

К-443

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

На правах рукописи

10-93-228

КИСЕЛЬ
Иван Васильевич

УДК 539.1.07+539.126.33+539.126.34

РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ
СПЕКТРОМЕТРА АРЕС
И ИЗУЧЕНИЕ РЕДКИХ РАСПАДОВ

Специальность: 01.04.16 — физика ядра
и элементарных частиц

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Дубна 1993

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем
Объединенного института ядерных исследований

Научный руководитель: •
доктор физико-математических наук, профессор

С.М. Коренченко

Официальные оппоненты:
доктор физико-математических наук
доктор физико-математических наук

В.А. Пикитин
В.Н. Жигунов

Ведущее научно-исследовательское учреждение:
Институт ядерных исследований (г. Троицк)

Защита диссертации состоится " _____ " _____ 1993 года в _____ часов на заседании Специализированного совета Д-047.01.03 при Лаборатории ядерных проблем Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна Московской области. С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ.

Автореферат разослан " _____ " _____ 1993 г.

Ученый секретарь Специализированного совета
доктор физико-математических наук

Ю.А. Багусов

Общая характеристика работы

Актуальность темы

Одним из важных направлений в физике высоких энергий является поиск и изучение редких распадов мюонов и пионов. Такие эксперименты, наряду с другими исследованиями, позволяют глубоко проникать в понимание законов природы, получать информацию о тонких эффектах взаимодействий, способствуют созданию единой физической картины мира. К числу процессов, вызывающих постоянный интерес физиков, относятся редкие и запрещенные распады $\mu^+ \rightarrow e^+\gamma$, $\mu^+ \rightarrow e^+e^-e^+$, $\mu^+ \rightarrow e^+e^-e^+\nu_e\bar{\nu}_\mu$, $\pi^+ \rightarrow e^+e^-\nu_e$.

Для поиска и исследования редких процессов в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ создан магнитный спектрометр АРЕС. Спектрометр представляет собой систему коаксиальных цилиндрических многопроволочных пропорциональных камер и сцинтилляционного годоскопа, помещенных в магнитное поле, а также комплекса электроники, работающей на линии с ЭВМ. Его трековая детектирующая система позволяет изучать кинематику процессов в большом телесном угле и при высокой загрузке.

Важным элементом в изучении редких и запрещенных процессов является быстрое и высокоэффективное программное обеспечение, учитывающее характер редких распадов и особенности функционирования экспериментальной установки.

Цель и задачи исследования

Целью настоящей работы является разработка новых методов и обработка данных спектрометра АРЕС, полученных в экспериментах по изучению редких процессов. В основу диссертации положены разработанные автором методы и системы обработки координатной информации, получаемой на спектрометре АРЕС. Эти методы могут быть использованы и на других аналогичных установках.

В процессе обработки экспериментальных данных со спектрометра АРЕС возникла необходимость решить следующие задачи:

- Учет вероятностной природы дискретного детектора.
- Учет дополнительной информации об угле пролета частицы.
- Создание быстрых алгоритмов поиска и восстановления треков.
- Создание быстрого алгоритма поиска вершины события.
- Отсев случайных событий на возможно более ранней стадии обработки данных.

Научная новизна и практическая ценность работы

1. Создана модель функционирования пропорциональной камеры, позволяющая использовать дополнительную информацию об угле прохождения трека в камере, что не было возможно ранее. Показано, что методы восстановления параметров треков, построенные на базе этой модели с использованием Чебышевской метрики, дают улучшение точности примерно в 1.5 раза по сравнению с традиционным методом наименьших квадратов.
2. Создан быстрый алгоритм поиска вершины события в XY плоскости, что актуально при обработке экспериментальных данных редких процессов, когда в основном события являются случайными и не имеют общей вершины. Этот алгоритм применяется также для получения хорошего начального приближения при поиске вершины в большой мишени методом наименьших квадратов.

3. На базе разработанной модели функционирования пропорциональной камеры построен клеточный автомат для фильтрации трековой информации. Главным достоинством клеточного автомата является его параллелизм, что позволяет использовать его в режиме on-line. Скорость обработки в этом случае может достигать 1500 трехтрековых событий в секунду при 70% очистке шума.
4. Использование модели функционирования пропорциональной камеры и информации о геометрической форме трека позволило модифицировать роторную модель нейронной сети. Реализация этой модели обладает высокой скоростью (3-4 итерации) поиска треков с одновременным восстановлением их параметров при 98% эффективности распознавания.
5. На базе модели функционирования пропорциональной камеры разработан вероятностный подход, использующий информацию об угле наклона трека к оси Z, полученную из полного наведенного заряда. Это существенно повышает надежность восстановления Z-координат событий в условиях неоднозначности идентификаций.
6. Обработаны экспериментальные данные, полученные в эксперименте по поиску запрещенного распада $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$ и изучению редкого распада $\pi^+ \rightarrow e^+\nu_e e^+e^-$. Сделана оценка верхней границы относительной вероятности распада $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$ на уровне $R_{\mu \rightarrow eee} < 3.6 \cdot 10^{-11}$. Получена оценка парциальной вероятности распада $\pi^+ \rightarrow e^+\nu_e e^+e^-$ за счет наличия структуры пиона $R_{SD} \approx (4.6 \pm 1.6 \pm 0.7) \cdot 10^{-10}$. Результаты соответствуют уровню мировых достижений.

Объем работы

Диссертация состоит из введения, 8 глав и заключения; изложена на 85 страницах машинописного текста, содержит 55 рисунков и 7 таблиц.

Апробация

Основные результаты диссертации докладывались на Международной конференции по применению компьютеров в физике высоких энергий СНЕР-92 (Аннеси, Франция, 1992 г.), Международном симпозиуме "Физика и детекторы на SSC" (Дубна, 1993 г.), Международном совещании по программированию и математическим методам решения физических задач (Дубна, 1993 г.), семинаре группы SINDRUM (PSI, Виллиген, Швейцария), семинарах Лаборатории ядерных проблем, Лаборатории высоких энергий и Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ (Дубна, Россия).

Содержание работы

В первой главе дается теоретическое обоснование необходимости экспериментального поиска и изучения редких процессов. Дается обзор экспериментов по изучению процессов $\mu \rightarrow e\gamma$, $\mu \rightarrow e\gamma\gamma$, $\mu \rightarrow eee$, $\pi \rightarrow e\nu_e e$.

Стандартная модель взаимодействий элементарных частиц является математически состоятельной теорией взаимодействий элементарных частиц, которая согласуется со всеми известными экспериментальными данными. Однако она оставляет слишком много нерешенных вопросов, чтобы считаться окончательной теорией. Поэтому перед экспериментаторами стоит задача не только проверить или отвергнуть основные идеи стандартной модели, но и сделать выбор

между различными альтернативными ей моделями. Одним из путей является поиск нарушений закона сохранения лептонных чисел семейств, попытка детектировать безнейтринные моды распада мюона, в частности, запрещенный распад

$$\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-.$$

Так в начале 70-х годов на синхротроне Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ были предприняты поиски распадов $\mu \rightarrow e\gamma$ и $\mu \rightarrow 3e$ с помощью цилиндрического искрового магнитного спектрометра. Полученная в то время оценка верхней границы относительной вероятности распада $\mu \rightarrow 3e$ $R_{\mu \rightarrow 3e} \leq 1.9 \cdot 10^{-9}$ была примерно в 70 раз ниже сделанных ранее и оставалась наилучшей более 10 лет. Тогда же была предложена программа исследований редких распадов мюонов и пионов с помощью магнитного 4 π -спектрометра АРЕС с цилиндрическими пропорциональными камерами.

В целом поиск безнейтринных мод распада мюона ведется почти 40 лет (см. рис. 1). Понижение верхней границы отражает постоянное совершенствование

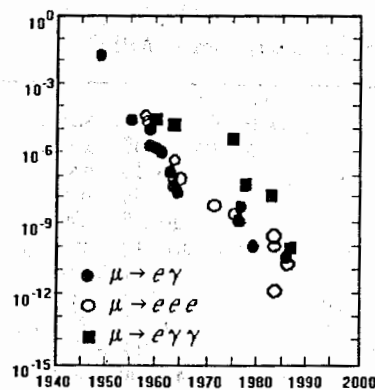


Рис. 1: Экспериментальные верхние границы парциальных вероятностей безнейтринных мод распада в годы проведения экспериментов.

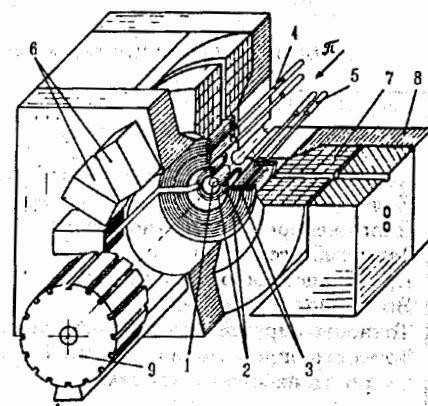


Рис. 2: Общий вид спектрометра АРЕС: 1 — мишень; 2 — цилиндрические пропорциональные камеры; 3 — сцинтилляционные счетчики; 4 — световоды; 5 — ФЭУ; 6 — обмотки магнита; 7 — ярмо магнита; 8 — полюса магнита; 9 — электроника камер.

техники и методики эксперимента.

Интерес к распаду

$$\pi^+ \rightarrow e^+\nu_e e^+e^-$$

существует давно. Изучение структурно-зависимых распадов пиона (так же как и аналогичных распадов каона), обусловленных совместным проявлением электрослабого взаимодействия, дает более богатую информацию о структуре адронов, чем изучение чисто слабых или электромагнитных процессов. В этих полупертоновых распадах не взаимодействующие сильно лептоны проявляют себя

как "идеальные зонды" адронной структуры, позволяя получать информацию в наиболее чистом виде.

Во **второй главе** дается подробное описание спектрометра АРЕС, а также кратко описываются экспериментальные установки SINDRUM, Time Projection Chamber и Crystal Box.

Спектрометрическая установка АРЕС (анализатор редких событий) разработана и создана для проведения широкой программы исследований в области физики элементарных частиц и ядерной физики на интенсивных мезонных пучках. Спектрометр АРЕС (рис. 2) представляет собой систему коаксиальных цилиндрических многопроволочных пропорциональных камер и сцинтилляционного годоскопа, помещенных в магнитное поле, а также комплекса электроники, работающей на линии с ЭВМ. В табл. 1 приведены основные характеристики установки. Спектрометр АРЕС может работать на высокоинтенсивных пучках частиц, обеспечивающих до 10^7 сек^{-1} остановок в мишени. Установка с высокой эффективностью и точностью детектирует и позволяет измерять энергию одновременно нескольких частиц, определять знак электрического заряда частиц.

Таблица 1: Основные характеристики спектрометра АРЕС.

Детектирующий объем	диаметр - 1060 мм	мм
	длина - 600 мм	мм
Количество информационных каналов камер	~ 15	тыс
Количество сцинтилляторов в годоскопе	36	шт
Напряженность магнитного поля	до 1.8	Тл
Телесный угол	~ 0.7 - 4π	стерад
Пространственное разрешение	1 ÷ 2	мм
Временное разрешение	1	нс
Точность определения энергии γ-квантов	1 ÷ 5	%
Точность определения энергии e (70 МэВ)	2	%
Скорость набора статистики	до 100	соб/сек

В **третьей главе** описывается модель работы пропорциональной камеры, дается геометрический и статистический анализ работы камеры, а также приводится алгоритм, позволяющий учитывать дополнительную информацию об угле прохождения трека.

В общем случае многопроволочная пропорциональная камера (рис. 3) состоит из плоской сетки эквидистантно расположенных анодных проволочек, которая лежит между двумя параллельными плоскостями заземленных катодов. Когда заряженная частица проходит сквозь сетку, в газе, заполняющем камеру, возникает электронная лавина, приводящая к отрицательному импульсу на ближайшей проволочке.

Эквипотенциальные линии в пропорциональной камере позволяют провести между проволочками воображаемые эквидистантные плоскости, перпендикулярные плоскостям проволочек.

Кроме того вследствие электроотрицательных добавок в газе камер, функция распределения сбора электронов является ступенчатой, т.е. по обе стороны от плоскости проволочек можно провести еще две воображаемые плоскости такие, что все электроны, образовавшиеся внутри, будут собраны на проволочке. Но

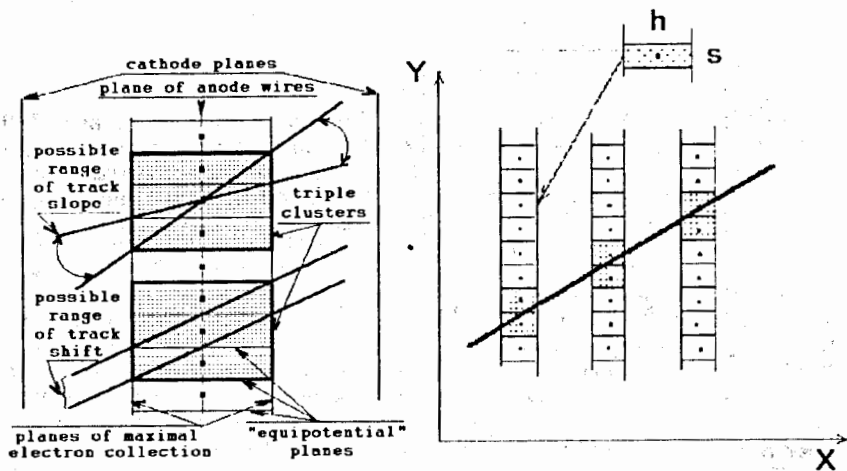


Рис. 3: Схематическое представление работы пропорциональной камеры.

Рис. 4: Модель детектирующей установки.

электроны, дрейфующие в эти области, ограниченной этими двумя плоскостями, будут поглощены газом.

Обе эти особенности позволяют нам рассматривать камеру как цепочку воображаемых прямоугольников, каждый из которых окружает сигнальную проволочку (рис. 4). Две параллельные стороны каждого прямоугольника определяются "эквипотенциальными" плоскостями, две другие формируются плоскостями максимального сбора электронов. Такая простая модель является достаточно хорошим приближением для описания эффектов функционирования пропорциональной камеры.

На базе такой модели создан дискретный метод (ДМ) поиска и восстановления треков и проведено сравнение его точности с точностью МНК (на рисунке LSF — Least Square Fit) на прямолинейных моделированных треках с использованием параметров установки АРЕС. На рис. 5 показана зависимость ошибки МНК и дискретного метода от количества экспериментальных точек (числа включенных камер). Ошибка дискретного метода оказалась меньше. На основе этих данных можно также проверить степенную зависимость ошибки МНК и дискретного метода от числа экспериментальных точек. Видно, что в дискретном методе почти достигается максимальная точность $\sim s/N$, а в МНК ошибка оказалась $\sim s/\sqrt{N}$.

Идея, разработанные в данной главе, используются в дальнейшем при построении трекового фильтра на базе клеточного автомата, модификации роторной модели нейронной сети, построении быстрого алгоритма поиска вершины в плоскости и в основе вероятностного подхода при решении неоднозначностей Z-идентификации.

В **четвертой главе** с использованием дополнительных сведений об угле прохождения трека строится клеточный автомат для фильтрации трековой инфор-

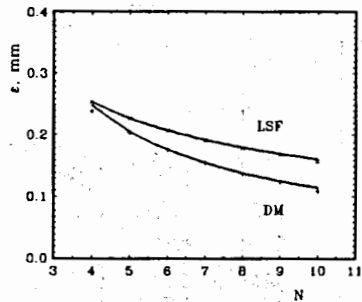


Рис. 5: Зависимость ошибок МНК и дискретного метода от количества экспериментальных точек. Фитирующие линии выражены в предположении $\epsilon_{\text{МНК}} \sim s/N^{0.5}$, $\epsilon_{\text{DM}} \sim s/N^{0.85}$.

мации.

Клеточные автоматы являются дискретными динамическими системами, поведение которых полностью определяется в терминах локальных взаимозависимостей состояний таких систем. Пространство представлено равномерной сеткой, каждая ячейка которой, или *клетка*, содержит несколько битов данных; время идет дискретными шагами, а законы развития выражаются единственным набором правил, скажем, небольшой справочной таблицей, по которой любая клетка на каждом шаге вычисляет свое новое состояние по состояниям ее близких соседей.

Можно сформулировать общие правила построения клеточных автоматов:

1. Состояние клеток дискретно (обычно 0 и 1, хотя могут быть автоматы и с большим числом состояний).
2. Соседями являются ограниченное число клеток, часто это ближайшие клетки.
3. Правила, задающие динамику развития клеточного автомата, обычно имеют простую функциональную форму и зависят от решаемой проблемы.
4. Клеточный автомат является тактируемой системой, т.е. смена состояний клеток происходит одновременно.

На основании правил построения клеточного автомата сформулируем специфические особенности конструируемого нами автомата.

Во-первых, определим живую клетку как кластер, т.е. непрерывную группу сработавших проводочек, а мертвой клеткой назовем пустую ячейку, не содержащую отсчета. Для поддержания жизнеспособности разрывных (из-за несрабатывания камер) треков необходимо также введение клеток-фантомов, которые соответствовали бы кластерам в случае правильного срабатывания камер. Таким образом, в нашем случае клетка имеет 4 состояния.

Во-вторых, зададим правило определения соседей, опираясь на характерные особенности трека в дискретном детекторе: соседями могут быть такие клетки, лежащие на смежных камерах, через которые можно провести физически разумный (допустимый) трек. Определим также область возможных соседей, как область, которую замечают на смежных камерах такие допустимые треки.

В-третьих, определим правила эволюции автомата, чтобы отсеять шум и оставить треки. В первую очередь мы должны восстановить несработавшие кластеры в камерах. Предположим, что если на данной камере в месте пересечения областей возможных соседей смежных камер соседей нет, то произошел сбой в работе камеры или электроники. В этом случае необходимо родить клетку-фантом, являющуюся соседом клеткам, указывающим на нее. Затем необходимо уничтожить шумовые точки, т.е. точки у которых или слишком мало соседей, или слишком много. Для случая трехтрековых событий будем уничтожать клетки, имеющие меньше двух или больше четырех соседей. Чтобы не допустить вымирание треков с концов, введем условные 0 и $(N+1)$ камеры, заполненные соседями, поддерживающими все клетки крайних камер.

В-четвертых, разнесем рождение и смерть клеток на разные такты. На первом такте будем осуществлять рождение клеток, а на втором — вымирание. И так на каждом шаге. Эта мера обеспечивает выживание разрывных треков.

Чтобы уловить выход автомата на стабильное состояние или циклическую повторяемость, для каждого поколения считается контрольная сумма CRC и в случае совпадения контрольных сумм итерации прекращаются.

В остальных деталях трековый фильтр совпадает со стандартным клеточным автоматом.

Клеточный автомат реализован в виде программы на языке Паскаль на персональном компьютере типа IBM-PC. Программа была опробована на трехтрековых данных, полученных в эксперименте по поиску распада $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$ и исследованию распада $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e e^+ e^-$. В этом эксперименте было включено 10 камер, т.е. на один трек в среднем приходится 10 экспериментальных точек (кластеров).

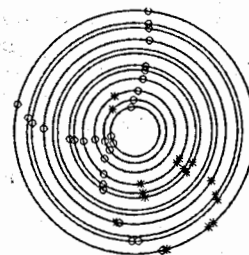


Рис. 6: Пример работы клеточного автомата.

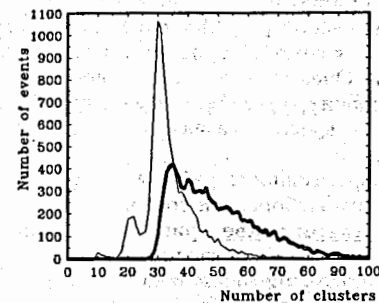


Рис. 7: Распределение числа событий по количеству кластеров в событии до работы клеточного автомата и после (более тонкая линия).

Пример работы созданного клеточного автомата показан на рис. 6. На этом рисунке крестиками обозначены кластеры, отброшенные автоматом как шумовые. В верхней части камер 2 и 3 (начиная от центра) видны два отброшенных шумовых кластера. Трек в нижней части рисунка возвратился в детектор после

столкновения с внешней стенкой, и эта часть была также отброшена автоматом. В камерах 9, 11 и 12 близко к треку есть кластеры от дельта-электронов. Кластерная длина не показана на рисунке, но двое из этих кластеров были отброшены именно на основе анализа кластерной длины. Однако дельта-электронный кластер в камере 11 оказался той же длины, что и кластер, лежащий на треке. Поэтому автомат оставил оба эти кластера как подходящие. Отметим отсутствие срабатывания камеры 10 на этом треке. В этой камере клеточный автомат произвел клетку-фантом, что спасло этот разрывный трек от уничтожения. Эта клетка-фантом не показана на рисунке, так как использовалась временно только на стадии эволюционного процесса клеточного автомата. Камеры 7 и 8 не использовались во время эксперимента.

На рис. 7 приведено распределение числа событий по количеству кластеров в событии (более тонкая линия — распределение после работы автомата). На первоначальном распределении видно, что в результате работы программ предварительного отбора (on-line обработка) почти нет событий с числом кластеров меньше 30, а также виден длинный шумовой хвост, простирающийся до 100 кластеров на событие. На распределении, полученном в результате работы автомата, четко обозначены пики в области однотрековых и двухтрековых событий, оставшихся в результате ложной интерпретации на предыдущем этапе обработки, и трехтрековых событий (10, 20 и 30 кластеров соответственно). Видно, что клеточный автомат хорошо отсеивает шум (в среднем 65–70%), после чего мы можем проводить естественное определение числа треков по числу кластеров.

Достоинствами автомата являются его простота и быстрота работы. Реализация клеточного автомата на персональном компьютере обрабатывает примерно 25 событий в секунду. Постановка в компьютер специализированной платы, способной выполнять параллельную работу, увеличивает скорость обработки до 1500 событий в секунду и выше. Такая скорость позволяет использовать клеточный автомат в линию с экспериментом (on-line режим).

Но наиболее важным для дальнейшего результата работы клеточного автомата является группировка клеток по принципу возможной принадлежности треку. Очевидно, что локальность работы клеточного автомата (учет только ближайших соседей) не дает ему возможности разделить близкие или пересекающиеся треки. Эта задача должна быть выполнена на следующем этапе обработки.

Эффективность работы клеточного автомата оценивалась просмотром по нескольким выборкам и составляет 98%.

В пятой главе приводится модифицированная роторная модель нейронной сети для восстановления треков.

В последние несколько лет в физике высоких энергий наблюдается резкий всплеск интереса к нейронным сетям. Основное приложение нейронных сетей — проблема распознавания образов и проблема оптимизации.

Нейронные сети, как и клеточные автоматы, пришли из биологии. Имея много общего, они существенно различаются (ср. со стр. 6):

1. Элементами нейронной сети являются *нейроны*. Состояние нейрона (или выход нейрона) обычно характеризуется непрерывной величиной.
2. Нейрон в принципе может быть соединен с любым количеством нейронов сети.
3. Эволюция нейронной сети основывается на том, что каждый нейрон имеет *входы* (в соответствии со связями нейрона), которые формируют его *выход*. Функция, определяющая выход нейрона в зависимости от входов, имеет нелинейную форму.

4. Нейронная сеть является асинхронной. Выход нейрона меняется постоянно в зависимости от состояния нейронов, с которыми он соединен, т.е. величина на входе нейрона.

Естественным следствием изложенной выше модели функционирования пропорциональной камеры является модифицированная роторная модель нейронной сети, в которой нейрон \bar{s}_i характеризуется значением, координатой и направлением.

В качестве исходной предпосылки примем, что сигналы от частицы достаточно хорошо ложатся на некоторую окружность. А нейронная сеть в процессе работы должна расположить векторы $\bar{v}_i = \langle \bar{s}_i \rangle_T$ по касательной к этой окружности и сильно уменьшить \bar{v}_j для тех j , которые не лежат на какой-либо истинной траектории частицы.

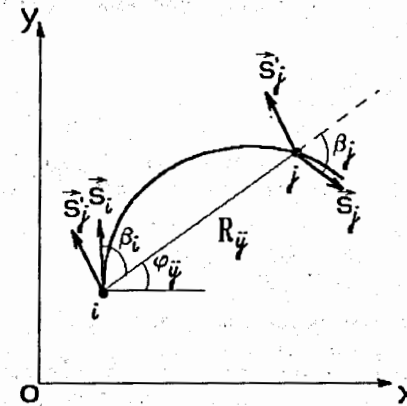


Рис. 8: Взаимодействие нейронов для дуговых треков.

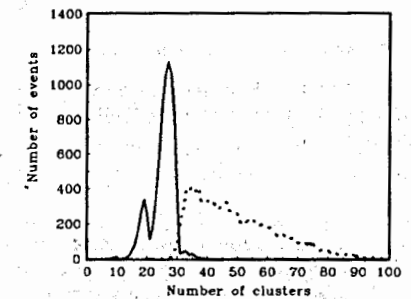


Рис. 9: Число экспериментальных точек в событии до очистки (пунктир) и после работы нейронной сети.

Вначале напишем двухчастичную энергию взаимодействия. Пусть через две точки i, j проходит окружность (см. рис. 8), тогда касательные вектора в них связаны соотношением

$$\beta_i = -\beta_j, \quad (1)$$

где β_i, β_j — углы между нимп и хордой R_{ij} . Таким образом, если мы возьмем энергетическую функцию вида

$$E_{ij} = -\bar{s}_i \bar{s}_j', \quad (2)$$

где \bar{s}_j' — вектор \bar{s}_j , отраженный относительно хорды R_{ij} , то она будет иметь минимум для точек, лежащих на одном треке. Отметим, что использование скалярного произведения делает поля от разных нейронов аддитивными.

Вектор \bar{s}_j' проще всего вычислить из следующих геометрических соображений: для того чтобы отразить \bar{s}_j относительно R_{ij} , достаточно повернуть $-R_{ij}$

на угол $-\varphi_{ij}$, чтобы он совпал с осью OX ; затем произвести отражение относительно OX , а потом повернуть обратно на угол $+\varphi_{ij}$. В матричной форме это преобразование запишется как:

$$T_{ij} = \begin{pmatrix} \cos(2\varphi_{ij}) & \sin(2\varphi_{ij}) \\ \sin(2\varphi_{ij}) & -\cos(2\varphi_{ij}) \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Окончательно энергетическая функция принимает вид:

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} \bar{s}_i T_{ij} \bar{s}_j \rightarrow \min. \quad (4)$$

Для дальнейшего рассмотрения удобно ввести поле \bar{h}_i^j , созданное в точке нейрона i нейроном j . Очевидно, поле, созданное всеми нейронами в этой точке, равняется сумме полей от каждого нейрона:

$$\bar{H}_i = \sum_j \bar{h}_i^j = \sum_j T_{ij} \bar{s}_j. \quad (5)$$

Перейдем к формулировке уравнений динамики. В первую очередь опишем эволюцию угла наклона нейрона. Она оказывается такой же, как и в роторной модели:

$$\dot{\varphi}_i^{(m+1)} = \frac{\bar{H}_i^m I_1(|\bar{H}_i^m|/T)}{|\bar{H}_i^m| I_0(|\bar{H}_i^m|/T)}. \quad (6)$$

Причем при определении поля здесь учитываются только допустимые с точки зрения дискретной структуры связи между нейронами.

Кроме изменения угла наклона нейрона дискретная структура детектора позволяет нам двигать *положение* нейрона в пределах ширины ячейки относительно центра кластера. В нашем случае динамику положения нейрона можно производить при нулевой температуре, т.е. скачком перемещать положение нейрона в точку максимального поля или в крайнюю допустимую точку, если максимум поля лежит вне допустимого интервала положений нейрона.

Программа, реализующая нейронную сеть, написана на языке Паскаль на персональном компьютере IBM-PC и была протестирована на реальных трехтрековых событиях, полученных на спектрометре АРЕС во время экспериментов по поиску запрещенного распада $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$ и исследованию редкого распада $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e e^+ e^-$.

На рисунке 10 приведены начальное состояние нейронной сети и результат ее работы. Отметим, что построение удачного начального состояния было возможно благодаря применению на предварительном этапе обработки клеточного автомата, который отсеял шумовые точки (на рисунке помечены крестиками) и произвел группировку экспериментальных точек по принципу их возможной принадлежности разным трекам. Результат работы нейронной сети показывает также ее хорошую работу в случае близко лежащих треков.

На рисунке 9 (ср. с рис. 7) показано первоначальное число точек в событии (пунктир) и число точек после обработки нейронной сетью. Напомним, что на одном треке лежит не более 10 точек. Видно, что нейронная сеть после отсеивания шума нашла одотрековые (область до 10), двухтрековые (10–20 точек), трехтрековые (примерно 20–30 точек) и четырехтрековые (больше 30 точек) события.

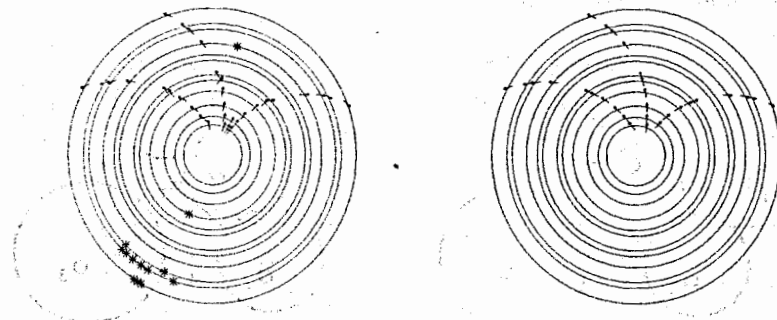


Рис. 10: Пример работы нейронной сети: начальное и конечное состояния.

В среднем нейронная сеть решает задачу за 3–4 итерации. Такая высокая степень сходимости стала возможна благодаря предварительному применению клеточного автомата, как уже отмечалось выше, и учету дискретных особенностей детектора.

Эффективность работы нейронной сети оценивалась просмотром по нескольким выборкам и составляет 98%.

В шестой главе на базе использования Чебышевской метрики приводится быстрый алгоритм поиска вершины события в проекции, перпендикулярной магнитному полю.

Восстановление вершины события при использовании трековых детекторов является важной и распространенной процедурой при обработке экспериментальных данных в физике высоких энергий. Эта задача усложняется в том случае, когда область расположения вершины находится на некотором расстоянии от детектора, например, в мишени. Данные о наличии вершины могут служить критерием для отбрасывания случайных событий. В этом случае обычно желательно иметь быстрый алгоритм. Первым наиболее быстро получаемым приближением является поиск вершины в плоскости (проекции, перпендикулярной магнитному полю).

Задача поиска вершины заключается в нахождении минимума некоторого функционала. В случае детекторов, имеющих дискретную структуру, подходящим является функционал, который равен максимальному из расстояний от точки до окружностей:

$$\mathcal{L}(x, y) = \max_i \left| \sqrt{(x - a_i)^2 + (y - b_i)^2} - R_i \right| \rightarrow \min, \quad (7)$$

где (a_i, b_i) — координаты центра трека, R_i — радиус трека. Функционал \mathcal{L} более адекватно отражает дискретный характер детектора и учитывает эффект многократного рассеяния.

В результате такого выбора функционала нахождение вершины события становится простой и наглядной геометрической задачей. Возьмем на плоскости

(рис. 11) три окружности произвольного радиуса и некоторую точку A с координатами (x, y) . Обозначим: O_1, O_2, O_3 — центры этих окружностей, l_1, l_2, l_3 — расстояния от точки A до соответствующих окружностей. В дальнейших рас-

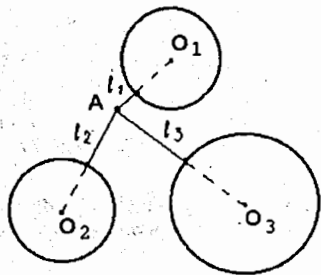


Рис. 11: Общая постановка задачи поиска вершины.

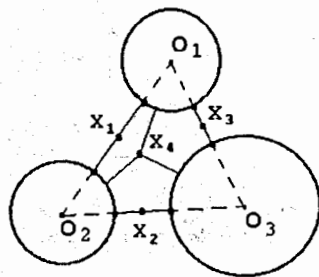


Рис. 12: Пример возможных точек минимума функционала \mathcal{L} .

суждениях мы, исходя из вида функционала, будем следить за наибольшим расстоянием. Пусть для определенности $l_3 > l_2$ и $l_3 > l_1$. Тогда, сдвигая точку A вдоль прямой (AO_3) к точке O_3 , можно уменьшать l_3 , пока l_3 не станет равным расстоянию до какой-нибудь другой окружности, например, l_2 .

Если $l_3 = l_2 > l_1$, то двигаясь вдоль кривой, заданной уравнением $l_3 = l_2$, можно уменьшать \mathcal{L} . Минимум достигается:

1. либо в случае

$$\begin{cases} l_3 = l_2 = \min, \\ l_3, l_2 > l_1, \end{cases} \quad (8)$$

2. либо

$$l_1 = l_2 = l_3. \quad (9)$$

На рис. 12 показан пример возможных точек минимума функционала \mathcal{L} .

Метод реализован в виде программы на языке Паскаль на персональном компьютере типа IBM-PC. Для апробации программы быстрого поиска вершины использовались данные, полученные в эксперименте по поиску редкого распада $\mu \rightarrow 3e$ на установке АРЕС. В этом эксперименте радиус мишени $R_t = 5$ см, радиусы треков лежат в пределах от 15 см до 70 см, средний радиус ≈ 20 см. Треки приближались окружностями, пренебрегая энергетическими потерями в мишени.

На рис. 13 представлено распределение ошибки восстановления вершины для моделированных $\mu \rightarrow 3e$ событий. Из него видно, что ограничение $\sigma = 5$ мм сохраняет практически все истинные события.

На рис. 14 представлено распределение ошибки восстановления вершины для реальных событий, полученных при поиске распада $\mu \rightarrow 3e$ и прошедших некоторый отбор. Подавляющее большинство этих событий являются случайными.

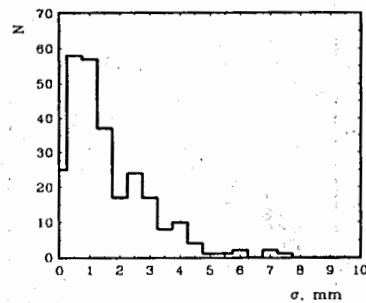


Рис. 13: Ошибка вершины для моделированных событий.

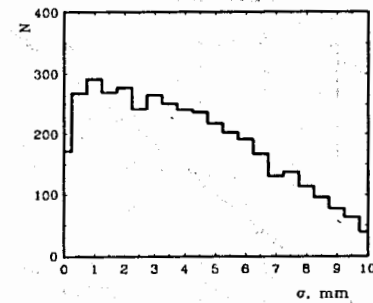


Рис. 14: Ошибка вершины для реальных событий.

Уже на этой стадии мы можем отбросить примерно треть событий с ошибкой вершины $\sigma > 5$ мм.

Определение вершины как точки, минимизирующей максимальное из расстояний до треков, делает процедуру поиска простой, удобной и быстрой. Эти свойства чрезвычайно важны при обработке данных, полученных в экспериментах по поиску редких и запрещенных распадов, когда зарегистрированные события, в основном, являются случайными. При необходимости вершина, найденная предложенным методом, может также использоваться в качестве нулевого приближения для МНК, что особенно важно в случае больших мишеней.

В седьмой главе описываются особенности восстановления Z -координат событий в спектрометре АРЕС.

Эти особенности установки АРЕС, а также большое количество шумовых срабатываний и не очень высокая эффективность камер делают задачу восстановления Z -координаты в спектрометре АРЕС достаточно сложной и громоздкой. Основные трудности возникают на этапе объединения Z -точек с XY -треками (проблема Z -идентификации).

В данной главе описывается эффективный алгоритм восстановления Z -координаты, основанный на определении стриповых координат лавин с последующим разрешением возможной неоднозначности Z -идентификации методом максимума вероятности. Алгоритм реализован в виде программы на языке Фортран на компьютере VAX-8350 и опробован на трехтрековых данных, полученных в эксперименте по поиску распада $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$ и исследованию распада $\pi^+ \rightarrow e^+\nu_e e^+e^-$.

Наиболее просто наведенный на катодных стрипах заряд можно описать в рамках электростатической модели.

Нами предлагается учитывать при анализе информацию о полном наведенном заряде, что не использовалось ранее. Для этого рассмотрим более подробно работу пропорциональной стриповой камеры. На рис. 15 изображен трек, пересекающий камеру под углом α к анодной проволочке. Электроны, образовавшиеся вне условной зоны сбора, в процессе дрейфа будут захвачены электроотрицательными добавками в газовой смеси, а образовавшиеся внутри зоны сбора — дойдут до анодной проволочки. Полный наведенный заряд оказывается пропорциональным пути трека в области сбора электронов. Подтверждением этой

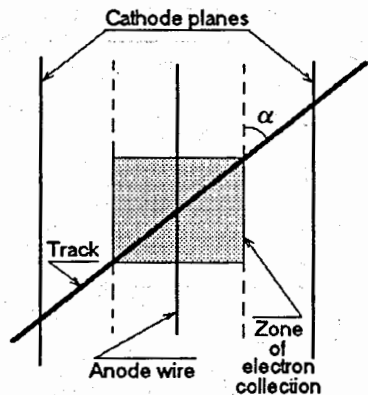


Рис. 15: Прохождение трека через пропорциональную камеру.

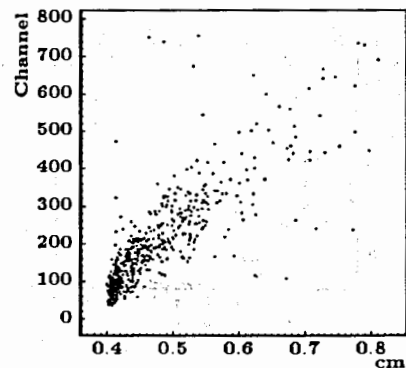


Рис. 16: Зависимость наведенного заряда от пути частицы.

модели является рис. 16, на котором построена экспериментальная зависимость этих величин. Сгущение в области 0.4 см обусловлено тем, что в основном треки проходили по нормали к анодной проволочке. Разброс относительно линейной зависимости объясняется статистической природой образования электронов ионизации вдоль трека. Таким образом, информация о полном наведенном заряде дает возможность решить обратную задачу, а именно, зная полный наведенный заряд, можно оценить угол наклона трека к оси Z .

Процедура восстановления Z -координат многотрекового события в стриповых камерах состоит в следующем:

1. Ищутся пики стриповой амплитуды на каждой поверхности и определяются стриповые координаты лавины.
2. Объединяя полученные стриповые координаты лавины с углом сработавшей анодной проволочки, определяется Z -точка.
3. Существующие XY -треки объединяются с Z -точками для получения пространственных SZ -линий (Z -идентификаций треков).
4. Если получилось несколько различных идентификаций события, то производится выбор наиболее вероятной идентификации.

Наиболее существенные трудности возникают на этапах 3 и 4.

На этапе 3 восстановления Z -координаты событий предлагается отбрасывать заведомо ложные SZ -линии исходя из критерия:

$$\chi^2 \leq \chi_{cut}^2 \quad (10)$$

Информация о полном наведенном заряде позволяет посчитать χ^2 даже в случае, когда имеются лишь две Z -точки, а также оценить наклон SZ -линии, когда имеется лишь одна точка.

После присвоения трекам SZ -линий, может оказаться, что у некоторых треков существует несколько идентификаций. При этом возможно, что некоторые разные треки разделяют одну общую Z -точку, либо наоборот некоторые Z -точки остались вообще без треков. Хотя такое в принципе возможно (слившиеся пики либо шумовое срабатывание), подобные идентификации на практике имеют малую вероятность. Тем не менее программа должна предусматривать обработку таких случаев. Большинство таких случаев разрешается при помощи критерия χ^2 . Оставшиеся случаи оцениваются по методу максимума вероятности, используя информацию об угле наклона трека к оси Z , полученную из полного наведенного заряда.

Таблица 2: Точность восстановления в стриповых камерах.

N камеры	σ_ϕ (рад.)	σ_Q (канал)	σ_Z (мм.)
1	$1.16 \cdot 10^{-2}$	17.5	2.1
4	$1.18 \cdot 10^{-2}$	32.6	2.1
9	$0.78 \cdot 10^{-2}$	101.0	2.1

Результаты применения разработанного алгоритма приведены в таблице 2. Видно, что полученная точность восстановления Z -координаты сравнительно невысока. Это объясняется техническими причинами, а также не самым оптимальным подбором параметров камер, например, отношением ширины стрипа к расстоянию анод-катод.

Использование информации о полном наведенном заряде приводит к надежному определению Z -идентификаций событий. Она также позволяет существенно повысить скорость вычислений за счет отбрасывания заведомо ложных Z -точек. Разработанный метод восстановления Z -координаты треков позволяет работать в достаточно сложных условиях установки АРЕС.

В восьмой главе приведены результаты эксперимента по поиску запрещенного распада $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$ и изучению редкого распада $\pi^+ \rightarrow e^+\nu_e e^+e^-$ с помощью спектрометра АРЕС.

В 1987 г. на пучке пионов фазотрона ОИЯИ с помощью спектрометра АРЕС был проведен эксперимент по поиску запрещенного распада $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$ и изучению редких распадов $\pi^+ \rightarrow e^+\nu_e e^+e^-$ и $\pi^+ \rightarrow \mu^+e^+e^+\nu$.

Обработка данных была проведена в несколько этапов на ЭВМ ЕС-1040, ЕС-1060, ЕС-1061, VAX-8350 и персональных ЭВМ типа IBM-PC. Как видно, в процессе обработки данных пришлось несколько раз менять компьютеры, которые не являются программно совместимыми. Это было вызвано различными причинами, в том числе техническими. Как следствие, такие переходы с одного компьютера на другой потребовали больших затрат машинного и человеческого времени, существенной модификации программ обработки, а на последнем этапе анализа данных на персональных ЭВМ — написания программ заново. Переход на персональные ЭВМ типа IBM-PC, обладающие графическими возможностями, был продиктован также необходимостью просмотра около 4000 событий на последнем этапе обработки, т.к. существовавшие программы обработки на этом этапе оказались ненадежными при работе в условиях шума и при решении неоднозначностей Z -идентификации. В дальнейшем для очистки экспериментальных данных от шума, вызванного сбоями в работе растяжки пучка ускорителя, случайными электрическими наводками и другими трудно контроли-

руемыми причинами, был создан трековый фильтр на базе клеточного автомата, а для восстановления треков была написана программа, реализующая нейронную сеть. Проблема неоднозначностей Z-идентификации была решена через вероятностный подход, использующий информацию об угле наклона трека к оси Z, полученную из полного наведенного заряда. Эффективность этих программ сравнима с эффективностью просмотра. Были проведены также временная калибровка сцинтилляционных счетчиков и анализ событий на одновременность.

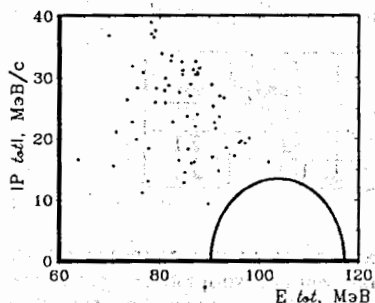


Рис. 17: Распределение событий, удовлетворяющих кинематике распада $\mu \rightarrow 3e2\nu$, по суммарной энергии E_{tot} и импульсу $|\vec{p}_{tot}|$.

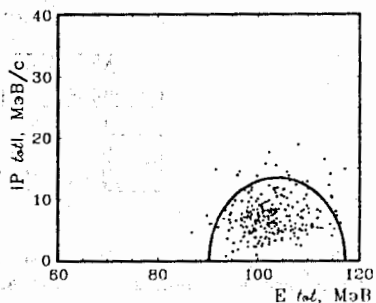


Рис. 18: Распределение моделированных методом Монте-Карло событий $\mu \rightarrow 3e$ по суммарной энергии E_{tot} и импульсу $|\vec{p}_{tot}|$. Контуром обозначена область, в которую попадают 90% моделированных событий.

На заключительном этапе события фильтровались по χ^2 критерию на соответствие гипотезам распада $\mu \rightarrow 3e$ и $\mu \rightarrow 3e2\nu$. Распределение событий по энергии и импульсу, оставшихся в результате обработки, показано на рис. 17. Аналогичное распределение для моделированных событий $\mu \rightarrow 3e$ показано на рис. 18. Контуром обозначена область, в которую попадает 90% событий $\mu \rightarrow 3e$ и которая принята, как область детектирования этого распада.

Из рис. 17 следует, что ни одно зарегистрированное событие не может быть интерпретировано как распад $\mu \rightarrow 3e$.

Распадами, которые могут детектироваться при поиске распадов $\mu \rightarrow 3e$, являются распады $\mu \rightarrow 3e2\nu$ или $\mu \rightarrow e\nu\nu$ с последующей конверсией гамма-кванта в мишени и в 1-м ряду сцинтилляторов. Случай распадов $\mu \rightarrow e\nu\nu$ эффективно подавляется при отбрасывании событий с e^+e^- -парой. Таким образом, случаи, представленные на рис. 17, это распады $\mu \rightarrow 3e2\nu$ и фон случайных совпадений.

Общее число распадов, зарегистрированных в эксперименте при регистрации во временных интервалах 3 нс и 6 нс, составило 65 и 86, соответственно. Это позволяет сделать вывод, что количество распадов $\mu \rightarrow 3e2\nu$ составляет ~ 44 в согласии с расчетной оценкой при значении фона ~ 21 на интервал 3 нс.

Оценка верхней границы относительной вероятности распада $\mu \rightarrow 3e$ на уровне достоверности 90% получается:

$$R_{\mu \rightarrow 3e} \leq 3.6 \cdot 10^{-11}$$

Полученное значение $R_{\mu \rightarrow 3e}$ в ~ 50 раз улучшает оценку, сделанную ранее в Дубне. Поиски распада $\mu \rightarrow 3e$ недавно проводились на мезонных фабриках SIN и LAMPF. Лучшее ограничение $R_{\mu \rightarrow 3e} (\leq 1.0 \cdot 10^{-12})$ получено на установке SINDRUM в SIN, где условия для проведения таких исследований несравненно лучше, чем в Дубне. В Лос-Аламосе на установке Crystal Box было получено ограничение $R_{\mu \rightarrow 3e} \leq 3.5 \cdot 10^{-11}$, т.е. примерно на том же уровне, что и в данном эксперименте.

Критериями для отбора кандидатов на события $\pi^+ \rightarrow e^+\nu_e e^+e^-$ были: наличие предшествующей распаду остановки пиона в мишени; масса распавшейся частицы; одновременность прохождения все трех заряженных частиц.

Были отобраны события, которые произошли в интервале времени от 175 нс до и 75 нс после прохождения пиона через сцинтилляционный счетчик пучка. Диапазон принимаемых масс распавшейся частицы в предположении, что это был распад $\pi^+ \rightarrow e^+\nu_e e^+e^-$, составлял 140 ± 30 МэВ. Требовалось, чтобы в событии имелось по крайней мере три таких сцинтилляционных счетчика, через которые прошли разные треки, и в которых время возникновения сигнала отличалось не более чем на 6 нс. Принятые энергетические и временные интервалы были шире тех, которые определяются разрешением установки. Сделано это было с целью определения фона от случайных событий.

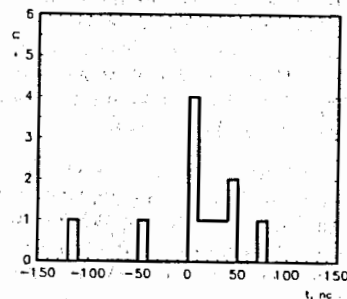


Рис. 19: Распределение одновременных событий с массой 140 ± 16 МэВ относительно времени прихода пиона.

Одновременных событий с задержкой между счетчиками от 0 до 3 нс оказалось 27. Число случайных событий в интервале времени 3–6 нс составило 9. Из 27 одновременных событий 12 по массе распавшейся частицы 140 ± 16 МэВ удовлетворяют гипотезе о том, что это был пион. Распределение этих 12 событий по времени показано на рис. 19. Из этого числа 9 событий попадают во временной интервал 45 нс после распада пиона. Из распределения событий по времени можно также сделать заключение о том, что ожидаемый фон случайных совпадений в принятом интервале 45 нс составляет ~ 1 событие.

Из 9 случайных событий в тот же интервал 45 нс попадает 1 событие. Это также позволяет сделать заключение, что ожидаемое число случайных событий

в найденных 9 случаях распада $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e e^+ e^-$ составляет ~ 1 событие.

Ожидаемое число распадов за счет внутреннего тормозного излучения составляет в нашей статистике ~ 1 . Это значит, что полученная нами статистика практически не несет информации о вкладе тормозного излучения, хотя оно определяет в основном полную вероятность распада $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e e^+ e^-$. Таким образом, среди наблюдаемых распадов основную часть, примерно 7 событий, составляют распады, обусловленные наличием структуры пиона.

Отсюда получаем оценку парциальной вероятности распада $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e e^+ e^-$ за счет наличия структуры пиона

$$R_{SD} = \frac{\Gamma(\pi \rightarrow e \nu_e e^+ e^-)_{SD}}{\Gamma(\pi \rightarrow \mu \nu)} \approx (4.6 \pm 1.6 \pm 0.7) \cdot 10^{-10}, \quad (11)$$

где вторая ошибка — это ошибка за счет неопределенности эффективности регистрации.

Выводы

1. Разработана модель функционирования пропорциональной камеры, позволяющая использовать информацию об угле прохождения трека. Проведен геометрический и статистический анализ этой модели. Показано, что методы восстановления параметров треков, построенные на базе этой модели с использованием Чебышевской метрики, дают улучшение точности примерно в 1.5 раза по сравнению с традиционным методом наименьших квадратов.
2. Построен и реализован алгоритм быстрого поиска вершины в XY плоскости. Он сводится к сравнению значений Чебышевского функционала всего в нескольких точках. Такая высокая скорость важна при обработке экспериментальных данных редких процессов, когда в основном события являются случайными и не имеют общей вершины. Этот алгоритм может применяться также для получения хорошего начального приближения при поиске вершины в большой мишени методом наименьших квадратов.
3. На базе модели функционирования пропорциональной камеры построен и реализован клеточный автомат для фильтрации трековой информации. Главным достоинством клеточного автомата является его параллелизм, что позволяет использовать его в режиме on-line. Скорость обработки в этом случае может достигать 1500 тректрековых событий в секунду при 70% очистке шума.
4. Применение модели функционирования пропорциональной камеры и информации о геометрической форме трека позволило модифицировать роторную модель нейронной сети. Реализация этой модели привела к уменьшению числа итераций до 3-4 (вместо 40-50 в стандартной роторной модели) с одновременным восстановлением параметров треков при 98% эффективности распознавания треков.
5. На базе применения модели функционирования пропорциональной камеры создан и реализован вероятностный подход, использующий информацию об угле наклона трека к оси Z, полученную из полного наведенного заряда. Это позволило существенно повысить надежность восстановления Z-координат событий в условиях неоднозначности идентификаций.

6. Проведена модификация программ обработки данных и постановка их на компьютер VAX-8350. Написаны программы анализа данных и графического вывода для визуального контроля на персональных ЭВМ типа IBM-PC. Обработаны экспериментальные данные, полученные в эксперименте по поиску запрещенного распада $\mu^+ \rightarrow e^+ e^+ e^-$ и изучению редкого распада $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e e^+ e^-$. Сделана оценка верхней границы относительной вероятности распада $\mu^+ \rightarrow e^+ e^+ e^-$ на уровне $R_{\mu \rightarrow eee} < 3.6 \cdot 10^{-11}$. Получена оценка парциальной вероятности распада $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e e^+ e^-$ за счет наличия структуры пиона $R_{SD} \approx (4.6 \pm 1.6 \pm 0.7) \cdot 10^{-10}$. Результаты соответствуют уровню мировых достижений.

Публикации

1. N.I. Chernov, I.V. Kisel, S.M. Korenchenko and G.A. Ososkov, *Track reconstruction in discrete detectors*. Commun. JINR, E10-91-361, Dubna, 1991.
2. N. Chernov, A. Glazov, I. Kisel, E. Konotopskaya, S. Korenchenko and G. Ososkov, *Track and vertex reconstruction in discrete detectors using Chebyshev metrics*. Comp. Phys. Commun., 74 (1993) 217.
3. И.В. Кисель, Е.В. Конотопская, С.М. Коренченко и Н.П. Кравчук, *Восстановление детектируемых в установке АРЕС треков (XY плоскость)*. Сообщение ОИЯИ Р1-91-110, Дубна, 1991.
4. И.В. Кисель, Е.В. Конотопская, Г.А. Ососков и Н.И. Чернов, *Исследование границ применимости метода Крауфорда подгонки окружности*. Сообщение ОИЯИ Р5-91-189, Дубна, 1991.
5. A.A. Glazov, I.V. Kisel, E.V. Konotopskaya and S.M. Korenchenko, *Fast vertex search (in plane)*. Commun. JINR E10-91-374, Dubna, 1991.
6. A.A. Glazov, I.V. Kisel, E.V. Konotopskaya and G.A. Ososkov, *Track filter on the basis of a cellular automaton*. Commun. JINR E10-91-507, Dubna, 1991.
7. A. Glazov, I. Kisel, E. Konotopskaya and G. Ososkov, *Filtering tracks in discrete detectors using a cellular automaton*. Nucl. Instr. and Meth. A329 (1993) 262.
8. A.A. Glazov, I.V. Kisel, E.V. Konotopskaya, V.N. Neskromnyi and G.A. Ososkov, *Track reconstruction in discrete detectors by neural networks*. Commun. JINR E10-92-352, Dubna, 1992.
9. I.V. Kisel and G.A. Ososkov, *Application of cellular automata and neural networks for event reconstruction in discrete detectors*. Proceedings of the Int. Confer. on Computing in High Energy Physics CHEP92, Annecy, France, 1992, CERN-92-07, 1992, p. 646.
10. S. Baginyan, I. Kisel, E. Konotopskaya and G. Ososkov, *Track filtering by robust neural network*. Commun. JINR E10-93-86, Dubna, 1993.
11. И.В. Кисель, В.Н. Нескоромный и Г.А. Ососков, *Применение нейронных сетей в экспериментальной физике*. ЭЧАЯ, (1993) (будет опубликовано).
12. A. Glazov, I. Kisel and G. Ososkov, *Reconstruction of Z-coordinates of tracks in the ARES facility*. Commun. JINR E10-93-123, Dubna, 1993.

13. В.А. Баранов, Ю. Ванко, А.А. Глазов, П.Г. Евтухович, Ф.Е. Зязюля, И.В. Кисель, А.С. Коренченко, С.М. Коренченко, Б.Н. Костин, Н.П. Кравчук, Н.А. Кучинский, А.С. Моисеенко, Д.А. Мжавия, К.Г. Некрасов, П. Повинец, Я. Сарка, В.С. Смирнов, А.И. Филиппов, А.П. Фурсов, Н.В. Хомутов, З.Б. Цамалаидзе, Н.Н. Чернявский, С.И. Яковлев, *Поиски распада $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$* . Сообщение ОИЯИ Р1-90-464, Дубна, 1990.
14. В.А. Баранов, Ю. Ванко, А.А. Глазов, П.Г. Евтухович, Ф.Е. Зязюля, И.В. Кисель, А.С. Коренченко, С.М. Коренченко, Б.Н. Костин, Н.П. Кравчук, Н.А. Кучинский, А.С. Моисеенко, Д.А. Мжавия, К.Г. Некрасов, П. Повинец, Я. Сарка, В.С. Смирнов, А.И. Филиппов, А.П. Фурсов, Н.В. Хомутов, З.Б. Цамалаидзе, Н.Н. Чернявский, С.И. Яковлев, *Поиски распада $\mu^+ \rightarrow e^+e^+e^-$* . ЯФ, т. 53, вып. 5 (1991) 1302.
15. V.A. Baranov, N.N. Chernyavsky, P.G. Evtukhovich, A.I. Filippov, A.P. Fursov, A.A. Glazov, N.V. Khomutov, I.V. Kisel, A.S. Korenchenko, S.M. Korenchenko, B.F. Kostin, N.P. Kravchuk, N.A. Kuchinsky, A.S. Moiseenko, D.A. Mzhavia, K.G. Nekrasov, P. Povinec, J. Sarka, V.S. Smirnov, Z.B. Tsamalaidze, J. Vanko, S.I. Yakovlev and F.E. Zyazyulya, *Search for $\mu \rightarrow e^+e^+e^-$ decay*. Physics Preprint, No. Ph5-91, Comenius University, Bratislava, Czechoslovakia, 1991.
16. V.A. Baranov, N.N. Chernyavsky, P.G. Evtukhovich, A.I. Filippov, A.P. Fursov, A.A. Glazov, N.V. Khomutov, I.V. Kisel, A.S. Korenchenko, S.M. Korenchenko, B.F. Kostin, N.P. Kravchuk, N.A. Kuchinsky, A.S. Moiseenko, D.A. Mzhavia, K.G. Nekrasov, P. Povinec, J. Sarka, V.S. Smirnov, Z.B. Tsamalaidze, J. Vanko, S.I. Yakovlev and F.E. Zyazyulya, *Search for $\mu \rightarrow e^+e^+e^-$ decay*. J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 17 (1991) S57-S70.
17. В.А. Баранов, А.А. Глазов, И.В. Кисель, А.С. Коренченко, С.М. Коренченко, Н.П. Кравчук, Н.А. Кучинский, А.С. Моисеенко, К.Г. Некрасов, В.С. Смирнов, А.И. Филиппов, А.П. Фурсов, Н.В. Хомутов, Н.Н. Чернявский, С.И. Яковлев, П.Г. Евтухович, Ф.Е. Зязюля, Д.А. Мжавия, З.Б. Цамалаидзе, Ю. Ванко, П. Повинец, Я. Сарка, *Изучение распада $\pi^+ \rightarrow e^+\nu_e e^+$* . Препринт ОИЯИ Р1-91-564, Дубна, 1991.
18. В.А. Баранов, А.А. Глазов, И.В. Кисель, А.С. Коренченко, С.М. Коренченко, Н.П. Кравчук, Н.А. Кучинский, А.С. Моисеенко, К.Г. Некрасов, В.С. Смирнов, А.И. Филиппов, А.П. Фурсов, Н.В. Хомутов, Н.Н. Чернявский, С.И. Яковлев, П.Г. Евтухович, Ф.Е. Зязюля, Д.А. Мжавия, З.Б. Цамалаидзе, Ю. Ванко, П. Повинец, Я. Сарка, *Изучение распада $\pi^+ \rightarrow e^+\nu_e e^+$* . ЯФ, т. 55, вып. 11 (1992) 2940.
19. В.А. Баранов, И.В. Кисель, С.М. Коренченко, Н.А. Кучинский, Д.А. Мжавия и З.Б. Цамалаидзе, *О распаде $\pi^+ \rightarrow \mu^-e^+e^+\nu$* . ЯФ, т. 54, вып. 5 (1991) 1298.

Рукопись поступила в издательский отдел

22 июня 1993 года.