

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



9/411-74

Ц8408
А-382

10 - 8161

4758/2-74

Г.Н.Акапьев, В.Б.Злоказов

ПРОГРАММА ДЛЯ ОБРАБОТКИ АМПЛИТУДНЫХ
СПЕКТРОВ ОСКОЛКОВ ДЕЛЕНИЯ

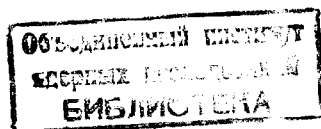
1974

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ
ТЕХНИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ

10 - 8161

Г.Н.Акапьев, В.Б.Злоказов

ПРОГРАММА ДЛЯ ОБРАБОТКИ АМПЛИТУДНЫХ
СПЕКТРОВ ОСКОЛКОВ ДЕЛЕНИЯ



ВВЕДЕНИЕ

Под действием термических нейтронов ядро делящегося изотопа распадается на осколки или спонтанно делится.

Схема измерения спектра в общих чертах следующая:

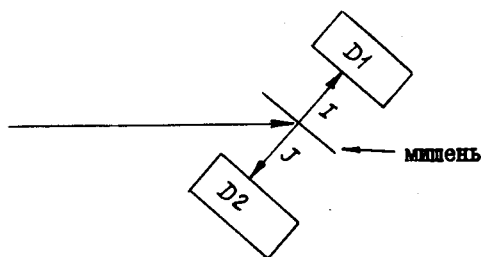


Рис. I.

Два полупроводниковых детектора D1 и D2 располагаются по обе стороны слоя делящегося вещества, нанесенного на тонкую подложку. Импульсы от осколков деления с выходов детекторов поступают на входы спектрометрических трактов (I) и (J) Схема совпадений отбирает совпадающие импульсы, после чего они кодируются и направляются в накопительное устройство. Спектр представляет собой функцию 2-х координат:

$$N(i, j) = f(i, j)$$

i, j - амплитуды импульсов (номера каналов) в трактах I и J ;
 $N(i, j)$ - число событий в точке (i, j) исходного координатного поля.

Для идентичных амплитудных характеристик трактов и при большой статистике будет иметь место

$$N(i, j) \approx N(j, i) . \quad (I)$$

В этом случае топографическая карта такого спектра имеет вид:

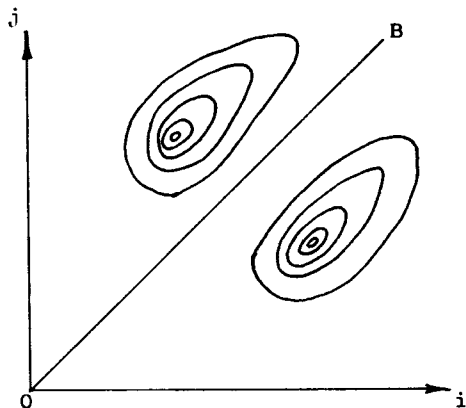


Рис.2.

Формально каждую величину $N(i, j)$ можно рассматривать как выборочное значение некоторой гауссовской случайной величины с дисперсией $D(i, j)$ и математическим ожиданием $M(i, j)$, причем выполняется равенство

$$D(i, j) = M(i, j) , \quad (2)$$

если отдельные регистрации подчиняются закону Пуассона.

Наиболее общими задачами по обработке таких спектров будут следующие:

1) калибровка, т.е. установление зависимостей:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_1(i) \\ E_2 &= E_2(j) \end{aligned} \quad (3)$$

2) преобразование $N(i, j)$ от координат i, j к другим координатам x, y , в котором новое распределение $\tilde{N}(x, y)$ более физически информативно, чем $N(i, j)$ в старых /2,3/.

Калибровка

Предполагается следующая зависимость энергии от канала /1/:

$$E_1 = (a_1 + a'_1 \mu_1) i + b_1 + b'_1 \mu_1 \quad (4)$$

$$E_2 = (a_2 + a'_2 \mu_2) j + b_2 + b'_2 \mu_2$$

Здесь μ_1, μ_2 - массы осколков после деления и излучения нейтронов, а $\{a_1, a'_1, b_1, b'_1\}$ - коэффициенты калибровки, учитывающей также зависимость от массы. На первом этапе вычисляются коэффициенты грубой линейной калибровки. Вследствие неустойчивости условий регистрации биссектриса в рис.2 смещается и симметрия спектра нарушается. Для разделения пиков, т.е. для нахождения оси симметрии, вычисляются интегральные спектры

$$S_1(j) = \sum_{i=1}^{64} N(i, j) \quad S_2(i) = \sum_{j=1}^{64} N(i, j) \quad (5)$$

Их общий вид изображен на рис.3.

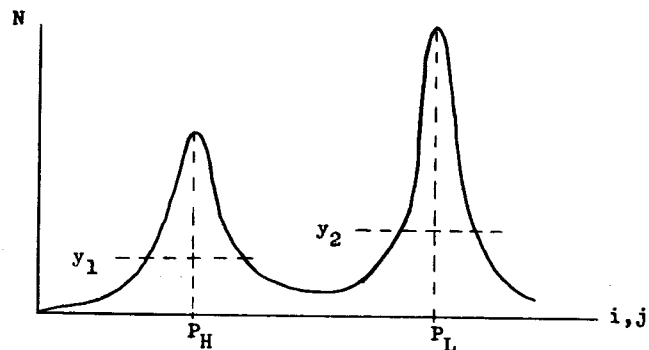


Рис.3.

- P_H - центр тяжелого пика,
 P_L - центр легкого пика,
 $y_{1,2}$ - уровни от максимумов.

Для калибровки используется реакция $U^{235} + n_{тепл}$, характеристики которой хорошо известны. Если энергетическая разность для U^{235} равна $E_L - E_H$, а разность в каналах равна $P_L - P_H$, то отсюда могут легко быть получены линейные зависимости энергии от канала

$$\begin{aligned} E_1 &= k_1 i + k_2 \\ E_2 &= k_3 j + k_3 \end{aligned} \quad (6)$$

Полная процедура установления зависимости (6) состоит в следующем итерационном процессе:

1) находятся максимумы в S_1 и S_2 для обоих пиков; первые приближения к центрам вычисляются как центры тяжести обоих пиков

на некоторых уровнях от максимумов; вычисляются значения k_i в (6) по заданным E_L, E_H для обоих трактов; тогда уравнение линии симметрии будет

$$E_I = E_2 ; \quad (7)$$

2) с помощью уравнения (7) осуществляется разделение пиков в спектре:

$$\begin{aligned} S_{11}(i) &= \sum_{E_i > E_2} N(i, j) \\ S_{12}(i) &= \sum_{E_i \leq E_2} N(i, j) \\ S_{21}(j) &= \sum_{E_i > E_2} N(i, j) \\ S_{22}(j) &= \sum_{E_i \leq E_2} N(i, j) ; \end{aligned} \quad (8)$$

3) в каждом из S_{ik} ($i = 1, 2; k = 1, 2$) вычисляются центры тяжести пиков на некотором уровне от максимумов, и с их помощью уточняются коэффициенты в формулах (6); снова составляется уравнение линии симметрии

$$E_I = E_2$$

и повторяются пункты 2) и 3) до тех пор, пока изменения коэффициентов не станут меньше некоторого заданного ϵ (точности).

После этого положения центров в разделенных пиках уточняются подгонкой кривой 4-го порядка по методу наименьших квадратов (берутся точки, лежащие выше 0.75 от максимума пика). С помощью найденных центров вычисляются коэффициенты в (4) /1/:

$$\begin{aligned} a_i &= 30.9734 / (P_{iL} - P_{iH}) \\ b_i &= 87.8624 - a_i P_{iL} , \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} a_i' &= 0.04596 / (P_{iL} - P_{iH}) \\ b_i' &= 0.1345 - a_i' P_{iL} \end{aligned} \quad (9')$$

(P_{iL}, P_{iH} - уточненные центры в разделенных пиках для тракта каналов $i(j)$).

Обработка

С физической точки зрения более информативны по сравнению с каналами представления в других координатах, а именно:

$$N_1(E_T, \mu_1) \quad (I0)$$

$$N_2(E_1, E_2) \quad (II)$$

$$N_3(N_1, \mu_1) \quad (I2)$$

(E_T - энергия с учетом масс любого тракта;

$$E_T = E_1 + E_2;$$

μ_1 - масса осколка).

Для преобразований координат, кроме соотношений (4), используем также:

$$\mu_1 E_1 \approx \mu_2 E_2 \quad (I3)$$

$$\mu_1 + \mu_2 = A - \bar{n}(\mu_1, \mu_2) \quad (I4)$$

(μ_i - масса осколка в i -ом тракте,

A - атомный вес облучаемого (или распадающегося) ядра,

$\bar{n}(\mu_1, \mu_2)$ - среднее число нейтронов, вылетающее в процессе деления).

В данной работе предполагается, что соотношения (I3) выполняются приближенно, если пренебречь изменениями в массах и энергиях осколков, вызванных испускаемыми нейтронами /2/.

Вышесказанное может быть пояснено следующим образом. В момент деления ядра массы осколков m_1^* и m_2^* их кинетические энер-

гии подчинены соотношениям

$$m_1 E_1 = m_2 E_2$$

$$m_1 + m_2 = A.$$

Эти соотношения отражают закон сохранения импульса и массы до эмиссии нейтронов. После эмиссии n нейтронов масса ядра равна

$$m_1^* + m_2^* - n, \text{ так как } n \text{ в среднем мало, то массы } \mu_1 \text{ и } \mu_2$$

в (I3), (I4) не слишком отличаются от m_1^* и m_2^* ; далее, так как оба осколка испускают нейтроны, то разница в изменениях E_1^* и E_2^* незначительна и мы можем считать, что приближенно выполняется равенство (I3).

Окончательно имеем 4 соотношения:

$$E_1 = (a_1 + a_1' \mu_1) i + b_1 + b_1' \mu_1$$

$$E_2 = (a_2 + a_2' \mu_2) j + b_2 + b_2' \mu_2 \quad (I5)$$

$$\mu_1 E_1 = \mu_2 E_2$$

$$\mu_1 + \mu_2 = A - \bar{n}(\mu_1, \mu_2).$$

Возможны 2 подхода к решению задачи о преобразованиях:

I) положить $\bar{n}(\mu_1, \mu_2)$ приближенно-постоянной величиной, не зависящей от μ_1, μ_2 ; в этом случае представления (I0-I2) могут быть получены с помощью следующих явных зависимостей:

$$E_1 = (a_1 + a_1' m(i,j)) i + b_1 + b_1' m(i,j) \quad (I6)$$

$$E_2 = (a_2 + a_2' (A - m(i,j))) j + b_2 + b_2' (A - m(i,j)).$$

Здесь $m(i,j)$ есть решение квадратного уравнения, устанавливающего зависимость массы одного осколка от каналов (под A дальше понимается разность $A - \bar{n}$):

$$[a_1' i + b_1' - a_2' j - b_2'] \mu_1^2 + [a_1 i + b_1 - a_2 j - b_2] \mu_1 - a_2 j A - a_2' A^2 j - b_2 A - b_2' A^2 = 0 \quad (I6')$$

$$E_T = E_1 + E_2, \quad \mu_1 = \frac{E_2 A}{E_1 + E_2} \quad (I7)$$

$$E_1 = E_1, \quad \mu_1 = \frac{E_2 A}{E_1 + E_2} \quad (I8)$$

Пояснения: (I6) с учетом (I6') дает нам переход от координат i, j и E_T, E_2 . Отсюда мы можем перейти к коэффициентам E_T, μ_1 и $E_T \mu_1$ с помощью (I7) и (I8).

Преобразования (I7) и (I8) суть преобразования к независимым координатам, притом взаимнооднозначные в области $\{1 \leq \mu_1 \leq (A-1); E_{\min} \leq E_1 \leq E_{\max}\}$. Это следует из равенства якобианов для (I8) и (I8)

$$J(E_T, \mu_1) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -E_2 A & A E_1 \\ (E_1 + E_2)^2 & (E_1 + E_2)^2 \end{vmatrix} = \frac{A}{E_1 + E_2} \quad (I9)$$

$$J(E_1, \mu_1) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -E_2 A & A E_1 \\ (E_1 + E_2)^2 & (E_1 + E_2)^2 \end{vmatrix} = \frac{A E_1}{(E_1 + E_2)^2} \quad (20)$$

и отличия их от нуля и бесконечности в этой области.

Для оценки якобиана преобразования (I6) выразим i и j через E_1, E_2 :

$$i = \frac{E_1^2 + E_1 E_2 - b_1 (E_1 + E_2) - b_1' A E_2}{a_1 (E_1 + E_2) + a_1' A E_2} \quad (21)$$

$$j = \frac{E_2^2 + E_1 E_2 - b_2 (E_1 + E_2) - b_2' A E_1}{a_2 (E_1 + E_2) + a_2' A E_1}$$

Это есть преобразование $i = i(E_1, E_2), j = j(E_1, E_2)$, для которого якобиан равен

$$\left| \frac{(a_1 E^2 + A E_2 R_1 + A E_2 (a_1' E_1 + a_1' E)) (a_2 E^2 + A E_1 R_2 + A E_1 (a_2' E_2 + a_2' E)) - (a_1' A E_1^2 - A E_1 R_1) (a_2' A E_2^2 - A E_2 R_2)}{(a_1 (E_1 + E_2) + a_1' A E_2)^2 (a_2 (E_1 + E_2) + a_2' A E_1)^2} \right| \quad (22)$$

Здесь $R_1 = (a_1 b_1' - a_1' b_1); R_2 = (a_2 b_2' - a_2' b_2); E = E_1 + E_2$.

Из (9) следует, что $R_1 \approx R_2 \approx 0$.

Отсюда

$$J(i, j) = \left| \frac{a_1 a_2 (E_1 + E_2)^4 + D_1}{a_1^2 a_2^2 (E_1 + E_2)^4 + D_2} \right| \quad (23)$$

Члены D_1 и D_2 содержат либо E_i^4 , умноженные на малые величины a_i' , либо степени E_i , меньшие чем 4, причем при $0 \leq E_{\min} \leq E_1 \leq E_{\max} < +\infty$, D_1 и $D_2 > 0$.

Отсюда можно написать

$$J(i, j) \approx \left| \frac{a_1 a_2 (E_1 + E_2)^4}{a_1^2 a_2^2 (E_1 + E_2)^4} \right| = \frac{1}{a_1 a_2} \quad (24)$$

$J(i, j)$ в области $0 < E_{\min} \leq E_1 \leq E_{\max} < +\infty$ отлично от нуля и бесконечности. При обратном преобразовании $E_1(i, j), E_2(i, j)$ координаты E_1 и E_2 независимы.

Таким образом, с помощью (I6), (I7), (I8) мы можем получить представления (I0-I2), если $\bar{n}(\mu_1, \mu_2) \approx \text{const}$.

П. При наличии нелинейной зависимости в $\bar{n}(\mu_1, \mu_2)$ система (I5) может оказаться явно неразрешимой относительно новых координат. В этом случае следует, очевидно, решать неявную систему (I5) для каждой пары координат и осуществлять таким образом преобразование. Если $\bar{n}(\mu_1, \mu_2) \ll A$, то с необходимыми поправками вышеприведенные

рассуждения будут справедливы и в этом случае, и новые координаты будут независимы в области $\{ \min \bar{n}(\mu_1, \mu_2) < \mu_i < (A - \max \bar{n}(\mu_1, \mu_2)) \}$ $\{ 0 < E_{\min} \leq E_1 \leq E_{\max} < +\infty \}$. Для решения неявной системы (15) можно использовать, например, метод Ньютона. Начальные значения для новых координат можно брать из условий грубой линейной калибровки:

$$\begin{aligned} E_1^0 &= k_1 i + k_2 \\ E_2^0 &= k_3 j + k_3 \\ \mu_i^0 &= \frac{E_2^0 A}{E_1^0 + E_2^0} \end{aligned} \quad (25)$$

Такой подход был реализован в прилагаемой ниже программе **СЮТРА**. Это, правда, замедляет скорость счета по сравнению с явным заданием преобразования координат, но зато такой подход более универсален и лучше отражает физическую суть задачи. Используется метод субъячеек /2/, заключающийся в следующем:

- 1) исходная ячейка в координатах i, j разбивается на M^2 субъячеек; (M зависит от числа отсчетов в канале).
- 2) распределение отсчетов внутри ячейки (i, j) предполагается равномерным (предложение, допустимое для больших статистик).
- 3) содержимое ячейки (i, j) $n(i, j)$ делится на M^2 , и частное полагается содержимым каждой субъячейки.
- 4) вычисляются координаты (i_c, j_c) центра каждой субъячейки; составляется система уравнений (15) для данной пары и решается методом Ньютона, как было указано выше.
- 5) по найденным координатам определяется ячейка в новых координатах, и к ее содержимому добавляется содержимое субъячейки; процесс повторяется, пока не будут исчерпаны все исходные ячейки (с ненулевым содержанием).

При этом методе происходит как бы перегруппировка объединений точек исходной плоскости в объединения точек в новой плоскости.

Для того чтобы вносимые корреляции при преобразовании были наименьшими, следует разбиение исходных ячеек проводить так, чтобы предположение о равномерности выполнялось как можно строже.

Программа **CALBR**.

Программа написана на **FORTRAN-4**. Обращение к ней имеет вид:

CALL CALBR (SP, EPS, R)

Значения параметров:

- SP** - исходный амплитудный спектр,
- EPS** - точность итерационного процесса,
- R** - массив для результатов:
 - а) перед обращением к программе
 - R(1)** и **R(2)** содержат управляющие коды:
 - R(1)=0** - центры разделенных пиков определяются взвешиванием,
 - R(1)=1** - центры разделенных пиков определяются подгонкой,
 - R(2)=0** - нет выдач на печать и график,
 - R(2)=1** - есть печать, нет построения графика,
 - R(2)=2** - если печать, есть график.
 - б) в конце работы программы массив **R** содержит:
 - R(1) - R(4)** - величины $a_1 b_1 a_1' b_1'$ - коэффициенты Шмидта в тракте I.
 - R(5) - R(8)** - $a_2 b_2 a_2' b_2'$ - " - " - J.
 - R(9) - R(10)** - $k_1 k_2$ - коэффициенты в формуле (6)
 - R(11) - R(12)** - $k_3 k_4$

Программа CALBR осуществляет калибровку, согласно вышеописанному алгоритму. В процессе работы результаты выдаются на печать; кроме того, строятся графики функций $S_1(j)$ и $S_2(i)$ (см.(5)).

Программа "СЮТРА"

Программа написана на FORTRAN-4. Обращение к ней имеет вид:
CALL СЮТРА (SP1, SP2, R, DE, DM, A, RN).

SP1 - исходный спектр SP1(64,64)

SP2 - спектр в новых координатах SP2(64,64)

R - массив коэффициентов $a_1, a_1', b_1, b_1', a_2, a_2', b_2, b_2', k_1, k_2, k_3, k_4$;

DE - шаг по одной координате (новый)

DM - шаг по другой координате (новый)

A - атомный вес (для данного варианта $A = A - \bar{n}$)

RN - режим преобразования: 1 → E_T, μ_1 ; 2 → E_1, E_2 ; 3 → E_1, μ_1 .

Кроме того, до обращения SP2(1,1) содержит значение I-го канала по 2-й координате, а SP2(2,I) - значение I-го канала по I-й координате. Программа реализует изложенный выше алгоритм в предположении, что $\bar{n}(\mu_1, \mu_2) = \text{const}$. Если необходимо положить другую зависимость, это может быть достигнуто лишь заменой арифметических частей.

Программа контролирует правильность получения новых координат и сходимость итерационного метода. Если новые координаты выходят за интервал (1, 64), то отсчеты в них теряются; то же имеет место в случае несходимости. В конце работы программы выдается сообщение о количестве полученных отсчетов из-за неправильных координат и из-за несходимости.

Полученные представления $N_1(E_T, \mu_1)$, $N_2(E_1, E_2)$, $N_3(E_1, \mu_1)$ могут использоваться для построения зависимостей, представляющих физический интерес: (построение функции $E_{ср.т} = E_{ср.т}(\mu_1)$, например, и т.д.). Соответствующие программы, так же, как и программы для калибровки и СЮТРА, входят в единый комплекс обработки спектров осколков деления.

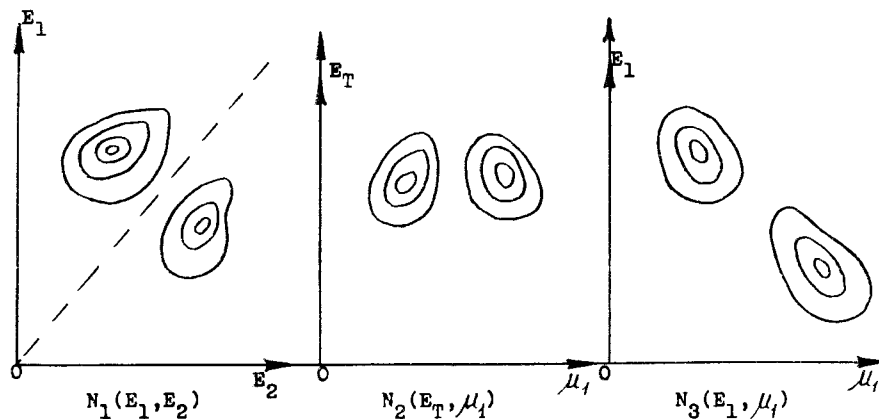


Рис.4.

Типичный вид представлений (I0-I2).

В заключение авторы выражают благодарность Е.П.Жидкову за просмотр рукописи и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. H.W. Schmitt, W.E. Kiker, and C.W. Williams, Phys. Rev., 137 B 837 (1965)
2. H.W. Schmitt, J.H. Neiler, and F.J. Walter, Phys. Rev., 141, 3, 1966.
3. Б.Г. Басова, А.Д. Рабинович, препринт НИИАР П-127, г. Мелекесс, 1971.
4. Математическое обеспечение ЭВМ "Минск-32", Выпуск 9, г. Минск, 1973.

Рукопись поступила в издательский отдел
31 июля 1974 года.