

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



СЗ44.19

B-156

963/2-76

Ш.Валкар, В.Г.Яцюк

15/3-76

10 - 9387

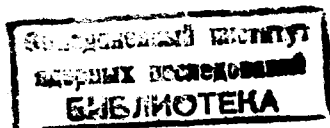
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ КОНСТАНТ  
МЕТРОВОЙ ПУЗЫРЬКОВОЙ КАМЕРЫ

**1975**

10 - 9387

Ш.Валкар, В.Г.Яцюк

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ КОНСТАНТ  
МЕТРОВОЙ ПУЗЫРЬКОВОЙ КАМЕРЫ



## 1

### I. Введение

В 1970-72 гг. на метровой пузырьковой камере ЛЯП ОИЯИ<sup>/1/</sup> (ПК-200) с пропан-фреоновым наполнением в 5 экспозициях на пучке  $\Gamma$ -мезонов с импульсом 5 ГэВ/с было получено около 150 тысяч стереоснимков. Геометрическая реконструкция событий будет производиться с помощью программы "I-6"<sup>/2/</sup>.

Для работы программы геометрической реконструкции необходимо, как известно, определить параметры системы фотографирования (оптические константы). При вычислении параметров систем фотографирования используются разнообразные методы<sup>/3-7/</sup>. Однако методы<sup>/3-6/</sup>, применявшиеся ранее в ОИЯИ при определении оптических констант пузырьковых камер, страдают рядом недостатков:

неполное использование доступной информации о пространственных координатах меток, с помощью которых рассчитываются оптические константы;

использование оптической модели фотографирования без учета возмущений реальных систем фотографирования;

определение оптических констант по двум стереопроекциям.

В настоящей работе разработана свободная от указанных недос-

татков методика расчета параметров оптической системы по пространственным координатам меток, близкая по подходу к используемой в программе PYTHON /7/ ЦЕРН'а. С ее помощью получены оптические константы ПК-200 в экспозициях с пропан-фреоновым наполнением камеры.

Разработанная методика достаточно универсальна и может быть применена для определения параметров оптических систем широкого класса трековых приборов.

## 2. Система фотографирования

Фотографирование в ПК-200 производится через воздух, стекла, воду и рабочую жидкость (рис.1) шесть объективами типа "Гидро-Руссар 4" на две параллельные пленки. Схема расположения объективов в стереофотоаппарате показана на рис.3. Оптические оси объективов параллельны между собой и перпендикулярны поверхностям раздела оптических сред.

На предметных столиках<sup>\*)</sup> объективов (рис.2,3) имеются специальные метки, определяющие на снимках положение оптической оси (точки  $O_k$ ). Системы координат снимков, заданные координатами рассматриваемых перекрестий (рис.3), параллельны /10/.

Для определения оптических констант на защитные стекла камеры были нанесены перекрестия; расположение перекрестий на стеклах камеры показано на рис.4. Там же указаны направления координат  $X$  и  $Y$  пространственной системы координат (см. также рис.3). Начало отсчета по оси  $Z$  выбрано на нижней поверхности верхнего камерного стекла.

\*) Плоскопараллельные стеклянные пластинки, к которым прижимаются фотопленки.

Рис.1. Оптическая схема камеры. Рис.2. Расположение реперных перекрестий на предметном столике объектива.

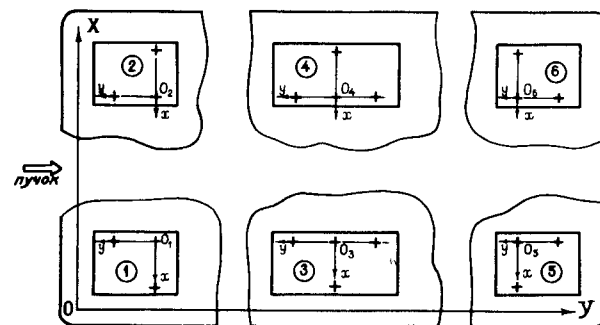
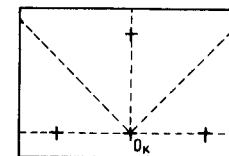
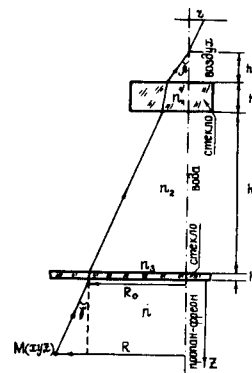


Рис.3. Схема расположения объективов в стереофотоаппарате. 1,2,3,4,5,6 - порядковые номера объективов.

### 3. Реконструкция пространственных координат в программе "I - 6"

В "I-6" соответствие между координатами точки  $M(X, Y, Z)$  в пространстве камеры и координатами ее изображения  $(x, y)$  устанавливается соотношениями /9/

$$x = \frac{X - B}{K\psi + Z K_1 \psi_1}, \quad y = \frac{Y - C}{K\psi + Z K_1 \psi_1}. \quad (I)$$

Здесь  $(B, C)$  — координаты точки пересечения оптической оси объектива с плоскостью  $XOY$ .

Соотношения (I) следуют из предположения /II/, что оптические оси объективов перпендикулярны всем поверхностям раздела оптических сред. Характеристики системы объектив—оптические среды камеры  $K\psi$  и  $K_1\psi_1$  в (I) определяются выражениями /9, IO/

$$z K\psi = R_0 = \sum_i \frac{h_i \sin \beta}{\sqrt{n_i^2 - \sin^2 \beta}}, \quad \psi = 1 + \alpha_1 z^2 + \alpha_2 z^4, \quad (2)$$

$$z K_1 \psi_1 = \tan \gamma = \frac{\sin \beta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \beta}}, \quad \psi_1 = 1 + \beta_1 z^2 + \beta_2 z^4 + \beta_3 z^6,$$

где (см. рис. I):

$z$  — расстояние между изображением пространственной точки  $M$  и оптической осью;

$R_0$  — расстояние между точками пересечения плоскости  $XOY$  оптической осью объектива и линией проектирования точки  $M$ ;

$h_i$  и  $n_i$  — толщины и показатели преломления оптических сред;

$\beta$  — угол между оптической осью объектива и линией проектирования;

$\gamma$  — угол, образуемый линией проектирования в камере точки  $M$  и осью  $Z$ .

В (I) предполагается далее, что системы координат  $\{x; y\}_k$  в плоскостях изображений ориентированы антипараллельно плоскости  $XOY$  (рис. 3) и их начала отсчетов совмещены с соответствующими

оптическими осями. Алгоритм перехода от системы координат измерительного прибора к системе координат реперных меток  $\{x; y\}_k$  описан в /I2/.

### 4. Координаты камерных меток и их изображений

В нашем случае невозможно было измерить координаты меток на защитных стеклах камеры в единой системе координат. Для всех экспозиций нами были измерены координаты перекрестий в плоскостях стекол (с погрешностью 15–30 мкм) и параметры, определяющие положение плоскости нижнего камерного стекла относительно верхнего ( $G_x = 375,5 \pm 0,5$  мм;  $\sin \beta = (0,5 \pm 0,2) \cdot 10^{-3}$ ; см. (3)).

Система координат в камере определялась с помощью координат меток на верхнем камерном стекле. Координаты меток на нижнем стекле преобразовывались из системы координат, в которой они были измерены, в камерную с помощью соотношений:

$$\begin{cases} X' = \tilde{X}, \quad Y' = \tilde{Y} \cos \beta, \\ X = (X' - G_x) \cos \alpha + (Y' - G_y) \sin \alpha, \\ Y = -(X' - G_x) \sin \alpha + (Y' - G_y) \cos \alpha, \\ Z = G_z + \tilde{Y} \sin \beta, \end{cases} \quad (3')$$

где  $(\tilde{X}, \tilde{Y})$  — измеренные координаты меток;

$G_x, G_y, \sin \alpha$  — неизвестные параметры перехода из системы координат  $\{\tilde{X}; \tilde{Y}\}$  в систему координат камеры.

В IV и V экспозициях (в этом случае нижнее окно камеры изготовлено из плексигласа) из-за теплового расширения наблюдался прогиб нижнего камерного стекла. При определении оптических констант для этих экспозиций координаты меток на нижнем камерном стекле параметризовались выражениями:

$$X' = \tilde{X} - \frac{\pi}{L_x} \cdot \frac{\Delta^2}{4} \cos^2 \varphi_2 \left( \varphi_3 - \frac{1}{2} \sin 2\varphi_1 \right),$$

$$Y' = \tilde{Y} - \frac{\pi}{L_y} \cdot \frac{\Delta^2}{4} \cos^2 \varphi_3 \left( \varphi_2 - \frac{1}{2} \sin 2\varphi_4 \right),$$

$$\begin{cases} X = (X' - G_x) \cos \alpha + (Y' - G_y) \sin \alpha, \\ Y = -(X' - G_x) \sin \alpha + (Y' - G_y) \cos \alpha, \\ Z = G_z + \tilde{Y} \sin \beta + \Delta \cos \varphi_3 \cos \varphi_2, \end{cases} \quad (3'')$$

$$\varphi_3 = \frac{\pi(\tilde{X} - X_0)}{L_x}, \quad \varphi_2 = \frac{\pi(\tilde{Y} - Y_0)}{L_y}, \quad L_x = 530 \text{ мм}, \quad L_y = 1080 \text{ мм}.$$

Здесь  $(X_0, Y_0)$  - координаты точки максимального прогиба.

Нами был измерен остаточный прогиб нижнего камерного стекла в У экспозиции ( $\Delta = 3,63$  мм, погрешность измерения  $Z$  - координат меток = 100 мкм). Результаты были аппроксимированы соотношениями (3''); среднеквадратичное отклонение подобранных  $Z$  - координат от измеренных оказалось равным 250 мкм. При определении оптических констант для У экспозиции  $Z$  - координаты в (3'') рассчитывались по формуле

$$Z = Z_{\text{эксн}} + \Delta \cos \varphi_3 \cos \varphi_2.$$

Измерения изображений камерных меток производились на полуавтоматических микроскопах ПУОС-1 на бумажную ленту. Измерялся каждый 1500-ый кадр (6 стереоснимков) экспозиции; причем один или два кадра многократно (6-8 раз). В процессе обработки данных координаты изображений преобразовывались  $\sqrt{12}$  из системы координат измерительного прибора в систему координат реперных меток, вычислялись средние значения координат, оценивались дисперсии измерений меток.

Оказалось, что изображения камерных меток на снимках с ПК-200 подвержены заметным искажениям, меняющимся от снимка к снимку.

Линейную часть "меняющихся" искажений мы попытались устранить с

помощью внешнего ориентирования стереофотоаппарата<sup>/2/</sup>. В качестве реперных были выбраны изображения 6 меток (рис.4). В I, II и III экспозициях реперные метки выбирались из числа перекрестий, нанесенных на нижнее камерное стекло, а в IV и V экспозициях использовались перекрестия, нанесенные на верхнее камерное стекло<sup>\*)</sup>.

Оптические константы определялись нами на основе средних значений координат изображений меток.

### 5. Определение оптических констант ПК-200

Выражение для функционала, при минимизации которого определяются оптические константы, непосредственно следует из соотношений (1):

$$\begin{aligned} \Phi &= \sum_{k=1}^6 (X_{xk}^2 + X_{yk}^2), \\ X_{xk}^2 &= \sum_{\ell=1}^2 \sum_{i=1}^{N_k^{(\ell)}} w_{xik}^{(\ell)} \left( x_{ik}^{(\ell)} - \frac{X_i^{(\ell)} - B_k}{M_k} \right)^2, \\ X_{yk}^2 &= \sum_{\ell=1}^2 \sum_{i=1}^{N_k^{(\ell)}} w_{yik}^{(\ell)} \left( y_{ik}^{(\ell)} - \frac{Y_i^{(\ell)} - C_k}{M_k} \right)^2, \\ M_k &= K_k \Psi_k + \sum_i^{(\ell)} K_{ik} \Psi_{ik}. \end{aligned} \quad (4)$$

\*) Изображения перекрестий нижнего камерного стекла более отчетливые, чем верхнего. Переход на ориентацию фотоаппаратов по верхнему камерному стеклу вызван прогибом нижнего в IV и V экспозициях.

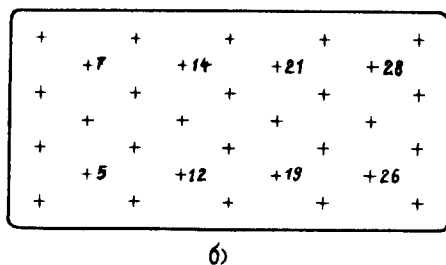
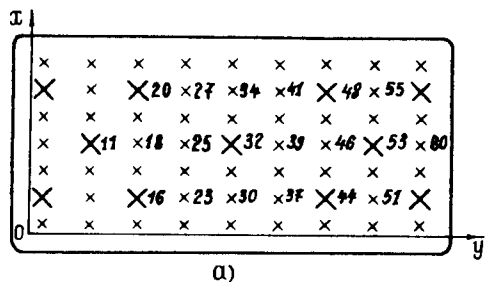


Рис.4. Расположение перекрестий: а) на верхнем камерном стекле; б) на нижнем. Пронумерованы перекрестия, используемые в качестве реперных.

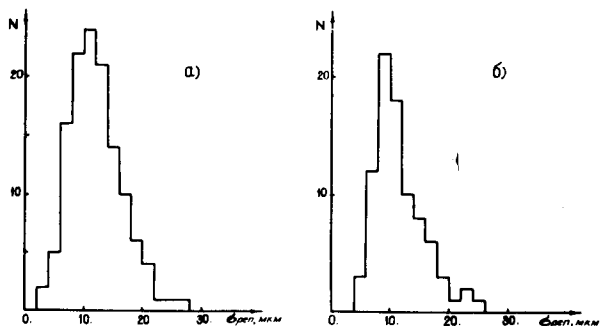


Рис.5. Распределения ошибок измерения реперных крестов /12/: а) X экспозиция; б) Y экспозиция  $\langle \sigma_{\text{реп}} \rangle \approx 12$  мкм.

Здесь индекс  $\ell = 1$  соответствует координатам меток и их изображений на верхнем камерном стекле ( $Z_i^{(1)} = 0$ ), а  $\ell = 2$  - на нижнем ( $X_i^{(2)}, Y_i^{(2)}, Z_i^{(2)}$  по формулам (3));

$N_k^{(\ell)}$  - число измеренных изображений меток  $\ell$ -го стекла на фотографии  $k$ -го объектива.

С целью более полного учета имеющихся искажений в соотношении (I) нами было введено корректирующее преобразование /8/:

преобразование измеренных на пленке координат к некоторым "идеальным" координатам, более точно аппроксимирующимся уравнениями (I). Соответственно преобразование измеренных координат изображений меток  $(\tilde{x}_{ik}^{(\ell)}, \tilde{y}_{ik}^{(\ell)})$  в  $(x'_{ik}, y'_{ik})$  из (4) имеет вид:

$$\begin{cases} x'_{ik} = \lambda_k \tilde{x}_{ik} \cos \varphi + \tilde{y}_{ik} \sin \varphi, \\ y'_{ik} = -\lambda_k \tilde{x}_{ik} \sin \varphi + \tilde{y}_{ik} \cos \varphi; \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} x_{ik} = x'_{ik} \cdot U_k(x'_{ik}, y'_{ik}), \\ y_{ik} = y'_{ik} \cdot V_k(x'_{ik}, y'_{ik}); \end{cases} \quad (6)$$

где

$\varphi$  - угол поворота системы координат, в которой производилось усреднение измерений, относительно системы координат в камере;

$\lambda_k$  - коэффициент, учитывающий возможное изменение масштаба в  $x$ -направлении по сравнению с  $y$ -направлением;

$U_k$  и  $V_k$  - корректирующие функции.

Уравнения (5) эквивалентны уравнениям, используемым при переходе от системы координат измерительного прибора в систему координат реперных меток /12/.

Мы использовали следующее разложение функций  $U_k$  и  $V_k$  из (6) в ряд по полиномам Чебышева:

$$\begin{aligned}
 u(\xi, \eta) &= 1 + a_1 T_1^*(\xi) + a_2 \eta + a_3 T_2^*(\xi) + a_4 T_2(\eta) + a_5 T_1^*(\xi) \eta, \\
 v(\xi, \eta) &= 1 + a_6 T_1^*(\xi) + a_7 \eta + a_8 T_2^*(\xi) + a_9 T_2(\eta) + a_{10} T_1^*(\xi) \eta,
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

$$\xi = x/x_{\max}, \eta = y/y_{\max}, x_{\max} = 60 \text{ мм}, y_{\max} = 55 \text{ мм},$$

$$T_1^*(\xi) = 2\xi - 1, T_2(\xi) = 2\xi^2 - 1, T_2^*(\xi) = T_2(2\xi - 1).$$

Коэффициенты  $\{a_i, i=1, 10\}$  в (7) совместно с параметрами соотношений (I) образуют определяемый набор оптических констант.

Отметим, что введение корректирующих преобразований (7) позволило уменьшить среднеквадратичные отклонения спроектированных на пленку координат пространственных меток от измеренных координат их изображений в полтора раза.

Весовые множители  $W_{xik}^{(e)}$  и  $W_{yik}^{(e)}$  в (4) задавались выражениями

$$W_{xik}^{(e)} = g_0^2 + m_{xk} \cdot S_{xik}^{(e)2}, W_{yik}^{(e)} = g_0^2 + m_{yk} \cdot S_{yik}^{(e)2},$$

где

$g_0 = 10$  мкм — поправка, учитывающая неустраняемую часть искажений, вносимых системой фотографирования;

$S_{xik}^2, S_{yik}^2$  — оценки дисперсий "колебаний" изображений меток;

$m_{xk}, m_{yk}$  — нормировочные коэффициенты, учитывающие различие погрешностей описания  $x, y$  — координат изображений на снимках, полученных с помощью разных объективов. Их численные значения определялись в итерационной процедуре при минимизации функционала (4) на основе требования

$$\mathcal{X}_{xk}^2 = \mathcal{X}_{yk}^2 = N_k^{(1)} + N_k^{(2)} - g.$$

Оказалось, что при одновременном подборе параметров соотношений (I) и коэффициентов  $\{a_i\}$  из (7) посредством минимизации

функционала (4) погрешности определения коэффициентов  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3$  сравнимы с их величинами. Кроме того, указанные параметры сильно скоррелированы с другими подбираемыми параметрами.

Поэтому мы попытались определить  $\{a_j\}$  и  $\{\beta_j\}$  с помощью уравнений (2). Необходимые для этого зависимости  $\beta = \beta(\alpha)$  (см. (2)) вдоль направлений, изображенных штрихованными линиями на рис. 2, были измерены при аттестации объективов в ЛИТМО/ИО/. Измеренные нами толщины оптических сред и соответствующие показатели преломления приведены в таблице I.

Оценки численных значений коэффициентов  $\{a_j\}$  и  $\{\beta_j\}$  были получены путем минимизации/15/ функционалов:

$$\begin{aligned}
 A_k &= \sum_{i=1}^{N_k} \left[ z_i K \psi(z_i) - \left( (h_0 - \Delta t) \frac{\sin \beta}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}} + \sum_{j=1}^3 \frac{h_j - \sin \beta}{\sqrt{n_j^2 - \sin^2 \beta}} \right) \right]^2, \\
 B_k &= \sum_{i=1}^{N_k} \left[ z_i K_i \psi_i(z_i) - \frac{\sin \beta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \beta}} \right]^2, \quad z_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}, \\
 & \quad k = 1, \dots, 6;
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

где (см. также (2))

$(x_i, y_i)$  — координаты точки на предметном столике  $k$ -го объектива, для которой было измерено значение угла  $\beta$  между оптической осью и главным лучом из некоторой пространственной точки;

$\Delta t = \Delta t(\alpha)$  — зависимость продольной сферической аберрации зрачка входа главного луча от  $\alpha$ ;

$$N_k = 33, \quad k=1, 2, 5, 6; \quad N_k = 55, \quad k=3, 4.$$

Среднеквадратичные отклонения проекций камерных меток от их изображений и параметры системы координат нижнего камерного стекла  $G_x, G_y, \sin \alpha, \Delta$  (3), получаемые при минимизации (4), практически не зависят от того, используются ли фиксированные значения параметров  $\{a_j\}$  и  $\{\beta_j\}$  из (8) или они подбираются при минимизации (4). Исходя из этого, во всех экспозициях в качестве



Таблица 1. Оптические характеристики сред

Среда	Толщина слоя в мм	Показатель преломления
Воздух	71	1,000
Плексиглас	100	1,491
Вода	673,5	1,3325
Стекло	18,8	1,5215
Пропан-фреон	375,5	1,253

Таблица 2. Среднеквадратичные отклонения реконструированных координат (в мм)

Экспозиция	Стереопара	Стекло	$\langle \sigma_x \rangle \pm \delta \sigma_x$	$\langle \sigma_y \rangle \pm \delta \sigma_y$	$\langle \sigma_z \rangle \pm \delta \sigma_z$
I	1-2	1	0,18 $\pm$ 0,03	0,31 $\pm$ 0,06	1,10 $\pm$ 0,26
		2	0,20 $\pm$ 0,02	0,28 $\pm$ 0,07	1,10 $\pm$ 0,13
	3-4	1	0,20 $\pm$ 0,02	0,16 $\pm$ 0,05	0,66 $\pm$ 0,20
		2	0,25 $\pm$ 0,03	0,19 $\pm$ 0,05	0,90 $\pm$ 0,15
	5-6	1	0,16 $\pm$ 0,03	0,17 $\pm$ 0,04	0,66 $\pm$ 0,30
		2	0,22 $\pm$ 0,07	0,20 $\pm$ 0,03	0,85 $\pm$ 0,26
II	1-2	1	0,23 $\pm$ 0,04	0,23 $\pm$ 0,05	1,10 $\pm$ 0,12
		2	0,19 $\pm$ 0,02	0,19 $\pm$ 0,05	1,10 $\pm$ 0,14
	3-4	1	0,20 $\pm$ 0,04	0,27 $\pm$ 0,08	1,20 $\pm$ 0,37
		2	0,29 $\pm$ 0,03	0,30 $\pm$ 0,03	1,40 $\pm$ 0,10
	5-6	1	0,19 $\pm$ 0,03	0,25 $\pm$ 0,04	0,77 $\pm$ 0,10
		2	0,22 $\pm$ 0,05	0,25 $\pm$ 0,04	1,15 $\pm$ 0,15
У	1-2	1	0,11 $\pm$ 0,03	0,14 $\pm$ 0,04	0,52 $\pm$ 0,14
		2	0,15 $\pm$ 0,04	0,20 $\pm$ 0,03	0,78 $\pm$ 0,17
	3-4	1	0,16 $\pm$ 0,03	0,17 $\pm$ 0,04	0,65 $\pm$ 0,08
		2	0,25 $\pm$ 0,04	0,25 $\pm$ 0,05	1,00 $\pm$ 0,17
	5-6	1	0,11 $\pm$ 0,03	0,11 $\pm$ 0,05	0,47 $\pm$ 0,21
		2	0,18 $\pm$ 0,03	0,20 $\pm$ 0,04	0,90 $\pm$ 0,26

фиксированных оценок коэффициентов  $\{\alpha_j\}$  и  $\{\beta_j\}$  мы использовали их значения, полученные при минимизации (8).

Все остальные неизвестные параметры определялись посредством минимизации функционала (4). Минимизация производилась с помощью стандартной программы FUMILI /15/. Число подбираемых параметров в (4) - около 100 при 600-800 измеренных координатах.

Измеренные координаты изображений меток (выбранных в качестве реперных), преобразованные по уравнениям (5) с подобранными параметрами  $\sin \psi$  и  $\lambda_k$ , являются координатами реперных меток. На рис. 5 представлены характерные распределения среднеквадратичных ошибок измерения реперных крестов<sup>1/2</sup>, I2/.

#### 6. Погрешности восстановления пространственных координат

Для проверки качества восстановления пространственной картины была произведена геометрическая реконструкция координат перекрестий на стеклах камеры с помощью определенных нами наборов оптических констант. Реконструкция производилась по формулам восстановления пространственных координат, используемым в программе "I-6"<sup>1/2/</sup>, с дополнительно введенным преобразованием (7) в системе координат реперных меток.

В таблице 2 приведены полученные значения среднеквадратичных ошибок восстановления пространственных координат меток на стеклах камеры. Характерные распределения отклонений восстановленных  $Z$ -координат меток от измеренных представлены на рис. 6. Как видно, с помощью подобранных оптических констант пространственные  $X(Y)$ -координаты восстанавливаются с погрешностью 200-250 мкм, а  $Z$ -координаты - с погрешностью 700-900 мкм.

В заключение авторы считают своим приятным долгом поблагодарить за постоянное внимание к работе и ценные обсуждения Ю.А.Будагова, В.Б.Виноградова, А.Г.Володько, Ю.Ф.Ломакина, В.Б.Флягина, Л.Шандора.

## Литература

1. А.В.Богомолов и др. ПТЭ, I, 6I, 1964.
2. Н.Ф.Маркова и др. ОИЯИ, P10-3768, Дубна, 1968.
3. В.Г.Иванов. ОИЯИ, 2646, Дубна, 1966.
4. Б.В.Болонкин и др. ОИЯИ, Б1-10-3578, Дубна, 1967.
5. Нгуен Дин Ты и др. ОИЯИ, I3-5942, Дубна, 1971.
6. В.Б.Виноградов и др. Препринт ИТЭФ № 503, Москва, 1967.
7. С.В.Клименко, А.М.Рыбин. ИФВЭ, 71-3I, 1971.
8. С.В.Клименко и др. ИФВЭ, 70-110, 1970.
9. И.М.Иванченко и др. ОИЯИ, P-2889, Дубна, 1966.
10. Н.А.Буздавина и др. ОИЯИ, 2095, Дубна, 1966.
11. Ю.А.Александров и др. Пузырьковые камеры, Атомиздат, М, 1963.
12. В.А.Загинайко, В.Н.Шигаев. ОИЯИ, 2527, Дубна, 1965.
13. К.Суп. Пузырьковая камера. Наука, М., 1970.
14. Е.Ф.Долинский. Обработка результатов измерений. Изд-во стандартов, М., 1971.
15. И.Н.Силин. ОИЯИ, Б1-11-5144, Дубна, 1970.

Рукопись поступила в издательский отдел  
16 декабря 1975 года

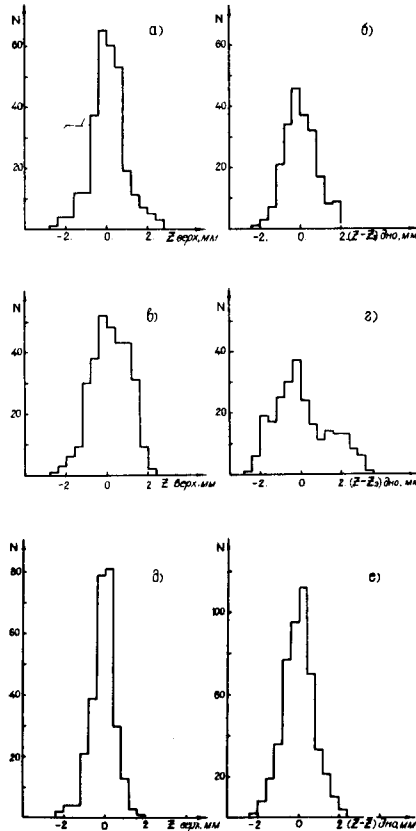


Рис.6. Распределения восстановленных  $Z$  - координат меток верхнего и нижнего стекол камеры (стереопара 3-4): а), б) - I экспозиция; в), г) - II экспозиция; д), е) - У экспозиция.