление по передаваемому импульсу. Здесь мы рассмотрим полученные результаты в шестом порядке (лестница с тремя ступеньками). Обобщение на случай $n \geq 8$ проводится по аналогии, хотя некоторые вычисления в этом случае невозможно довести до конца (см. ниже). Показано, что имеет место следующее спектральное представление по t :

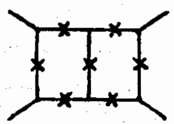


$$= \frac{1}{\pi}\int \frac{dt'}{t'-t}$$



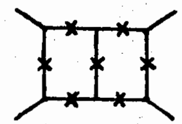
(1)

Крестик на линии, как обычно, означает замену полной функции распространения на δ -функцию. Для стоящей здесь под интегралом диаграммы шестого порядка, у которой пропагаторы всех внутренних линий заменены на δ -функцию, получено следующее разложение в интеграл Ватсона-Зоммерфельда:



$$= const.\ \frac{1}{2i}\int_{-1/2+i\infty}^{-1/2-i\infty}(2\ell+1)\,Q_\ell(z_1)\,Q_\ell(z_2)\,Q_\ell(z_3)\,P_\ell(z)\,d\ell, \quad (2)$$

где z - косинус угла рассеяния в с.ц.и., а z_i - косинусы комплексных углов, кинематически связанных с массами соответствующих вертикальных частиц. Последний интеграл вычисляется, и окончательно спектральная функция выражается через полный эллиптический интеграл первого рода с аргументом, полностью симметричным относительно $z_1 z_2 z_3$ и z :



$$= const.\ \frac{2\pi\,\theta(z-z_0)}{\sqrt{\Delta^+(z_1 z_2 z_3 z)}}\; K\left(\sqrt{\frac{\Delta^-(z_1 z_2 z_3 z)}{\Delta^+(z_1 z_2 z_3 z)}}\right), \quad (3)$$

где $K(k)=\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}}$ - полный эллиптический интеграл первого рода, модуль которого меньше единицы, θ - функция определена как обычно $\theta(x)=\begin{cases}1 & x>0\\ 0 & x<0\end{cases}$, и приняты сокращенные обозначения:

$$\Delta^{\pm}(z_1 z_2 z_3 z) = z_1^2+z_2^2+z_3^2+z^2-2z_1z_2z_3z+2\sqrt{z_1^2-1}\sqrt{z_2^2-1}\sqrt{z_3^2-1}\sqrt{z^2-1}-2 \quad (4)$$

$$z_0 = z_1z_2z_3+z_1\sqrt{z_2^2-1}\sqrt{z_3^2-1}+z_2\sqrt{z_1^2-1}\sqrt{z_3^2-1}+z_3\sqrt{z_1^2-1}\sqrt{z_2^2-1}. \quad (5)$$

В случае рассеяния частиц с одинаковой массой из условия, что аргумент θ - функции больше нуля $z-z_0 \geq 0$, получается следующее уравнение для граничной кривой на плоскости St , за которой спектральная функция отлична от нуля

$$t = 36m^2 - \frac{384\,m^4}{S-4m^2} + \frac{1024\,m^6}{(S-4m^2)^2} \quad (6)$$

(асимптоты $S = 4m^2$ $t = 36\,m^2$).

Таким же образом из общего уравнения $z - z_0 = 0$ могут быть получены уравнения граничных кривых для реальных процессов рассеяния, если учесть кинематические соотношения между косинусами углов и инвариантными переменными S и t . Аналогично в общем случае показано, что диаграмма n -го порядка, у которой все внутренние линии заменены на δ -функции, допускает следующее интегральное представление (с точностью до кинематических множителей):

$$\frac{1}{2i}\int_{-1/2+i\infty}^{-1/2-i\infty}(2\ell+1)\,d\ell\,\prod_{i=1}^{n/2} Q_\ell(z_i)P_\ell(z). \quad (7)$$

Стоящий здесь интеграл при $n = 6$ был вычислен выше. При $n = 4$ (квадратик) интеграл был вычислен Грибовым [3], который показал, что таким способом может быть получена спектральная функция квадратика. При $n = 2$ (полюсный член) этот интеграл равен δ -функции $\delta(z_1 - z)$. Этот интеграл невозможно вычислить в конечном виде при $n \geq 8$. Однако можно указать, что область, в которой он отличен от нуля, имеет вид

$$z \geq ch(\phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_{\frac{n}{2}}), \quad \phi_1 = arcch\, z_1. \tag{8}$$

В случае равных масс это уравнение упрощается и принимает вид:

$$z \geq z_1^{\frac{n}{2}} + C^2_{\frac{n}{2}} z_1^{\frac{n}{2}-2}(z_1^2 - 1) + C^4_{\frac{n}{2}} z_1^{\frac{n}{2}-4}(z_1^2 - 1)^2 + \dots, \tag{9}$$

где C_n^m – обычные биномиальные коэффициенты. Легко видеть, что, например, в случае $\pi\pi$ – рассеяния граничная кривая имеет асимптоты $s = 4m^2$, $t = n^2 m^2$. Отметим также, что выражение (7) фактически представляет собой разложение в интеграл Мелера-Фока и является действительным несмотря на кажущуюся комплексность.

Таким образом показано, что лестничная диаграмма n -го порядка в приближении теории затухания имеет спектральное представление по передаваемому импульсу вида

$$A^{(n)}(s,t) = \frac{1}{\pi} \int \frac{\rho^{(n)}(s,t')}{t' - t}\, dt' \tag{10}$$

с вещественной спектральной функцией, пропорциональной (7) и отличной от нуля в области (8).

В работе также выяснена связь между решением уравнения Соколова-Гайтлера [7],[8] и суммированием лестничных диаграмм.

<u>Третья глава</u> посвящена выводу приближенных формул для невырожденной (функция Якоби) и вырожденной (функции Уиттекера) гипер-геометрических функций.

Функции симметрического волчка Вигнера, а также конические функции Мелера-Фока являются частными случаями рассмотренных функций.

В приложении рассмотрен ряд вопросов, связанных с вычислениями сумм и интегралов по индексу от выражений, содержащих произведения нескольких функций Лежандра первого и второго рода, а также их производные.

В частности вычислена сумма вида

$$\sum_\ell (2\ell + 1) P_\ell(z_1) P_\ell(z_2) P_\ell(z_3) P_\ell(z)$$

и получено удобное интегральное представление для суммы

$$\sum_\ell (2\ell+1) Q_\ell(Z_1) Q_\ell(Z_2) Q_\ell(Z_3) P_\ell(Z).$$

Отметим полученное обобщение формулы Фруассара [9]

$$Q_\ell(z_1) Q_\ell(z_2) = \int_{z_1 z_2 + \sqrt{z_1^2 - 1}\sqrt{z_2^2 - 1}}^{\infty} Q_\ell(\zeta) \frac{d\zeta}{\sqrt{k(z_1\, z_2 \zeta)}}, \tag{11}$$

дающего интегральное представление для произведения двух функций Лежандра второго рода на случай трех функций

$$Q_\ell(z_1) Q_\ell(z_2) Q_\ell(z_3) = \int_{z_0}^{\infty} Q_\ell(\zeta) \frac{2}{\sqrt{\Delta^+(z_1 z_2 z_3 \zeta)}} K\left(\sqrt{\frac{\Delta^-(z_1 z_2\, z_3 \zeta)}{\Delta^+(z_1 z_2\, z_3 \zeta)}}\right), \tag{12}$$

где определение $\Delta^{\pm}$ и z_0 совпадает с (4) и (5).

В заключение выражаю благодарность научному руководителю проф. А.А.Соколову.

Литература

1. S.Mandelstam. Phys. Rev. <u>112</u>, 1344 (1958); <u>115</u>, 1741 (1959); <u>115</u>, 1752 (1959).
2. T.Regge. Nuovo Cim. <u>14</u>, 972 (1959); <u>18</u>, 947 (1960).
3. В.Н.Грибов. ЖЭТФ, <u>41</u>, 1962 (1961); лекция в Нор-Амберде (1962).
4. G.Chew, S.Frautchi. Phys. Rev. L. <u>7</u>, 394 (1961).
5. Г.Домокош. Nuovo Cim. <u>23</u>, 1175 (1962).
6. G.Chew. S–matrix Theory of Strong Interactions without Elementary Particles. (1962).
7. А.А.Соколов. Journ. of Phys. (СССР) <u>5</u>, 231 (1941).
8. А.А.Соколов, Б.К.Керимов. ДАН СССР, <u>108</u>, 611 (1956).
9. M.Froissart. Nuovo Cim. <u>22</u>, 395 (1958).

Основные результаты диссертации опубликованы в журналах:
ДАН СССР, <u>115</u>, 887 (1957)
ДАН СССР, <u>122</u>, 751 (1958).
ДАН СССР, <u>131</u>, 1057 (1960).
ЖЭТФ, <u>36</u>, 596 (1959).
ЖЭТФ, <u>36</u>, 1542 (1959).
ЖЭТФ, в печати.
Вестник МГУ, <u>4</u>, 61 (1959).
Вестник МГУ, <u>6</u>, 64 (1959).

Рукопись поступила в издательский отдел
13 июля 1962 года.