

И-201



**ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

10-94-327

На правах рукописи

УДК 519.234.3:539.1  
519.23:681.3.06

**ИВАНОВ**  
Виктор Владимирович

**НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ  
ОБРАБОТКИ ДАННЫХ И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ  
В ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКЕ**

**Специальность: 05.13.16 — применение вычислительной  
техники, математического моделирования  
и математических методов в научных исследованиях**

**Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук**

Дубна 1994

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации Объединенного института ядерных исследований

**Официальные оппоненты:**

Доктор физико-математических наук,  
профессор

**А.В.КРЯНЕВ**

Доктор физико-математических наук,  
профессор

**А.А.ТЯПКИН**

Доктор физико-математических наук

**А.И.ЧУЛИЧКОВ**

Ведущая организация - Институт физики высоких энергий, г.Протвино Московской области.

Защита диссертации состоится " \_\_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 1994 г. в \_\_\_\_\_ на заседании Специализированного совета Д 047.01.04 при Лаборатории вычислительной техники и автоматизации Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Автореферат разослан " \_\_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 1994 года

Ученый секретарь специализированного совета

*Иванченко* З.М.Иванченко

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### 1. Актуальность

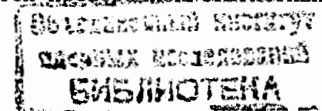
Современные эксперименты в области физики промежуточных и высоких энергий чаще всего нацелены на изучение редких событий, регистрируемых в условиях доминирующего фона от конкурирующих процессов. В связи с этим, необходимо, по-возможности, исключить регистрацию фона в ходе эксперимента, а затем, при массовой обработке накопленной информации, эффективно выделить исследуемые (сигнальные) события.

С учетом характера регистрации событий и их структуры создаются быстрые электронные системы, предназначенные для классификации событий в ходе эксперимента и позволяющие существенно подавить фон. В последние годы такие системы часто строятся на основе искусственных нейронных сетей, представляющих собой новую модель параллельных вычислений, эмулирующую характерные особенности нейронных сетей живых организмов. Наибольшее распространение получили многослойные feed-forward сети (многослойный перцептрон), представляющие собой удобный инструмент для классификации многомерных образов-событий. Применение таких сетей к конкретной задаче не требует знания параметров разделяемых распределений, из-за чего методы анализа данных на их основе относят к непараметрическим.

Для выделения сигнальных событий из накопленной в эксперименте информации обычно применяют методы математической статистики, которые ориентированы в основном на анализ данных, сгруппированных в гистограмму. Поскольку при занесении события в гистограмму происходит частичная потеря информации, то методы, позволяющие анализировать каждое событие в отдельности, более предпочтительны. Однако они представлены не всегда эффективными полуэмпирическими методами, набор которых ограничен. В связи с этим, крайне важна разработка строгого математического аппарата, обеспечивающего эффективную классификацию событий, представимых обычно малыми выборками. Наиболее удобны (для этих целей) методы, основанные на критериях согласия, которые предназначены для проверки соответствия между распределением множества выборочных значений и теоретическим распределением.

В критериях согласия, основанных на сравнении теоретической функции распределения  $F$ , отвечающей нулевой гипотезе  $H_0$ , с эмпирической функцией распределения  $F_n$ , в качестве проверочных статистик используются различные меры "расстояния" между указанными функциями. Для непараметрических критериев характерен выбор в качестве проверочных статистик функционалов от  $F$  и  $F_n$ , распределения которых не зависят от вида  $F$ . Применение одного из таких критериев, критерия омега-квадрат, в задаче выделения маловероятных событий показало, что методы анализа данных, построенные на основе таких критериев, обладая высокой мощностью, просты и удобны в использовании.

На практике применение конкретного критерия зависит от исследуемой задачи и от особенностей проверочной статистики. Соотношение между фун-



кциями мощности для различных критериев зависит от вида альтернативных гипотез и установленного уровня значимости. Это обуславливает целесообразность выбора критерия согласия, наиболее подходящего для рассматриваемой задачи, стимулирует поиск и изучение новых критериев. Кроме того, представляется весьма перспективным совместное использование непараметрических критериев согласия и искусственных нейронных сетей.

## 2. Цель работы

Цель диссертационной работы:

1) Предложение новых непараметрических статистик, исследование их характеристик, получение алгебраического вида, вычисление таблиц процентных точек.

2) Построение на их основе критериев согласия, изучение свойств, сравнение по мощности для различных типов альтернативных гипотез.

3) Разработка на основе непараметрических критериев согласия методов идентификации заряженных частиц, регистрируемых физическими установками в экспериментах по физике высоких и промежуточных энергий.

4) Разработка методов распознавания редких событий на основе многослойных перцептронов (МСП), сравнение мощностей классификаторов на основе непараметрических критериев согласия и МСП, исследование возможности их совместного использования.

5) Разработка комплекса программ для сбора и обработки информации для экспериментов на синхрофазотроне ОИЯИ с помощью спектрометра МАСПИК.

## 3. Научная новизна работы

В диссертации предложен класс новых непараметрических статистик, представимых в виде интеграла от  $k$ -ой степени эмпирического процесса, получен их алгебраический вид, удобный для практических применений, разработан численный метод определения их функций распределения. С его помощью вычислены с высокой точностью таблицы процентных точек для ряда статистик указанного класса при  $k = 1(1)5$  и  $n = 1(1)10$ . На основе данных статистик построены критерии согласия, изучены их основные свойства, выполнены расчеты с целью изучения поведения их мощности для разных типов альтернативных гипотез.

Разработан подход, позволивший свести задачу классификации многомерных событий к задаче проверки соответствия эмпирической функции распределения, отвечающей анализируемому событию, с априори известной теоретической гипотезой с помощью одномерного критерия согласия  $\omega_n^k$ , где  $n$  – размерность отдельного события. На примерах конкретных критериев  $\omega_n^2$  и  $\omega_n^3$  построены методы, позволяющие практически однозначно идентифицировать быстрые заряженные частицы по измерениям их времен пролета или ионизационных потерь энергии одновременно несколькими детекторами экспериментальной установки. Продемонстрирована высокая мощность новых методов, позволяющая надежно выделять редкие события, показано их преимущество перед тради-

ционными методами, применявшимися ранее для решения аналогичных задач.

Изучена возможность совместного использования непараметрических интегральных критериев согласия  $\omega_n^k$  и многослойных перцептронов в задачах классификации событий, представимых  $n$ -мерными выборками случайных величин из разделяемых распределений. Проведен сравнительный анализ мощностей классификаторов на основе критериев  $\omega_n^k$  и МСП. Предложены преобразования исходных выборок, позволяющие резко ускорить процесс обучения сети, обеспечить мощность, близкую к предельной, а также выделять редкие процессы. Показано, что совместное применение критериев  $\omega_n^k$  и МСП дает исследователю удобный и эффективный инструмент для многомерного анализа данных.

## 4. Практическая ценность работы

Разработанные в диссертации методы, алгоритмы и программы нашли практическую реализацию в экспериментах на синхрофазотроне ОИЯИ, в которых использовался магнитный спектрометр с проволочными камерами МАСПИК. С их помощью был получен ряд новых физических результатов, объясняющих механизм взаимодействия дейтронов с импульсами 9 ГэВ/с с легкими ядрами ( $^2H, ^2D, ^{12}C$ ) в области больших переданных импульсов.

Развитые в диссертации методы идентификации быстрых заряженных частиц были применены для разработки проектируемой физической установки “0<sup>0</sup> Facility”, предназначенной для изучения процессов подпорогового рождения  $K^+$ -мезонов в столкновениях протонов с импульсами от 270 МэВ/с до 3,3 ГэВ/с с легкими ядрами ( $^2H, ^{12}C$ ) на ускорителе COSY (Juliech, Germany). Их сочетание с другими методами позволило обосновать принципиальную возможность выделения подпороговых  $K^+$  на подавляющем фоне от  $\pi^+$ -мезонов:  $N_{K^+}/N_{\pi^+} \approx 10^{-5}$ .

Разработано предложение по организации триггера II-уровня для отбора редких процессов, связанных с рождением короткоживущих  $\Lambda^0$ - и  $\Sigma^0$ -частиц в эксперименте DISTO (Сатурн, Сакле). Рассмотрены новые переменные, позволяющие проводить эффективный отбор исследуемых событий по наличию вторичной вершины. В настоящее время ведутся работы по реализации предложения в физической установке.

Планируется применение разработанных в диссертации методов, алгоритмов и программ в других экспериментах и при подготовке новых проектов.

## 5. Аппробация работы

Основные результаты диссертации опубликованы в 37 печатных работах, по теме данной работы защищена кандидатская диссертация под научным руководством соискателя.

Результаты исследований, вошедших в диссертацию, докладывались на семинарах ЛВТА, ЛЯП ОИЯИ (Дубна) и Национального института ядерной физики (Турин, Италия), I Всесоюзном совещании по автоматизации научных исследований в ядерной физике (Киев, 1976), Международном совещании по программированию и математическим методам решения физических задач (Дубна,

1977), Всесоюзной школе по автоматизации научных исследований (Минск, 1977), II Всесоюзной конференции по ЕС-1010 (Рига, 1978), XII Международном симпозиуме по ядерной электронике (Дубна, 1985), XI Пражской конференции по теории информации, статистическим решающим функциям и случайным процессам (Прага, 1990), IV Международной конференции по аналитическим вычислениям на ЭВМ в физических исследованиях (Дубна, 1991), Международной конференции "ЭВМ в физике высоких энергий, 1991" (Токио, Япония, 1991), Международном совещании по программированию и математическим методам решения физических задач (Дубна, 1993), III Международной конференции "Инженерия программирования, искусственный интеллект и экспертные системы в физике высоких энергий и в ядерной физике" (Оберраммергау, Германия, 1993).

## 6. Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из шести глав, приложения, списка литературы из 118 наименований, содержит 190 страниц печатного текста, 61 рисунок и 8 таблиц.

## 7. Краткое содержание работы

Во введении, составляющем содержание первой главы, обсуждается исследуемая проблема, ее актуальность и новизна, определен круг задач и цель работы. Дан краткий обзор критериев согласия, построенных на непараметрических статистиках, представимых некоторыми функционалами от эмпирического процесса. Обосновывается выбор непараметрических критериев согласия и многослойных перцептронов, отмечается целесообразность их совместного использования, указаны отдельные примеры их использования в задачах анализа данных физического эксперимента. Кратко изложено содержание диссертации по главам.

Во второй главе рассмотрена новая непараметрическая статистика  $\omega_n^3$  и исследованы ее основные характеристики.

Рассмотрим интеграл

$$\omega_n^3 = n^{\frac{3}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} [S_n(x) - P(x)]^3 dP(x), \quad (1)$$

где  $P(x)$  – непрерывная функция распределения случайной величины  $x$ , а  $S_n(x)$  – эмпирическая функция распределения:

$$\begin{aligned} S_n(x) &= 0 \quad \text{при } x < x_1, \\ S_n(x) &= \frac{k}{n} \quad \text{при } x_k \leq x < x_{k+1}, \quad k = 1, 2, \dots, n-1, \\ S_n(x) &= 1 \quad \text{при } x \geq x_n, \end{aligned}$$

здесь  $x_1 < x_2 < \dots < x_n$  – вариационный ряд,  $n$  – объем выборки.

Положим  $t_i = P(x_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Величины  $t_1, t_2, \dots, t_n$  образуют вариационный ряд по выборке из равномерного на  $[0, 1]$  распределения. Обозначив через

$F_n(t)$  эмпирическую функцию распределения, построенную на основе  $t_1, t_2, \dots, t_n$ , выражение (1) можно переписать в виде

$$\omega_n^3 = n^{\frac{3}{2}} \int_0^1 [F_n(t) - t]^3 dt \quad (2)$$

или  $\omega_n^3 = \int_0^1 [v_n(t)]^3 dt$ , где  $v_n(t) = \sqrt{n}[F_n(t) - t]$  – эмпирический процесс<sup>1</sup>. Из возможности представления статистики  $\omega_n^3$  через величины, не зависящие от  $P(x)$ , следует независимость распределения этой статистики от  $P(x)$ . Из (2) нетрудно получить, что область изменения величины  $\omega_n^3$  определяется интервалом  $[-\frac{1}{4}n^{\frac{3}{2}}, \frac{1}{4}n^{\frac{3}{2}}]$ . Из этого вытекает быстрый рост размаха распределения  $\omega_n^3$  с ростом  $n$ .

Для практических целей удобно использовать алгебраическое представление  $\omega_n^3$ . Разбивая область интегрирования в (1) на интервалы  $(-\infty, x_1), (x_1, x_2), \dots, (x_n, \infty)$ , можно записать

$$\begin{aligned} \omega_n^3 &= -n^{\frac{3}{2}} \int_{-\infty}^{x_1} P^3(x) dP(x) + n^{\frac{3}{2}} \sum_{i=1}^{n-1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} \left[ \frac{i}{n} - P(x) \right]^3 dP(x) + \\ &+ n^{\frac{3}{2}} \int_{x_n}^{\infty} [1 - P(x)]^3 dP(x). \end{aligned}$$

Учитывая, что  $\lim_{x \rightarrow -\infty} P(x) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} P(x) = 1$ , и проводя несложные вычисления, получаем

$$\omega_n^3 = -\frac{\sqrt{n}}{8} \sum_{i=1}^n \left[ 2P(x_i) - \frac{2i-1}{n} \right] \left\{ \left[ 2P(x_i) - \frac{2i-1}{n} \right]^2 + \frac{1}{n^2} \right\}. \quad (3)$$

Практический интерес представляют первые моменты распределения  $\omega_n^3$ : среднее и дисперсия. Среднее значение распределения  $\omega_n^3$  определяется из соотношения:

$$\begin{aligned} M(\omega_n^3) &= M \left\{ n^{\frac{3}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} [S_n(x) - P(x)]^3 dP(x) \right\} = \\ &= n^{\frac{3}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} M \{ [S_n(x) - P(x)]^3 \} dP(x), \end{aligned}$$

равенство которого нулю следует из симметрии распределения  $\omega_n^3$  относительно нуля, однако в работе это доказано точно. Дисперсия определяется равенством:

$$D(\omega_n^3) = M[(\omega_n^3)^2] - [M(\omega_n^3)]^2.$$

Так как  $M(\omega_n^3) = 0$ , то  $D(\omega_n^3) = M[(\omega_n^3)^2]$ . Проводя несложные, но громоздкие вычисления, получим

$$D(\omega_n^3) = \frac{20 - 66n + 69n^2}{1680n^2}.$$

<sup>1</sup> А.Н. Колмогоров: "Теория вероятностей и математическая статистика". М.: Наука, 1986. Комментарий Э.В. Хмаладзе "Эмпирические распределения".

В асимптотическом пределе при  $n \rightarrow \infty$  имеем  $D(\omega_n^3) = \frac{23}{560}$ , что представляет собой дисперсию асимптотического распределения  $\omega_n^3$ , доказательство существования которого аналогично доказательству<sup>2</sup> для статистики  $\omega_n^2$ .

В работе разработан метод вычисления процентных точек функций распределения  $\omega_n^3$  для малых объемов  $n$ , представляющий собой модификацию подхода М. Нотта<sup>3</sup>, используемого для определения процентных точек распределения  $\omega_n^2$ . Метод основан на численном определении характеристической функции статистики  $\omega_n^3$  и ее последующей инверсии. Этот метод затем был обобщен на случай произвольных малых  $k$  и  $n$  и будет рассмотрен кратко в пятой главе.

С целью извлечения дополнительной информации из анализа формы распределения моделировались распределения  $\omega_n^3$ . На рис. 1 представлены плотности распределений  $\omega_n^3$  для  $n = 1, 2$  и  $9$ ; для сравнения здесь же приведена плотность

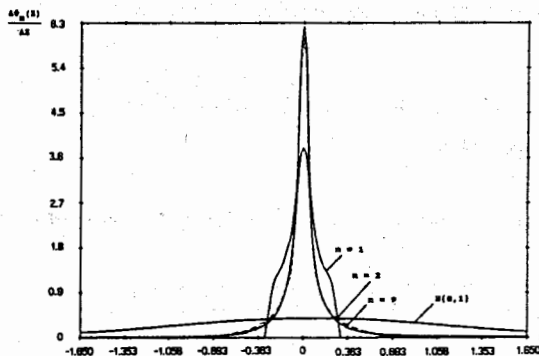


Рис. 1: Зависимости плотностей распределений  $\omega_n^3$  для  $n = 1, 2$  и  $9$  и нормального распределения  $N(0, 1)$ .

нормального распределения  $N(0, 1)$ . Т.к. пик  $\omega_n^3$  находится выше гауссиана  $N(0, 1)$ , то эксцесс распределения  $\omega_n^3$  положителен ( $\epsilon > 0$ ). Из рисунка также видно, что с ростом  $n$ , несмотря на быстрый рост размаха, распределение  $\omega_n^3$  довольно быстро сходится к своему предельному распределению.

Третья глава посвящена построению критериев согласия на основе статистики  $\omega_n^3$ ; изучению их свойств и сравнению по мощности.

Критерии согласия  $\omega_n^3$  проверяют соответствие данных наблюдения нулевой гипотезе  $H_0 : F = F_0$ , где  $F_0$  - функция распределения, которую согласно гипотезе имеет величина  $x$ . Гипотеза  $H_1 : F \neq F_0$  называется двусторонней альтернативной, а гипотеза  $H_1 : F > F_0$  (или  $F < F_0$ ) - односторонней альтернативной. В таблице 1, приведенной в пятой главе диссертации, дана сводка критериев на основе статистик  $\omega_n^k$  для произвольных  $k$ .

<sup>2</sup>J.Durbin: "Distribution Theory for Tests Based on the Sample Distribution Function". Society for Industrial and Applied Mathematics, Region Conf. in Appl. Math. 9th Issue. Philadelphia, Pennsylvania, 19103, 1973.

<sup>3</sup>M.Knott: "The Distribution of the Cramer-Von Mises Statistic for Small Sample Sizes". J.Roy. Statist. Soc. B36, 3, 430-436, 1973.

Процедура анализа данных с помощью критерия согласия  $\omega_n^3$  строится следующим образом. Задается уровень значимости  $\alpha$  и, используя таблицы процентных точек, определяется критическая область  $B_\alpha$ , удовлетворяющая соотношению

$$Pr\{\omega_n^3 \in B_\alpha | H_0\} \leq \alpha.$$

Обычно  $B_\alpha$  выбирается таким образом, чтобы ошибка II-го рода была минимальной. При проверке отдельного события, представленного упорядоченной выборкой  $x_1 < x_2 < \dots < x_n$  объема  $n$ , гипотеза  $H_0 : F = F_0$  принимается с уровнем значимости  $\alpha$ , если значение  $\omega_n^3$ , вычисленное по формуле (см. (3))

$$\omega_n^3 = -\frac{\sqrt{n}}{8} \sum_{i=1}^n \left[ 2F_0(x_i) - \frac{2i-1}{n} \right] \left\{ \left[ 2F_0(x_i) - \frac{2i-1}{n} \right]^2 + \frac{1}{n^2} \right\},$$

попадает в допустимую область и отвергается в противном случае.

Критерий  $\omega_n^3$  устойчив, т.к. распределение статистики  $\omega_n^3$  и размер критической области могут быть рассчитаны независимо от вида распределения, отвечающего нулевой гипотезе. В случае односторонних альтернативных гипотез критерий  $\omega_n^3$  также несмещен, т.к.  $\alpha$  не превосходит соответствующего значения мощности  $P$ , и постояен, т.е. с увеличением числа наблюдений растет надежность разделения гипотез

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Pr\{\omega_n^3 \in B_\alpha | H_1\} = 1.$$

Мощность критерия характеризует его способность разделять выборки, отвечающие гипотезам  $H_0$  и  $H_1$ . В работе показано, что если эмпирическая выборка  $t_1, t_2, \dots, t_n$  ( $t \in [0, 1]$ ) принадлежит односторонней альтернативной гипотезе, для определенности правосторонней  $F_0 > G$ , то при больших  $n$  распределения соответствующих статистик  $\tilde{\omega}_n^k$  ( $k$  может принимать четные и нечетные значения) приближенно описываются гауссианом  $N(a, \sigma)$ . Параметры гауссиана определяются выражениями:

$$a = n^{\frac{1}{2}} (-1)^k \int_0^1 g_k(u) du, \quad \sigma^2(k, n) = n^{k-1} k^2 D(R), \quad \text{где}$$

$$D(R) = 2 \int_0^1 G(t_2) g_{k-1}(t_2) dt_2 \int_{t_2}^1 g_{k-1}(t_1) dt_1 - \left[ \int_0^1 G(t) g_{k-1}(t) dt \right]^2, \\ g_k(t) = [t - G(t)]^k,$$

что позволяет получить оценку мощности критерия  $\omega_n^k$ , используя формулу

$$P \simeq (-1)^{k-1} \Phi \left[ \frac{Z_\alpha(k, n) + a}{\sigma(k, n)} \right] + P_0, \quad \text{где } P_0 = \frac{1 - (-1)^{k-1}}{2},$$

здесь  $\Phi(x)$  - функция распределения гауссиана  $N(0, 1)$ ,  $Z_\alpha(k, n)$  - критическое значение соответствующего критерия для выбранных  $\alpha$  и  $n$ .

Для изучения поведения мощности критерия можно использовать подход Чепмена<sup>4</sup>, предложившего рассматривать два типа альтернативных гипотез:  $G_{\min}$  и  $G_M$ . Гипотеза  $G_{\min}$  минимизирует, а  $G_M$  максимизирует мощность критерия в случае односторонних гипотез с фиксированным  $\Delta = \sup_{-\infty < x < \infty} |G(x) - F_0(x)|$ . Для таких гипотез с применением систем аналитических вычислений получены выражения для среднего и дисперсии распределений  $\tilde{\omega}_n^2$  и  $\tilde{\omega}_n^3$ . Для больших выборок  $n = 50, 200$  и  $1000$  с помощью моделирования и используя аналитические выражения проведено сравнение мощностей критериев  $\omega_n^k$  для  $k = 1, 2, \dots, 5$ . Результаты вычислений представлены на рис. 2.

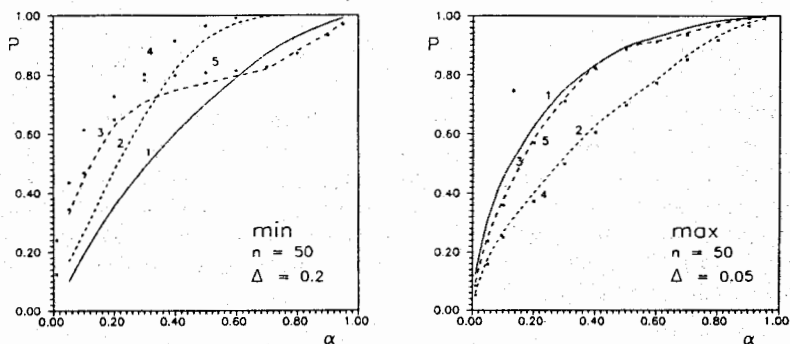


Рис. 2: Зависимости мощностей критериев  $\omega_n^1$  (кривая 1),  $\omega_n^2$  (2),  $\omega_n^3$  (3),  $\omega_n^4$  (4) и  $\omega_n^5$  (5) от уровня значимости  $\alpha$  для гипотез  $G_{\min}$  ( $n = 50$  и  $\Delta = 0.2$ ) и  $G_M$  ( $n = 50$  и  $\Delta = 0.05$ )

Мощности критериев  $\omega_n^2$  и  $\omega_n^3$  сравнивались также для малых  $n$ :  $n < 10$ . Гипотезы  $H_0$  и  $H_1$  задавались гауссианами с дисперсиями, равными 1, и средними, различающимися на величину  $d$ . Кроме того, с целью оценки эффективности односторонних критериев  $\omega_n^3$  для задач с двусторонними гипотезами проведено сравнение по мощности критериев  $\omega_n^2$  и  $\omega_n^3$  для гипотез  $H_0: N(0, 1)$ ,  $H_1: N(d, 4)$ . На рис. 3 приведены результаты такого сравнения.

На рис. 4 показаны два типа двусторонних альтернативных гипотез, для которых применение критерия  $\omega_n^3$  оправдано и эффективно. В случае составных гипотез двустороннего типа (см. рис. 4б) мощность двустороннего критерия  $\omega_n^3$  определяется из равенства  $P = c_1 P_1 + c_2 P_2$ , где  $P_1$  и  $P_2$  – мощности критериев по отношению к соответствующим односторонним гипотезам.

В четвертой главе рассмотрены методы анализа данных на основе критериев согласия  $\omega_n^k$  и их применение в ряде конкретных экспериментов.

Предлагаемые методы используются для идентификации заряженных частиц на основе независимых измерений их времен пролета или ионизационных потерь энергии, проводимых параллельно несколькими детекторами физической установки. Основанием для такой возможности служит то обстоятельство, что

<sup>4</sup>D.G.Chapman: "A Comparative Study of Several One-Sided Goodness-of-Fit Tests". Ann. Math. Stat., v.29, 1958, p.655.

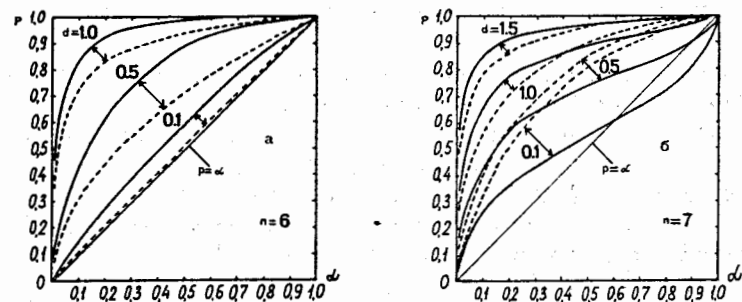


Рис.3: Сравнение мощностей критерия согласия  $\omega_n^2$  (пунктирные кривые) и одностороннего критерия  $\omega_n^3$  (сплошные кривые): а) в случае односторонней альтернативной гипотезы на примере выборки  $n = 6$  и  $d = 0,1; 0,5$  и  $1,0$ ; б) в случае двусторонней альтернативной гипотезы на примере выборки  $n = 7$  и  $d = 0,1; 0,5; 1,0$  и  $1,5$ .

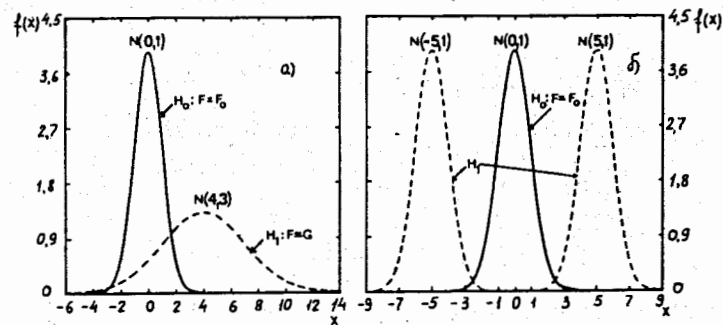


Рис.4: Два основных типа альтернативных двусторонних гипотез  $H_1: F = G$  по отношению к нулевой гипотезе  $H_0: F = F_0$ , заданной плотностью  $N(0, 1)$ : а) гипотеза  $H_1$  представлена плотностью  $N(4, 3)$ ; б) составная гипотеза  $H_1$  определена двумя гауссовскими распределениями  $N(-5, 1)$  и  $N(5, 1)$

частицам разного сорта отвечают разные плотности распределения измеряемых величин. При этом различие между ними в отдельном детекторе может быть весьма слабым, а выделение сигнальных частиц может проходить в условиях доминирующего фона.

Совокупность измеренных величин, относящихся к зарегистрированной частице, образует многомерную выборку – событие, используемую после некоторого преобразования для определения сорта частицы. Рассматриваемое ниже преобразование исходной выборки позволяет свести задачу классификации многомерных событий к задаче анализа одномерных выборок объема  $n$  ( $n$  – число измерений) с помощью одномерного критерия согласия  $\omega_n^k$ . Процедура идентификации частиц состоит в следующем:

1) для каждого детектора в измеренном спектре, представляющем собой суперпозицию вкладов от различных частиц, выделяется распределение, отве-

чающее частицам выбранного сорта (в качестве такого распределения удобно выбрать доминирующее распределение);

2) указанные распределения преобразуются таким образом, чтобы их можно было описать одной и той же функцией плотности (гипотеза  $H_0$ );

3) каждая выборка, отвечающая анализируемому событию, вначале преобразуется согласно пункта 2), а затем проверяется на соответствие гипотезе  $H_0$  при помощи критерия согласия  $\omega_n^2$ . При этом события, согласующиеся с гипотезой  $H_0$ , группируются в допустимой области, а принадлежащие распределениям от частиц другого сорта выделяются в критической области.

Примеры применения метода в конкретных экспериментах.

1. С помощью магнитного спектрометра МАСПИК, схема которого приведена на рис. 5, при бомбардировке дейтронами с импульсом 9 ГэВ/с мишеней из  $CD_2$ ,  $CH_2$  и  $C$  под углом 140 Мрад к оси первичного пучка измерялся импульсный спектр вторичных частиц в интервале от 3,5 до 5,5 ГэВ/с. Основной вклад в спектр в этой области дают протоны, примесь дейтронов не превышает 1%.

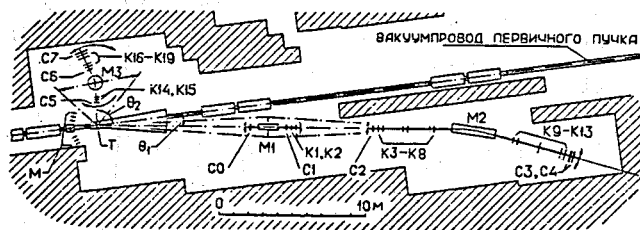


Рис.5: Схема экспериментальной установки МАСПИК: Т - мишень, М - мониторы пучка, М1 - М3 - магниты, С0 - С7 - сцинтилляционные счётчики, К1 - К19 - проволоочные камеры

Идентификация частиц осуществлялась путем измерения их импульсов и времен пролета. Импульсы частиц вычислялись по углам их отклонения в поле анализирующего магнита, а для определения времен пролета использовались сигналы от двух пар сцинтилляционных счетчиков, расстояния между которыми составляли, соответственно, 16,7 и 21,9 м.

Для распознавания регистрируемых частиц можно воспользоваться тем обстоятельством, что для каждой регистрируемой частицы измеряются два времени пролета  $t_1$  и  $t_2$ , которые с помощью соотношения

$$m_i = \frac{p}{c} \sqrt{\left(\frac{t_i}{t_{0i}}\right)^2 - 1}, \quad i = 1, 2,$$

где  $p$  - импульс частицы,  $t_i$  - время ее пролета на базе длиной  $l_i$ ,  $t_{0i} = l_i/c$ ,  $c$  - скорость света, использовались для вычисления масс  $m_1$  и  $m_2$ , определяемых,

соответственно, первой и второй парами счетчиков. Анализ спектров масс показал (см. на рис. 6), что распределения в области протонных пиков содержат около 97% событий, и в этой области их можно аппроксимировать гауссианами со средними значениями  $\bar{m}_i$  и стандартными отклонениями  $\sigma_i$ ,  $i = 1, 2$ . Гауссианы приводились к стандартному гауссовскому распределению  $N(0, 1)$  путем замены переменных:

$$\bar{m}_i = \frac{m_i - \bar{m}_i}{\sigma_i}, \quad i = 1, 2.$$

Затем каждое событие, представленное парой величин  $\bar{m}_1$  и  $\bar{m}_2$ , проверялось с помощью критерия согласия  $\omega_n^2$  на соответствие гипотезе  $N(0, 1)$ . На рис. 7 приведен спектр масс частиц для событий, выделенных в критической области  $\omega_n^2 > 0,666$  критерия. Для сравнения пунктирной кривой показан исходный спектр масс больших 1,25 ГэВ/с<sup>2</sup>.

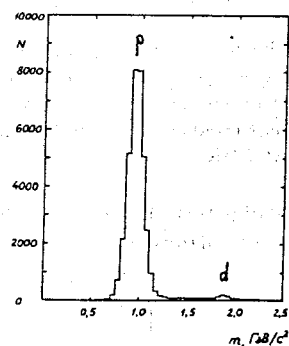


Рис.6: Спектр масс вторичных частиц, полученный с учетом данных от первой пары сцинтилляционных счётчиков

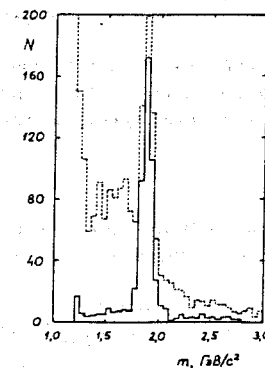


Рис.7: Спектр масс вторичных частиц: 1) для масс, больших 1,25 ГэВ/с<sup>2</sup> (пунктирная гистограмма); 2) для событий с  $\omega_n^2 > 0,666$  (сплошная гистограмма)

2. В другом опыте на спектрометре МАСПИК при бомбардировке ядрами  $^4He$  с импульсом 4,5 ГэВ/с/нуклон таких же мишеней, что и в первом опыте, измерялся импульсный спектр вторичных заряженных частиц в интервале 5 - 15 ГэВ/с. Основной вклад в спектр в этой области вносили "однозарядные" частицы (протоны -  $p$ , дейтроны -  $d$  и тритий -  $t$ ), примесь "двузарядных" частиц (ядер  $^3He$  и  $^4He$ ) не превышала 0,1%. В дополнение к указанным выше величинам для идентификации частиц измерялись их ионизационные потери энергии в пяти сцинтилляционных счетчиках основного плеча спектрометра.

На рис. 8 представлено распределение амплитуд выходных импульсов для одного из сцинтилляционных счетчиков. Это распределение имеет наиболее вероятную амплитуду  $A_{mp}$  и вызвано в основном регистрацией однозарядных частиц. В области  $\sim 4A_{mp}$  можно ожидать проявления единичных событий, вы-



званных регистрацией двузарядных частиц. Для их выделения использовался односторонний критерий согласия  $\omega_n^3$ . В качестве нулевой гипотезы бралось распределение Ландау; события, вызванные регистрацией двузарядных частиц, выделялись в критической области критерия  $\omega_5^3$ .

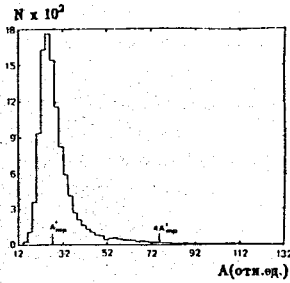


Рис. 8: Распределение амплитуд выходных импульсов для одного из пяти сцинтилляционных счетчиков спектрометра МАСПИК

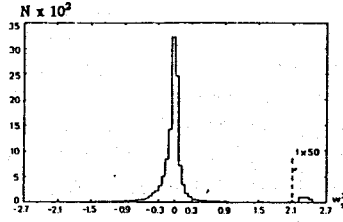


Рис. 9: Распределение случайных величин  $\omega_n^3$ , полученное в результате обработки амплитуд выходных импульсов от пяти сцинтилляционных счетчиков спектрометра МАСПИК

На рис. 9 приведено полученное в результате обработки 11094 событий распределение случайных величин  $\omega_n^3$ , вычислявшихся по формуле

$$\omega_n^3 = -\frac{\sqrt{n}}{8} \sum_{i=1}^n \left[ 2\Phi(\lambda_i) - \frac{2i-1}{n} \right] \left\{ \left[ 2\Phi(\lambda_i) - \frac{2i-1}{n} \right]^2 + \frac{1}{n^2} \right\},$$

здесь  $n = 5$  – объем выборки, равный числу счетчиков,  $\Phi(\lambda)$  – функция распределения Ландау,  $\lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_5$  – упорядоченная выборка (вариационный ряд) величин

$$\lambda_i = \frac{A_i - A_{mp}^i}{\xi_i} - 0,225,$$

где  $A_i$  – амплитуда выходного импульса с ФЭУ  $i$ -го сцинтилляционного счетчика,  $A_{mp}^i$  – приведенное значение наиболее вероятной амплитуды импульса в случае регистрации однозарядной частицы,  $\xi_i \approx 0,25$  FWHM для распределения в  $i$ -ом счетчике. Всего в критической области было выделено 7 событий (ответвляющих регистрации  ${}^3\text{He}$  или  ${}^4\text{He}$ ).

Для идентификации однозарядных частиц ( $p$ ,  $d$  и  $t$ ) использовались два измерения их времен пролета, с помощью которых вычислялись массы  $m_1$  и  $m_2$ . На рис. 10 приведен спектр масс однозарядных частиц, зарегистрированных основным плечом спектрометра. Массы  $m_1$  и  $m_2$  далее преобразовывались таким образом, чтобы распределения дейтронов можно было аппроксимировать функцией плотности  $N(0,1)$ . Затем каждая пара масс подвергалась обработке при помощи двустороннего критерия  $\omega_n^3$ . На рис. 11 приведено соответствующее распределение величин  $\omega_2^3$ .

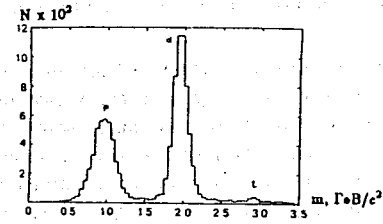
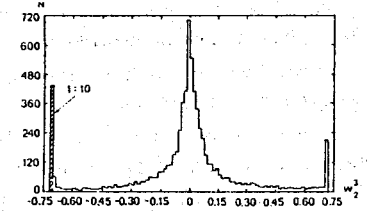


Рис. 10: Спектр масс однозарядных частиц, зарегистрированных в основном плече спектрометра МАСПИК

Рис. 11: Распределение случайных величин  $\omega_n^3$ , полученное в результате обработки спектров масс однозарядных частиц, измеренных с помощью двух пар времяпролетных сцинтилляционных счетчиков в основном плече спектрометра МАСПИК



В критических областях выделены протоны ( $\omega_2^3 < -0,66$ ) и тритий ( $\omega_2^3 > 0,66$ ). На рис. 12 пунктирной гистограммой изображен спектр масс однозарядных частиц, отвечающий событиям с  $\omega_2^3 > 0,66$  – пунктирная гистограмма; сплошной гистограммой представлен результат повторной обработки указанных событий с помощью критерия  $\omega_n^3$

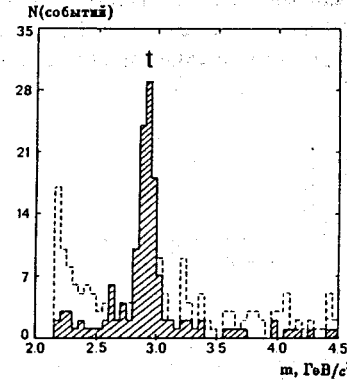


Рис. 12: Спектр масс однозарядных частиц, отвечающий событиям с  $\omega_2^3 > 0,66$  – пунктирная гистограмма; сплошной гистограммой представлен результат повторной обработки указанных событий с помощью критерия  $\omega_n^3$

тритий, отвечающий событиям с  $\omega_5^3 > 0,66$ ; штрихованной гистограммой представлен результат повторной обработки указанных событий с помощью критерия  $\omega_5^3$ . Рисунок демонстрирует четкое выделение частиц трития с помощью примененного метода.

Сравнение критериев  $\omega_5^3$  с традиционными методами статистического анализа измерений с многослойных детекторов и методом отношения функций правдоподобия (ОФП) проводилось на основе моделирования распределений в за-



даче идентификации протонов и заряженных пионов с энергией 100 ГэВ в потоках космических лучей<sup>5</sup> (см. рис. 19).

Использовались методы  $\omega_n^1$ ,  $\omega_n^2$  и  $\omega_n^3$ , метод ОФП, а также следующие традиционные методы: метод отбора по минимальной амплитуде, метод усреднения импульсов со всех детекторов с предварительным отбросом больших амплитуд, метод подсчета числа детекторов, импульсы с которых не превышают заранее выбранной величины. Проведенное сравнение показало, что метод  $\omega_n^3$  превосходит как все рассмотренные традиционные методы, так и методы на основе критериев  $\omega_n^1$  и  $\omega_n^2$  и уступает в мощности, хотя и очень незначительно, методу ОФП, обладая по сравнению с ним рядом важных преимуществ:

- 1) результаты, полученные при помощи метода ОФП носят качественный характер, в то время как, для метода  $\omega_n^3$  они обоснованы количественно;
- 2) для применения метода ОФП необходимы плотности обоих распределений, а для метода  $\omega_n^3$  требуется плотность только одного из распределений;
- 3) метод ОФП применим для частного случая двух распределений, а метод  $\omega_n^3$  позволяет выделять вклады любого числа парциальных распределений путем их последовательного исключения из анализируемого спектра.

### 3. Эксперимент по изучению подпорогового рождения $K^+$ -мезонов.

На установке " $0^0$  Facility" планируется изучение подпорогового рождения  $K^+$ -мезонов в соударениях протонов с легкими ядрами ( $^2H, ^{12}C$ ) путем проведения инклюзивных и эксклюзивных измерений дифференциальных сечений на ускорителе COSY<sup>6</sup> (Julich, Germany), позволяющем ускорять легкие ядра (от водорода до серы) до импульсов от 270 до 3300 МэВ/с.

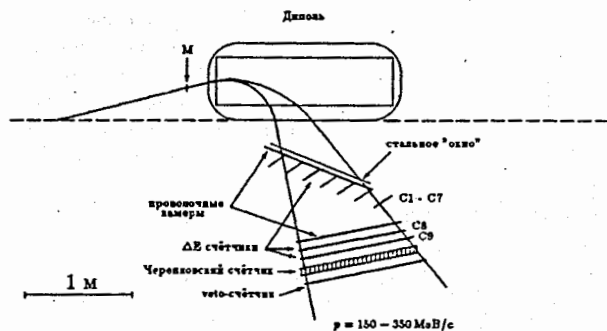


Рис. 13: Схема экспериментальной установки " $0^0$  Facility"

Схема установки представлена на рис. 13, где точкой  $M$  обозначено положение

<sup>5</sup>P.V.Ramaha Murty and G.D.Demeester: "The Use of Gas Proportional Counters to Distinguish Protons and Pions in the Cosmic Radiation at the Energies of Near or Greater than 100 Gev". Nucl. Instr. and Meth., 1967, 56, p.93.

<sup>6</sup>W.Borgs et al.: "Proposal for  $K^+$ -Meson Spectroscopy with " $0^0$  Facility" at TP2 in COSY".

ние тонких мишеней. Экспериментально необходимо решить задачу практически однозначной идентификации  $K^+$  в условиях подавляющего фона от  $\pi^+$ : по оценкам отношение  $N_{K^+}/N_{\pi^+} \approx 10^{-5}$ . Для отработки алгоритмов отбора исследуемых процессов использовалась программа, моделирующая процессы рождения вторичных частиц, их прохождение через установку и регистрацию детекторами. Для частиц, попавших в установку, фиксировались:

- а) два времени пролета между "гребенкой" сцинтилляционных счетчиков C1-C7 и счетчиками C8 и C9;
- б) ионизационные потери энергии в счетчиках C8 и C9.

На первом этапе классификация событий проводилась по измерениям потерь энергии в счетчиках C8 и C9 с использованием метода отбора по минимальной амплитуде, что позволило добиться подавления фона в  $2 \cdot 10^3$  раз. На втором этапе к спектрам масс отобранных частиц был применен критерий  $\omega_n^3$ . Окончательный спектр масс  $K^+$ -мезонов представлен на рис. 14. Примесь пионов среди выделенных частиц составила около 14%.

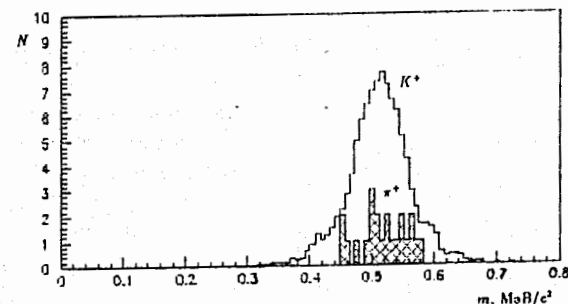


Рис. 14: Спектр масс вторичных частиц, попавших в допустимую область критерия  $\omega_n^3$  с уровнем значимости  $\alpha = 0,04$

В пятой главе диссертации обобщаются свойства непараметрических критериев согласия, дается краткая информация о многомерных нейронносетевых классификаторах, проводится сравнительный анализ их мощностей и даются рекомендации по их совместному использованию.

Обобщая интегральную форму представления статистик  $\omega_n^1$ ,  $\omega_n^2$  и  $\omega_n^3$ , можно записать

$$\omega_n^k = \int_0^1 v_n^k(t) dt = n^{\frac{k}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} [S_n(x) - F(x)]^k dF(x), \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Алгебраическое выражение для статистик  $\omega_n^k$  имеет вид:

$$\omega_n^k = -\frac{\sqrt{n}}{k+1} \sum_{i=1}^n \left\{ \left[ \frac{i-1}{n} - F(x_i) \right]^{k+1} - \left[ \frac{i}{n} - F(x_i) \right]^{k+1} \right\}.$$

Обозначив через  $y_i = F(x_i)$ ,  $y_i \in [0, 1]$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , получим

$$\omega_n^k = -\frac{\sqrt{n}}{k+1} \sum_{i=1}^n \left[ \left( \frac{i-1}{n} - y_i \right)^{k+1} - \left( \frac{i}{n} - y_i \right)^{k+1} \right].$$

Введем переменную  $z_n^k = \omega_n^k - R_n^k$ , где  $R_n^k$  – минимальное значение случайной величины  $\omega_n^k$ .

$$R_n^k = \begin{cases} -\frac{n^{\frac{k}{2}}}{k+1} & \text{для нечётных } k, \\ \frac{1}{2^{k \frac{n^{\frac{k}{2}}}{k+1}}} & \text{для чётных } k, \end{cases}$$

а максимальное значение величины  $\omega_n^k$  равно

$$\{\omega_n^k\}_{max} = \frac{n^{\frac{k}{2}}}{k+1} \text{ для любых } k.$$

Случайная величина  $z_n^k$  принимает значения на отрезке  $[0, \{\omega_n^k\}_{max} - R_n^k]$ , а соответствующая ей функция распределения  $F(z)$  равна нулю на  $(-\infty, 0)$ . Для такой функции верно соотношение

$$F(h) \leq \frac{h}{\lambda} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{hk\pi}{\lambda}}{k} Re \left[ \Phi \left( \frac{k\pi}{\lambda} \right) \right] \leq F(h) + [1 - F(\lambda)],$$

где  $0 < h < \lambda$ , которое позволяет, вычислив численно характеристическую функцию  $\Phi(t)$  величины  $z_n^k$  для произвольного  $t$ , определить функцию распределения  $F(h)$ . Значения функции  $F(h)$  вычислялись с переменным шагом  $\Delta h$ , который подбирался таким образом, чтобы  $F(h + \Delta h) - F(h) \approx 0,001$ . Затем эти величины преобразовывались в значения функции распределения  $F_n^k(x)$  статистики  $\omega_n^k$  согласно соотношению  $F(h) = 1 - F_n^k(x)$ , где  $x = R_n^k - h$ , и использовались для определения процентных точек. Таблицы процентных точек  $\omega_n^k$  – распределения для  $k = 1(1)5$  и  $n = 1(1)10$  приведены в приложении диссертации.

В последнее время искусственные нейронные сети находят широкое применение в методике физического эксперимента<sup>7</sup>. Они используются как для построения интеллектуальных триггеров высокого уровня, позволяющих проводить эффективную дискриминацию фона в реальном эксперименте, так и в задачах обработки экспериментальных данных таких, как распознавание треков, восстановление масс, идентификация вторичных вершин и др.

Наибольшее распространение получила многослойная feed – forward сеть – многослойный перцептрон (МСП). Такая сеть состоит из нескольких слоев: входного, на который подаются анализируемые данные, одного или нескольких скрытых и выходного, с которого снимается результат. Архитектура сети приведена на рис. 15. Через  $x_k, h_j$  и  $y_i$  обозначены, соответственно, входные, скры-

<sup>7</sup>В. Denby: "Tutorial on Neural Networks Applications in High Energy Physics: A 1992 Perspective". In Proc. of the Second International Workshop on "Software Engineering, Artificial Intelligence and Expert Systems in High Energy Physics". January 13-18, 1992 L'Agelaud France-Telecom La Londe-les-Maures (France). New Computing Techniques in Physics Research II, edited by D. Perret-Gallix, World Scientific, 1992, p. 287.

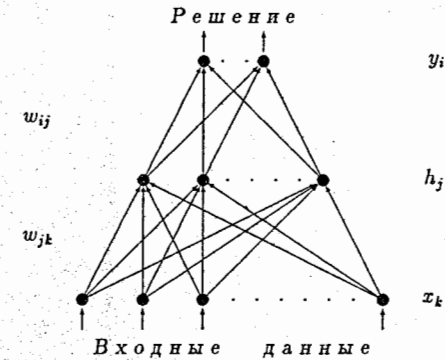


Рис. 15: Архитектура многослойного перцептрона с одним скрытым слоем

тые и выходные нейроны;  $\omega_{jn}$  – веса связей входных нейронов со скрытыми,  $\omega_{ij}$  – веса связей скрытых нейронов с выходными. На входы скрытых и выходных нейронов подаются, соответственно, сигналы  $a_j = \sum_k \omega_{jk} x_k$  и  $a_i = \sum_j \omega_{ij} h_j$ ; величины сигналов с выходов этих нейронов определяются из соотношений

$$h_j = g(a_j/T) + \theta_j, \quad y_i = g(a_i/T) + \theta_i,$$

где  $g(a, T)$  – переходная функция,  $T$  – “температура”, задающая ее наклон,  $\theta$  – порог срабатывания нейрона. В качестве  $g(a, T)$  чаще всего используются сигмоидные функции, например, вида  $g(a, T) = \tanh(\frac{a}{T})$ . Настройка сети (вычисление весов и порогов) на конкретную задачу реализуется путем ее обучения, для чего чаще всего используется алгоритм back-propagation, представляющий собой модификацию метода градиентного спуска.

Применение МСП для отбора событий со вторичной вершиной.

В настоящее время в рамках коллаборации DISTO<sup>8</sup> ведется подготовка эксперимента по изучению спиновых эффектов в реакции  $pp \rightarrow pK^+Y$  на пучке поляризованных протонов ускорителя Сатурн (Сакле, Франция). В этих опытах основное внимание уделяется изучению реакций  $pp \rightarrow pK^+\Lambda^0$ ,  $pp \rightarrow pK^+\Sigma^0$ . Для отбора указанных процессов в условиях доминирующего фона, в частности, от канала  $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-$  используется то обстоятельство, что  $\Lambda^0$  имеет время жизни  $\sim 10^{-10}$  сек, т.е. до распада она может сместиться от первичной вершины на несколько см. Гиперон  $\Sigma^0$  распадается по каналу  $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 \gamma$  со временем жизни  $7 \times 10^{-20}$  сек и может быть идентифицирован по распаду  $\Lambda^0$ .

На рис. 16 представлена схема события, связанная с рождением и распадом  $\Lambda^0$ - частицы. Здесь же указаны те величины, связанные с отдельным треком, которые используются в качестве базиса для распознавания событий со вторичной вершиной:  $D_z$  – расстояние от начала системы координат до точки пересече-

<sup>8</sup>J. Arvieux et al.: DISTO Collaboration, 1991, Proposal 213 at SATURNE.

чения треком оси пучка,  $\Phi$  – угол между направлением трека и осью пучка (в  $YOZ$ -проекции<sup>9</sup>).

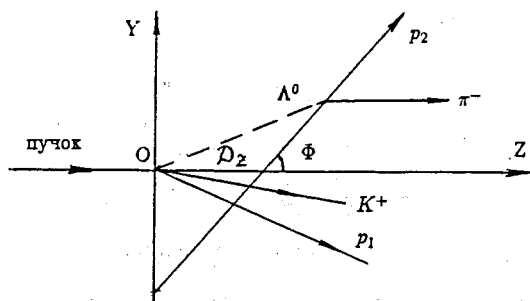


Рис. 16: Геометрия события, связанная с рождением и распадом  $\Lambda^0$ -частицы

Перейдем к моментным функциям от переменных  $D_z$  и  $\Phi$ :

$$\xi_{02} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (D_z - \bar{D}_z)^2 \quad \text{и} \quad \xi_{11} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\Phi - \bar{\Phi})(D_z - \bar{D}_z),$$

где  $\bar{D}_z$  и  $\bar{\Phi}$  – средние  $D_z$  и  $\Phi$  (задавались равными нулю), а  $N$  – число треков рассматриваемого типа. На рис. 17а и 17б представлены совместные распределения случайных величин  $\xi_{02}$  и  $\xi_{11}$  для фоновых событий, которые приведены практи-

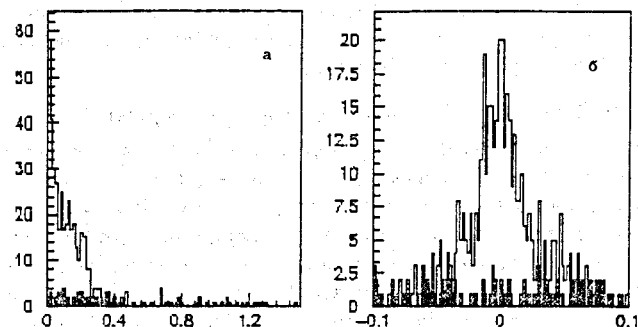


Рис. 17: Распределения случайных величин  $\xi_{02}$  (а) и  $\xi_{11}$  (б) для фоновых и части сигнальных (штрихованная гистограмма) событий, попавших в область фона

чески полностью, и тех сигнальных событий (на рисунках они заштрихованы), которые попали в область фоновых событий. Оба сорта событий генерировались

<sup>9</sup>Т.к. влияние магнитного поля на заряженные частицы в вертикальной  $YOZ$ -плоскости пренебрежимо мало, а траектории частиц в этой проекции близки к прямолинейным, то это упрощает их поиск и определение параметров в реальном времени эксперимента.

с помощью программы, моделирующей работу физической установки в реальном эксперименте.

Для классификации событий по различию распределений в пространстве переменных  $\xi_{02}$  и  $\xi_{11}$  использовалась многослойная сеть с прямоточной структурой из пакета JETNET 2.0<sup>10</sup>. Сеть имела следующие параметры:

- число слоев: 3,
- число нейронов на входе: 2,
- число нейронов в скрытом слое: 8,
- число выходных нейронов: 1.

На этапе обучения сети для вычисления весов связей между нейронами и порогов использовался алгоритм **back-propagation**.

При тестировании сети тип события определялся по величине выходного сигнала  $y$ : если она не превышала некоторое пороговое значение  $y_g$ , то событие считалось фоновым, в противном случае – от распада  $\Lambda^0$ . На рис. 18 приведены кривые зависимости величины накопленной вероятности  $F(y) = \text{Pr}\{y < y_g\}$  для событий от распада  $\Lambda^0$  и зависимости  $1 - F(y)$  для фоновых событий. Видно, что, задав  $y_g \approx 0,8$ , можно добиться практически полной дискриминации фона.

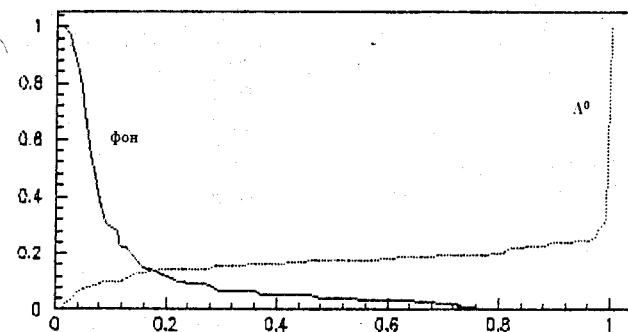


Рис. 18: Кривые зависимости величины накопленной вероятности  $F(y) = \text{Pr}\{y < y_g\}$  для событий от распада  $\Lambda^0$  и зависимости  $1 - F(y)$  для фоновых событий

Сравнение критериев  $\omega_n^k$  и многослойных перцептронов.

Сравнение мощностей классификаторов на основе критериев  $\omega_n^k$  и многослойных перцептронов проводилось для двух примеров, в которых многомерные события генерировались методом Монте-Карло. В первом случае рассматривалась задача по разделению протонов и заряженных пионов с энергией 100 ГэВ, регистрируемых многодетекторным телескопом:  $n = 6$  – число детекторов.

<sup>10</sup>L.Lönnblad et al.: "Pattern Recognition in High Energy Physics with Artificial Neural Networks – JETNET2.0". LU TP 91-18, 1991.

Суммарное распределение ионизационных потерь энергии в одном из детекторов показано на рис. 19.

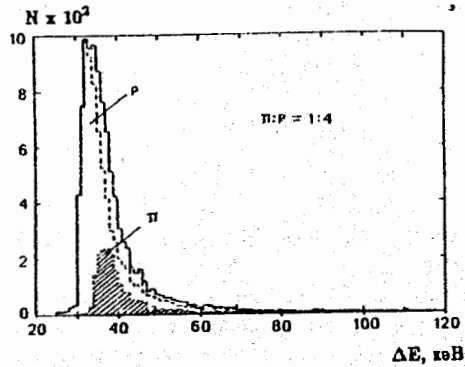
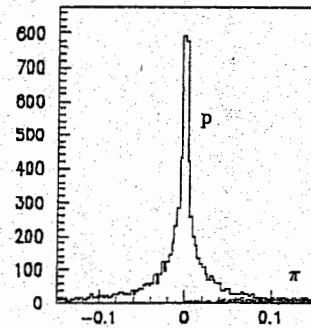


Рис. 19: Суммарное распределение ионизационных потерь энергии для 100 ГэВ-ных протонов и пионов в отдельном детекторе (сплошная гистограмма); вклад от протонов – пунктирная гистограмма, вклад от пионов – заштрихованная гистограмма

Для разделения протонов и пионов использовался односторонний критерий  $\omega_n^k$  с  $n = 6$  и  $k = 5$ , т.к. в данном случае с ростом  $k$  мощность критерия должна быть выше, чем у критерия  $\omega_n^3$ . На рис. 20 представлено соответствующее распределение величин  $\omega_n^5$ .

Рис. 20: Распределение случайных величин  $\omega_n^5$ , полученное в результате обработки сгенерированных событий; "чистая" гистограмма отвечает протонам, распределение от пионов выделено штриховкой



Повторное применение критерия  $\omega_n^5$  к событиям, выделенным в критической области, позволило добиться разделения частиц, при котором ошибки I-го и II-го рода соответственно составили 6,6% и 6,4%. Этот результат практически совпадает с результатом, полученным с помощью метода ОФП.

Используемая здесь нейронная сеть содержала 6 входных нейронов (равное числу детекторов), 16 нейронов в скрытом слое и 1 выходной нейрон. При обучении сети полагалось, что для протонных событий сигнал на выходе сети должен быть равен -1, а для пионных – +1. Использование в качестве входных данных для МСП случайной выборки, образованной из ионизационных потерь энергии, показало, что обучение сети идет медленно и не удается достичь максимальной мощности. Ситуация резко меняется, когда входные данные, также как и для критерия  $\omega_n^k$ , представляются в виде упорядоченной выборки – вариационного ряда.

Наблюдается эффект "мгновенного" обучения сети и очень быстро достигается мощность, отвечающая байесовскому пределу<sup>11</sup>. На рис. 21 приведены спектры выходных сигналов МСП в случае обработки смеси из протонных и пионных событий, отношение вкладов которых составляло 4:1.

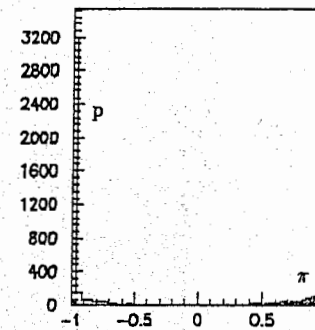


Рис. 21: Спектры величин выходных сигналов нейронной сети, полученные в результате обработки сгенерированных событий: "чистая" гистограмма – протонные события, штрихованная гистограмма – пионные события

Анализ показал, что ошибки I-го и II-го рода составили соответственно 6,8% и 6,9%, что близко к результату, достигнутому с помощью критерия  $\omega_n^k$ .

Во втором примере решалась задача классификации событий, представляющих собой выборки объема  $n = 6$  из двух одномерных гауссианов с одинаковыми средними, но разными дисперсиями (см. рис. 22). Для данной задачи целесооб-

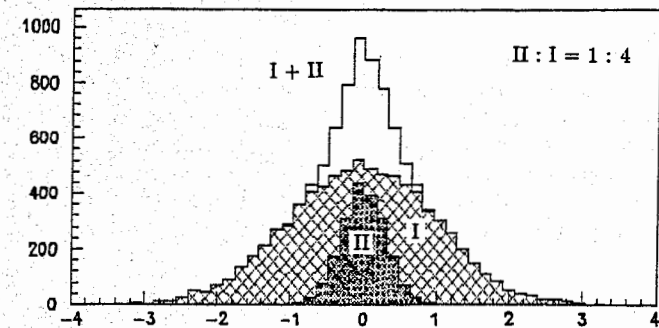


Рис. 22: Суммарное распределение для смеси выборок из двух одномерных гауссианов с одинаковыми средними и разными дисперсиями; вклады от I-го и II-го гауссианов выделены соответствующей штриховкой

разно применение двустороннего критерия  $\omega_n^k$  с четными  $k$  (взято  $k = 4$ ). На рис. 23 приведено результирующее распределение величин  $\omega_n^4$ . Повторное при-

<sup>11</sup> Анализ причин такого поведения сети в случае выбора входных данных в форме вариационного ряда дается в работе А.Ю.Бонюшкиной, П.В.Зрелова и В.В.Иванова "Об одном выборе входных данных для многослойного перцептрона" (готовится к печати).

менение критерия  $\omega_6^4$  позволило достичь уровня разделения частиц, при котором ошибки I-го и II-го рода составили 8,4% и 13,0%.

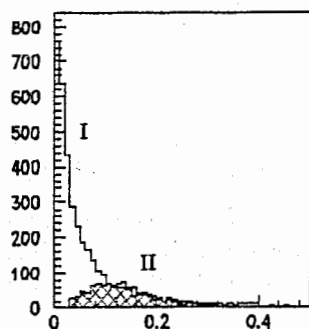
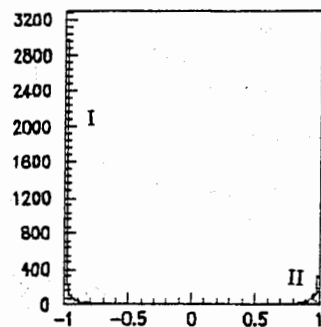


Рис. 23: Распределения случайных величин  $\omega_6^4$ , полученные в результате обработки сгенерированных событий; "чистая" гистограмма – события от I-го распределения, штрихованная гистограмма – события от II-го распределения

В этом примере, также как и для критерия  $\omega_6^4$ , на вход нейронной сети подавалась выборка, приведенная к вариационному ряду. Этим было достигнуто быстрое обучение сети и высокая мощность разделения классифицируемых событий: ошибки I-го и II-го рода составили 4,0% и 4,1%. На рис. 24 приведены спектры выходных сигналов МСП, полученные в результате обработки событий из смеси от I-го и II-го гауссианов.

Рис. 24: Спектры величин выходных сигналов нейронной сети, полученные в результате обработки сгенерированных событий: "чистая" гистограмма – события от I-го гауссиана, штрихованная гистограмма – события от II-го гауссиана



Результаты сравнительного анализа классификаторов на основе критериев согласия  $\omega_n^k$  и многослойных перцептронов можно просуммировать следующим образом:

- 1) Критерии согласия  $\omega_n^k$  удобно использовать для классификации событий, отвечающим разным гипотезам, в том случае, когда известны параметры одного из распределений, чаще всего доминирующего.
- 2) Для применения МСП необходима информация о всех распределениях, образующих экспериментальный спектр, т.к. на этапе обучения сети нужно задавать, к какому из распределений относится текущее событие. Поэтому перед

их применением можно выделить парциальные распределения из результирующего спектра с помощью критериев  $\omega_n^k$ .

3) Многослойный перцептрон позволяет достичь мощности, близкой к предельной, если классификация событий проводится в пространстве эффективных переменных, в частности, когда входные данные представляются в форме вариационного ряда. Однако при этом всегда следует иметь в виду, что результаты, получаемые с помощью нейронной сети, носят качественный характер, в то время как для критериев  $\omega_n^k$  они обоснованы количественно.

4) Имеющиеся аппаратные реализации быстродействующих нейронных сетей рассматриваемого типа, а также возможность быстрого перехода к эффективным переменным позволяют строить мощные высокопроизводительные классификаторы для анализа многомерных данных как в реальном времени эксперимента, так и при массовой обработке накопленной информации.

## 8. Основные результаты и выводы

В диссертации разработан единый подход к обработке экспериментальных данных на основе непараметрических интегральных критериев согласия и искусственных нейронных сетей в задачах физики промежуточных и высоких энергий, в том числе

- Исследованы основные свойства новой непараметрической статистики  $\omega_n^3$ , представимой в виде интеграла от третьей степени эмпирического процесса. На ее основе построены одно- и двухсторонние критерии согласия и изучены их свойства. Показано, что эти критерии устойчивы, а по отношению к односторонним альтернативным гипотезам также состоятельны и несмещены. С помощью Монте-Карло эксперимента и с применением систем аналитических вычислений исследовано поведение мощности критерия  $\omega_n^3$  для разных типов альтернативных гипотез в случае малых и больших объемов эмпирических выборок. Показана эффективность применения одностороннего критерия  $\omega_n^3$  при односторонних альтернативных гипотезах, определен класс задач, для которых целесообразно использование двухстороннего критерия  $\omega_n^3$ .
- Получен алгебраический вид статистик  $\omega_n^k$ , представимых в виде интеграла от  $k$ -й степени эмпирического процесса. Построен обобщенный метод численного определения функций распределения для статистик такого типа в случае малых  $k$  и  $n$ . С его помощью с высокой точностью вычислены таблицы процентных точек для  $k = 1(1)5$  и  $n = 1(1)10$  и проведено их сопоставление с известными табличными данными для  $k = 1, 2, 3$ . Выполнен сравнительный анализ критериев  $\omega_n^k$  для  $k = 1(1)5$  по мощности.
- На основе критерия Смирнова – Крамера – Мизеса предложен эффективный метод селекции редких событий в случае анализа распределений, отвечающих измерениям времени пролета одновременно двумя различными

системами. Он позволил надежно выделить вторичные дейтроны, образуемые в соударениях дейтронов высокой энергии с ядерными мишенями на спектрометре МАСПИК. Показано, что при работе с малыми выборками необходимо использовать таблицы процентных точек функции распределения, отвечающие конкретной выборке. Применение для этих целей асимптотической функции приводит к трудностям в классификации событий из-за ошибки в определении уровня значимости.

- На основе критерия согласия  $\omega_n^3$  разработан метод идентификации релятивистских заряженных частиц. Он применен для идентификации вторичных заряженных частиц от фрагментации  $\alpha$ -частиц высокой энергии на ядрах мишени, что позволило надежно выделить процессы, в том числе и редкие, связанные с регистрацией различных одно- и дву-зарядных частиц. Сравнение критерия  $\omega_n^3$  с традиционными методами идентификации заряженных частиц, а также с критерием  $\omega_n^2$ , показало его преимущество в мощности по отношению к большинству традиционных методов и методу на основе критерия  $\omega_n^2$ . Новый метод уступает, хотя и незначительно, наиболее мощному в случае простых гипотез методу отношения функций правдоподобия, однако обладает по сравнению с последним рядом преимуществ.
- С помощью Монте-Карло эксперимента разработана методика отбора редких событий, связанных с рождением подпороговых  $K^+$ -мезонов на ускорителе *COSY (Juliech, Germany)*. Показана принципиальная возможность надежного выделения подпороговых  $K^+$ -мезонов путем последовательного применения метода отбора по минимальному импульсу и метода на основе критерия согласия  $\omega_n^3$ .
- В рамках готовящегося эксперимента DISTO (Сатурн, Сакле) изучен вопрос идентификации редких процессов, связанных с рождением лямбда-или сигма-частиц и их распадам, приводящим к наличию вторичной вершины в событии. Предложены новые переменные, позволяющие проводить эффективную селекцию сигнальных событий; для их применения не требуется проводить геометрической реконструкции события (с целью поиска первичной и вторичной вершин), а также нет острой необходимости использовать для классификации событий нейронную сеть. Однако, если воспользоваться дополнительно нейронной сетью, можно добиться почти полной дискриминации фона.
- Изучена возможность совместного использования интегральных непараметрических критериев согласия и многослойных перцептронов в задачах многомерного анализа экспериментальных данных для случаев, когда рассматриваемые распределения представляют собой измерения одних и тех же физических величин одновременно несколькими детекторами экспериментальной установки. Проведен сравнительный анализ мощностей классификаторов на основе критериев согласия  $\omega_n^k$  и многослойных перцептронов,

показавший, что последние обеспечивают мощность, близкую к предельной при условии, если идентификация событий проводится в пространстве эффективных переменных. Впервые предложено в качестве входных данных для многослойного перцептрона использовать (также как и в случае непараметрических статистик  $\omega_n^k$ ) выборки нормированных случайных величин из анализируемых распределений, приведенные к вариационному ряду.

Показано, что совместное использование критериев согласия  $\omega_n^k$  и многослойных перцептронов дает исследователю удобный и эффективный инструмент для многомерного анализа данных как в реальном времени эксперимента, так и при обработке накопленной информации.

Разработанные в диссертации методы, алгоритмы и программное обеспечение использовались:

- а) для накопления и статистической обработки экспериментальных данных, полученных на синхрофазотроне ОИЯИ с помощью спектрометра МАСПИК;
- б) для подготовки проекта эксперимента на ускорителе *COSY (Juliech, Germany)*;
- в) для разработки системы триггера II-го уровня в эксперименте DISTO (Сатурн, Сакле).

С их помощью, в частности, были получены новые физические результаты, объясняющие механизмы реакций  $A(d, p)X$  и  $A(d, d)X$  при 9 ГэВ/с в области больших поперечных импульсов вторичных протонов и дейтронов, механизмы образования дибарионных резонансов в реакции  $d + p \rightarrow p + d^*$  и возбуждения нуклонных резонансов в реакции  ${}^1H(d, d)N^*$  под углами 0,103 рад и 0,139 рад при 9 ГэВ/с и др.

Таким образом, в диссертации существенно развито важное и перспективное направление прикладной математической статистики и искусственного интеллекта, связанное с задачами многомерного анализа данных физического эксперимента. Разработанные методы позволяют существенно сократить время, необходимое для проведения эксперимента, ускорить процесс обработки накопленной информации и повысить качество физических результатов.

Основные результаты опубликованы в следующих работах:

1. Л.С.Ажгирей, ..., В.В.Иванов и др.: "Программное обеспечение эксперимента на магнитном спектрометре с проволочными искровыми камерами". Сообщения ОИЯИ, P1-10013, Дубна, 1976; В кн.: Всесоюзное совещание по автоматизации научных исследований в ядерной физике. Тезисы докладов. Изд.ИЯФ УССР, Киев, 1976, стр.153.
2. Л.С.Ажгирей, ..., В.В.Иванов и др.: "Программы обработки событий в эксперименте на магнитном спектрометре с проволочными искровыми камерами". Сообщения ОИЯИ, P1-10014, Дубна, 1976.

3. Л.С.Ажгирей, ..., В.В.Иванов и др.: "Исследование ядерных процессов при релятивистских энергиях с помощью магнитного спектрометра с проволочными камерами на линии с ЭВМ". В кн.: Аннотации к проектам экспериментов и установок в области физики высоких энергий, осуществляемых в ОИЯИ. ОИЯИ, Дубна, 1977, с.193-202.
4. L.S.Azhgirey, ..., V.V.Ivanov et al.: "The Structure of the High-Momentum Parts of the Deuteron Spectra from  $d-d$  Collisions at 4.3, 6.3 and 8.9 GeV/c". JINR Preprint, E1-11206, Dubna, 1978; Nuclear Physics, A305(1978) 397-403.
5. И.К.Вэоров, В.В.Иванов: "Библиотека подпрограмм для работы с одномерными и двумерными статистическими распределениями на ЭВМ ЕС-1010". Сообщения ОИЯИ, 10-11452, Дубна, 1978.
6. Л.С.Ажгирей, И.К.Вэоров, В.В.Иванов: "Организация обработки информации, полученной в экспериментах на магнитном спектрометре с проволочными искровыми камерами". Труды Международного совещания по программированию и математическим методам решения физ.задач. Дубна, 1977. Д10,11-11264, Дубна, 1978, стр.441-444.
7. Л.С.Ажгирей, И.К.Вэоров, В.В.Иванов: "Система программ обработки информации, накопленной в экспериментах на магнитном спектрометре с проволочными искровыми камерами". Сообщения ОИЯИ, P10-12655, Дубна, 1979.
8. L.S.Azhgirey, ..., V.V.Ivanov et al.: "A Search for the Deuteron Knockout from Carbon Nuclei by 4.3 GeV/c Protons". JINR Preprint, E1-11545, Dubna, 1978; Ядерная физика, т.28, вып.4(10), 1978, стр.1017-1020.
9. И.К.Вэоров, В.В.Иванов: "Система гистограммирования для ЭВМ ЕС-1010". Препринт ОИЯИ, P10-80114, Дубна, 1980; В кн.: Пакеты прикладных программ: Вычислительный эксперимент. М.: Наука, 1983, стр. 118-129.
10. Л.С.Ажгирей, ..., В.В.Иванов и др.: "Электронная аппаратура установки МАСПИК на линии с ЭВМ". Труды X Международного симпозиума по ядерной электронике. Дрезден, 1980, стр. В39-В44.
11. В.В.Иванов: "Математическое обеспечение экспериментов по измерению импульсных спектров вторичных частиц от взаимодействий протонов и дейтронов с ядрами". Автореферат диссертации на соискание степени канд. физ.-мат. наук, ОИЯИ, 10-80-734, Дубна, 1980.
12. Л.С.Ажгирей, ..., В.В.Иванов и др.: "Двулучевой магнитный спектрометр для исследований в области релятивистской ядерной физики (установка МАСПИК-2)". В кн.: "Труды совещания по исследованиям в обла-

сти релятивистской ядерной физики". ОИЯИ, Д2-82-568, Дубна, 1982, стр.83-91.

13. Л.С.Ажгирей, ..., В.В.Иванов и др.: "Система измерения времени пролёта в магнитном спектрометре с проволочными камерами". Препринт ОИЯИ, P1-85-749, Дубна, 1985.
14. Л.С.Ажгирей, ..., В.В.Иванов и др.: "Идентификация частиц по времени пролёта в магнитном спектрометре МАСПИК". В кн.: Труды XII Международного симпозиума по ядерной электронике. ОИЯИ, Д13-85-793, Дубна, 1985, с.314-318.
15. Л.С.Ажгирей, ..., В.В.Иванов и др.: "Измерения пространственного распределения магнитного поля электромагнита СП12А". Сообщения ОИЯИ, 13-86-52, Дубна, 1986.
16. П.В.Зрелов, В.В.Иванов: "Функции распределения статистики Смирнова-Крамера-Мизеса для малых выборок". Препринт ОИЯИ, P10-86-547, Дубна, 1986.
17. Л.С.Ажгирей, ..., В.В.Иванов и др.: "Исследование реакций  $A(d,p)X$  при 9 ГэВ/с в области больших поперечных импульсов протонов". Препринт ОИЯИ, P1-86-729, Дубна, 1986; Ядерная физика, т.46, вып.4(10), 1986, стр.1134-1141.
18. Л.С.Ажгирей, ..., В.В.Иванов и др.: "Аннотация проекта "Модернизация и развитие автоматизированного двулучевого магнитного спектрометра МАСПИК". В кн.: "Аннотации проектов создания, развития или модернизации экспериментальных установок и измерительно-вычислительных комплексов лабораторий Объединенного Института Ядерных Исследований в 1986-1990 годах". ОИЯИ, СМ11-4264 Дубна, 1986, стр.90-95.
19. В.Ф.Борейко, ..., В.В.Иванов и др.: "Устройство временной привязки для больших сцинтилляционных счетчиков". Препринт ОИЯИ, 13-86-362, Дубна, 1986; "Приборы и техника эксперимента", N5, с.87-90, 1987.
20. Л.С.Ажгирей, ..., В.В.Иванов и др.: "Возбуждение нуклонных резонансов в глубоко-неупругом дейтрон-ядерном рассеянии". Труды III Симпозиума "Нуклон-нуклонные и адрон-ядерные взаимодействия при промежуточных энергиях". Гатчина, апрель, 1986, стр.348-352.
21. П.В.Зрелов, В.В.Иванов: "Метод выделения маловероятных событий с помощью критерия согласия Смирнова-Крамера-Мизеса". Препринт ОИЯИ, P10-86-812, Дубна, 1986; P.V.Zrelov and V.V.Ivanov: "The Small Probability Events Separation Method Based on Smirnov-Cramer-Von Mises Test". In: Collection of Scientific Papers



- in Collaboration with Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, USSR and Central Research Institute for Physics, Budapest, Hungary. "Algorithms and Programs for Solution of Some Problems in Physics". Sixth Volume. Preprint KFKI-1989-62/M, 1989, p.127-142.
22. Л.С.Ажгирей, ..., В.В.Иванов и др.: "Экспериментальные поиски проявления дибарионных резонансных состояний в реакции  $H(d,p)X$  при 9 ГэВ/с". Труды III Симпозиума "Нуклон-нуклонные и адрон-ядерные взаимодействия при промежуточных энергиях". Гатчина, апрель, 1986, стр.43-47.
  23. П.В.Зрелов, В.В.Иванов: "Проверочная статистика  $\omega_n^3 = n^{\frac{3}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} [S_n(x) - P(x)]^3 dP(x)$  в теории непараметрических критериев согласия". Сообщения ОИЯИ, P10-88-321, Дубна, 1988.
  24. Л.С.Ажгирей, ..., В.В.Иванов и др.: "Спектры дейтронов, испускаемых с большими поперечными импульсами в соударениях дейтронов с ядрами водорода, дейтерия и углерода при 9 ГэВ/с". Препринт ОИЯИ, P1-88-23, Дубна, 1988; Ядерная физика, т.48, вып.6(12), 1988, с.1758-1769.
  25. П.В.Зрелов, В.В.Иванов: "Критерии согласия, основанные на проверочной статистике  $\omega_n^3 = n^{\frac{3}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} [S_n(x) - F(x)]^3 dF(x)$ . Определения и свойства. Мощность для малых  $n$ ". Сообщения ОИЯИ, P10-89-577, Дубна, 1989.
  26. П.В.Зрелов, В.В.Иванов: "Метод идентификации релятивистских частиц на основе критерия согласия  $\omega_n^3$ ". Препринт ОИЯИ, P10-89-739, Дубна, 1989; P.V.Zrelov and V.V.Ivanov: "The Relativistic Charged Particles Identification Method Based on the Goodness-of-Fit  $\omega_n^3 = n^{\frac{3}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} [S_n(x) - P(x)]^3 dP(x)$  Criterion". Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, A310(1991)623-630.
  27. P.V.Zrelov, V.V.Ivanov: "Test Statistics  $\omega_n^3 = n^{\frac{3}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} [S_n(x) - P(x)]^3 dP(x)$  and its Main Properties". Transactions of the Eleventh Prague Conference on "Information Theory, Statistical Decision Functions, Random Processes". Prague, from August 27 to 31, 1990. ACADEMIA Publishing House of the Czechoslovak Academy of Sciences, Prague 1992, p.487 - 498.
  28. P.V.Zrelov and V.V.Ivanov: "Determination of Distribution Parameters for  $W(n,2)$  and  $W(n,3)$  Test Statistics by the Computer Algebra Application". In: "IV International Conference on Computer Algebra in Physical Research", Dubna 22-26 May, 1990, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 1991, p.329-334.
  29. Зрелов П.В., Иванов В.В.: "Функции распределения статистики  $\omega_n^3 = n^{\frac{3}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} [S_n(x) - P(x)]^3 dP(x)$  для малых  $n$ ". Препринт ОИЯИ, D11-92-139, Дубна, 1992. "Математическое моделирование", т.4, №8, 1992, с.86-93.
  30. П.В.Зрелов, В.В.Иванов: "Критерии согласия, основанные на проверочной статистике  $\omega_n^3 = n^{\frac{3}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} [S_n(x) - F(x)]^3 dF(x)$ . Исследование мощности одностороннего критерия для больших  $n$ ". Сообщения ОИЯИ, P11-92-409, Дубна, 1992.
  31. П.В.Зрелов, В.В.Иванов, В.И.Комаров, А.И.Пузынин, А.С.Хрыкин: "Моделирование эксперимента по изучению процессов подпорогового рождения  $K^+$ -мезонов". Препринт ОИЯИ, P10-92-369, Дубна, 1992; "Математическое моделирование", т.4, №11, 1993, с.56 - 74.
  32. П.В.Зрелов, В.В.Иванов: "Интегральные непараметрические статистики  $\omega_n^k = n^{\frac{k}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} [S_n(x) - P(x)]^k dP(x)$  и их основные свойства. Алгебраический вид, функции распределения и критерии согласия". Сообщения ОИЯИ, P10-92-461, Дубна, 1992.
  33. P.V.Zrelov and V.V.Ivanov: "Experimental Data Analysing Methods Based on the Goodness-of-Fit Criterion  $\omega_n^3$ ". In: "Computing in High Energy Physics'91, Universal Academy Press, Inc., Tokyo, Japan, 1991, p.503-505.
  34. А.Ю.Бонюшкина, В.В.Иванов: "Восстановление импульсов заряженных частиц, регистрируемых спектрометром МАСПИК". Сообщения ОИЯИ, P10-93-125, Дубна, 1993.
  35. В.В.Иванов, Д.Б.Понтекорво: "Простой и эффективный метод поиска вторичной вершины". Препринт ОИЯИ, P10-93-271, Дубна, 1993; Направлено в труды Международного совещания "Программирование и математические методы решения физических задач", Дубна, 14-19 июня, 1993.
  36. V.V.Ivanov and G.V.Pontecorvo: "An Algorithm for Identifying Secondary Vertices". Proc. of the III International Workshop in "Software Engineering, Artificial Intelligence and Expert Systems in High Energy and Nuclear Physics", October 4-8, 1993, Oberrambergau, Germany, New Computing Techniques in Physics Research III, edited by K.-H.Becks and D.Perret-Gallix, World Scientific, 1994, p.321-326.
  37. В.В.Иванов: "Многомерный анализ данных на основе интегральных непараметрических статистик и многослойных перцептронов". Препринт ОИЯИ, P10-93-348, Дубна, 1993; V.V.Ivanov: "Multidimensional Data Analysis Based on Nonparametric Integral Statistics and Multilayer Perceptrons", IPRT Preprint Nr. 28-94, St.-Petersburg, March 1994.

Рукопись поступила в издательский отдел  
11 августа 1994 года.