

Ц 846  
И-757

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



9/11-74

4761/2-74

10 - 8144

Ц.И.Иоселиани, Г.А.Ососков

ОЦЕНКА ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ИОНИЗАЦИИ  
ПО ДАННЫМ СКАНИРОВАНИЯ  
НА СПИРАЛЬНОМ ИЗМЕРИТЕЛЕ

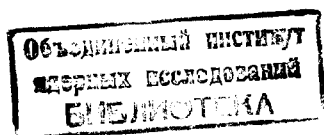
**1974**

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ  
ТЕХНИКИ И АВТОМАТИЗАЦИИ

10 - 8144

Ц.И.Иоселиани, Г.А.Ососков

ОЦЕНКА ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ИОНИЗАЦИИ  
ПО ДАННЫМ СКАНИРОВАНИЯ  
НА СПИРАЛЬНОМ ИЗМЕРИТЕЛЕ



Иоселиани Ц.И., Ососков Г.А.

10-8144

Оценка относительной ионизации по данным сканирования  
на спиральном измерителе

Работа посвящена оценке относительной ионизации по данным спирального сканирования снимков с пузырьковых камер.

После вывода необходимой функциональной зависимости излагаются два статистических подхода к оценке гипотезы о той или иной ионизационной плотности и приводятся результаты пробной обработки нескольких событий по данным ЦЕРНа.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований  
Дубна, 1974

Ioseliani Ts., Ososkov G.A.

10-8144

A Relative Ionization Estimation Using  
Spiral Reader Data

A method of relative ionization estimation is studied using spiral reader data of bubble chamber film measurements.

The necessary functional dependency development is followed by two statistical approaches to the estimation of a hypothesis about the bubble density and results of the first handling of a few events measured at CERN spiral reader.

Communications of the Joint Institute for Nuclear Research.  
Dubna, 1974

Массовая автоматизированная обработка камерных снимков с помощью устройств типа НРД, Spiral Reader или устройств, использующих КЛТ, выдвигает специальные проблемы оценки ионизации по результатам сканирования изображения трека световым пятном или щелью.

Настоящая работа посвящена оценке относительной ионизации по данным спирального сканирования снимков с пузырьковых камер. После вывода необходимой теоретической зависимости излагаются два статистических подхода к оценке гипотезы о той или иной ионизационной плотности и приводятся результаты пробной обработки нескольких событий, специально отобранных с магнитной ленты, содержащей результаты сканирования на ЦЕРНовском спиральном измерителе фильма с 2 м водородной камеры.

Информация об ионизации на спиральном измерителе (СИ) получается в виде амплитуд импульсов напряжения с фотоумножителя, выдаваемых одновременно с полярными координатами точек трека  $/I/$ . Величина амплитуды импульса (PH) определяется световым потоком, падающим на кадр, и пропорциональна числу рассеивающих центров пузырьков, захваченных щелью при сканировании ею кадра.

Установление какого-либо однозначного соответствия между величинами PH и числом пузырьков на треке, замечаемых щелью при ее движении поперек трека, даже с учетом его кривизны и угла погружения невозможно из-за сложных эффектов, вносимых работой системы автома-

тической регулировки усиления. Поэтому во всех работах, посвященных оценке ионизации /2,3,4/ при спиральном сканировании, предлагается вычислять относительное потемнение треков по отношению к трекам пучка, принимаемым за эталон почернения. Если обозначить через  $\gamma$  среднюю плотность ионизации произвольного трека, а через  $\gamma_{min}$  - ту же плотность для пучковых треков, то параметром относительной ионизации будет  $B = \gamma / \gamma_{min}$ . Из физических соображений следует, что  $B$  должно быть пропорциональным углу погружения и другим пространственным характеристикам трека, объединяемым в так называемый геометрический фактор  $G$  (см./2,5/) и обратно пропорциональным кинетической энергии частицы, т.е.  $B = G \beta^{-2}$ .

Нами использовалась информация, полученная на первых 20 оборотах спирали. Для уменьшения статистических флуктуаций было бы желательно измерить более длинные отрезки треков, но из-за кривизны треков радиально ориентированная щель на большом радиусе начинает искажать измеряемые амплитуды импульсов. В дальнейшем возможно присовокупить к этим данным, взятым вблизи вершины события, высоты импульсов, получаемые в области, далекой от вершины, после введения специальной коррекции на такое искажение.

Для треков высокой кривизны (импульс меньше 100 МэВ/с) информацией об ионизации пренебрегали как ненадежной.

Установим зависимость между амплитудой импульсов и параметром  $B$  (см. рис. I).

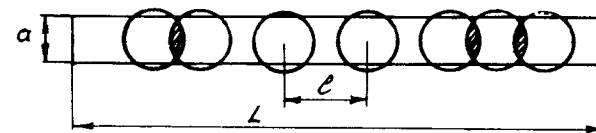


Рис. I

Пусть  $a$  - ширина,  $L$  - длина щели,  $d$  - средний диаметр пузырька,  $l$  - расстояние между центрами пузырьков,  $S$  - площадь щели,  $S_б$  - часть этой площади, покрытая пузырьками,  $T_{пл.}$  и  $T_{пуз.}$  - коэффициенты пропускания светового потока пленкой и пузырьком, соответственно.

Величина амплитуды импульса, выдаваемая автоматическим устройством, равна отношению светового потока, получаемого при пересечении трека щелью (когда часть света задерживается пузырьками), к световому потоку, идущему сквозь пленку.

$$PH = \frac{S_б}{S} \cdot \frac{T_{пл.} - T_{пуз.}}{T_{пл.}} = K \frac{T_{пл.} - T_{пуз.}}{T_{пл.}}$$

Если ввести оптическую плотность  $D = \lg \frac{1}{T}$ , то

$$PH = K (1 - e^{-2,3(D_{пуз.} - D_{пл.})})$$

Найдем величину  $K = S_б / S$ .

Как известно, из пуассоновского закона распределения числа пузырьков на треке следует экспоненциальный закон распределения расстояний между их центрами:

$$P(l) = \gamma e^{-\gamma l}$$

Пусть  $N$  - среднее число пузырьков, попавших внутрь щели. Если ограничиться рассмотрением узкой щели:  $a = 0,8d$ , то площадь, перекрываемая двумя соседними пузырьками, будет приблизительно равна:

$$S_б = (d - l)a$$

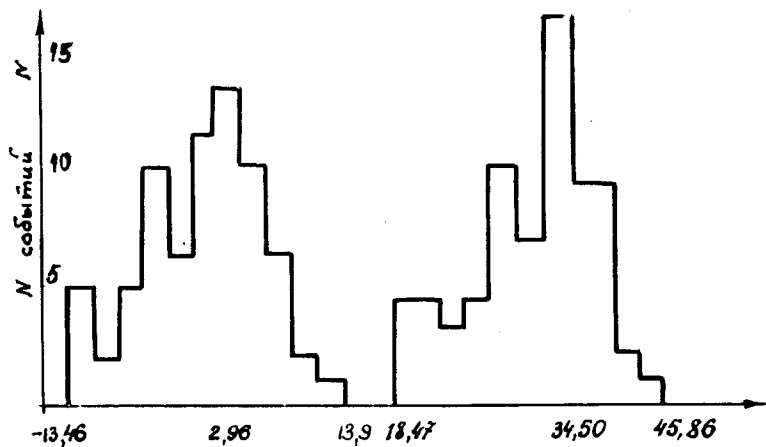


Рис.2. Распределение отношений правдоподобия ДМ и ДР для  $J$ -мезонов и протонов от 100 до 900 Мэв.

Средняя величина площади перекрытия пузырьков

$$\tilde{S} = g a N \int_0^d (d-l) e^{-gl} dl = Na \left[ d - \frac{1}{g} (1 - e^{-gd}) \right].$$

Вся площадь, занятая пузырьками внутри щели,

$$S_e = Nad - \tilde{S} = \frac{Na}{g} (1 - e^{-gd}).$$

Так как  $S = La$  и  $N = Lg$ , то

$$k = S_e/S = (1 - e^{-gd})$$

и 
$$PH = (1 - e^{-gd}) (1 - e^{-2,3(D_{\text{пр}} - D_{\text{м}})}). \quad (I)$$

Пусть  $g$  - средняя величина пропусков между пузырьками ( $g = 1/r$ ).

Для сплошного (без пропусков) трека  $g = 0$  и из (I) получаем

$$PH_{\text{max}} = 1 - e^{-2,3(D_{\text{пр}} - D_{\text{м}})}.$$

Для трека с  $g \neq 0$

$$PH = PH_{\text{max}} (1 - e^{-gd}). \quad (2)$$

Для пучкового трека с учетом определения В будем иметь

$$PH_{\text{min}} = PH_{\text{max}} (1 - e^{-g_{\text{min}} d}) = PH_{\text{max}} \left(1 - e^{-\frac{gd}{B}}\right),$$

откуда получаем выражение для  $\exp(-gd)$  через В и отношение амплитуд сплошного и пучкового треков

$$e^{-gd} = \left(1 - \frac{PH_{\text{min}}}{PH_{\text{max}}}\right)^B.$$

Подставляя это в (2), получаем искомую формулу

$$PH = PH_{\text{max}} \left(1 - \left(1 - \frac{PH_{\text{min}}}{PH_{\text{max}}}\right)^B\right). \quad (3)$$

Аналогичная формула была получена в работах /3,4/.

Была проведена идентификация одинаково заряженных частиц для конкурирующих гипотез в реакциях типа:



В качестве одного из критериев отбора был применен критерий Неймана-Пирсона.

В предположении, что амплитуды импульсов распределены по нормальному закону, отношение правдоподобия для двух гипотез будет иметь вид:

$$\mathcal{L} = \frac{\exp\left[-\frac{1}{2\sigma_{PH}^2} (PH - \overline{PH}_{\text{тип.1}})^2\right]}{\exp\left[-\frac{1}{2\sigma_{PH}^2} (PH - \overline{PH}_{\text{тип.2}})^2\right]}$$

или

$$\ln \mathcal{L} = \frac{1}{2\sigma_{PH}^2} \left[ (\overline{PH}_{\text{тип.1}}^2 - \overline{PH}_{\text{тип.2}}^2) - 2PH(\overline{PH}_{\text{тип.1}} - \overline{PH}_{\text{тип.2}}) \right],$$

где  $\overline{PH}_{\text{тип.1}}$  и  $\overline{PH}_{\text{тип.2}}$  - средние амплитуды импульсов, соответственно, для  $\pi^+$ -мезонов и протонов,  $\sigma_{PH}$  - ошибки экспериментальных величин PH.

Значения этих величин были определены из реальных экспериментальных данных  $\Gamma p$  взаимодействия при 16 Гэв/с, полученных в ЦЕРНе, что позволило найти набор геометрических факторов реальных треков  $G$  и вычислить  $\overline{PH}_{\text{тип.1}}$  и  $\overline{PH}_{\text{тип.2}}$  по формуле (3) для разных гипотез в диапазоне энергий до 900 Мэв.

Для того чтобы принять или отвергнуть гипотезу о мезонном или протонном треке, необходимо сравнить логарифм относительного правдоподобия с константой  $C$ , определяющей критическую область данного критерия. Константа  $C$  оценивается по распределению величины  $\ln L$ . В связи с отсутствием в настоящее время на спиральном измерителе ОИЯИ аппаратуры для получения экспериментальных данных об амплитудах импульсов, необходимых для построения гистограммы  $\ln L$ , был использован метод Монте-Карло. Гистограммы  $PH$  из работы /2/ были пересчитаны в распределения логарифма отношения правдоподобия для  $\Pi^+$ -мезонов (ДМ) и протонов (ДР), приведенные на рис. 2.

Было выбрано значение  $C=16$  и при  $\ln L > C$  принималась гипотеза о протоне, а при  $\ln L \leq C$   $\Pi^+$ -мезоне.

Применение критерия Неймана-Пирсона связано с введением эмпирических порогов, меняющихся от эксперимента к эксперименту, что приводит к большим неудобствам, поэтому в качестве конкурирующего метода был использован  $\tau$ -критерий /5/.

Нами отбирались события  $\Gamma p$ -взаимодействия при 3,9 Гэв/с, измеренные на ЦЕРНовском СИ.

Результаты сканирования плотности пузырьков следа были усреднены по первым 20 отсчетам спирали от вершины события (по программе PULSH, включенной в комплекс программы FILTR /1/).

После геометрической реконструкции события, обработанного по программам FILTR и THRESH, вычислялся геометрический фактор  $G$

/2,5/ в каждой из 3-х проекций кадра. Для каждой гипотезы фиксировался параметр ионизации  $B$  по всем трекам кадра.

Величина  $PH_{\max}$  выбиралась равной 108 для всех кадров пленки,  $PH_{\min}$  считалась постоянной величиной для 3-х проекций данного события и находилась подгонкой по методу наименьших квадратов.

Была произведена проверка обеих гипотез по  $\tau$ -критерию (путем смены гипотез местами в выражении для  $\tau$ ).

Величина  $\tau^2$  вычислялась по формуле, данной в работах /5,6/:

$$\tau^2 = \frac{\sum_{i=1}^3 \frac{1}{\sigma_i^2} [PH_{\text{эксп.}i} - PH_i(PH_{\min 1}, B_1) x_i]^2}{\sum_{i=1}^3 \frac{x_i^2}{\sigma_i^2} - \left[ \sum_{i=1}^3 \frac{x_i f_i}{\sigma_i^2} \right]^2 / \sum_{k=1}^3 \frac{f_k^2}{\sigma_k^2}},$$

где  $PH_{\text{эксп.}i}$  - экспериментальные данные с ошибками  $\sigma_i$ ,  $PH_i(PH_{\min 1}, B_1)$  - предсказанная амплитуда импульса для  $i$ -ой гипотезы в особой точке подбираемого параметра  $PH_{\min} = \hat{PH}_{\min}$ , найденного минимизацией функционала

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\sigma_i^2} (PH_{\text{эксп.}i} - PH_i(PH_{\min 1}, B_1))^2;$$

$f_i$  - производная функции (3) в особой точке  $PH_{\min} = \hat{PH}_{\min}$ ;

$x_i$  - разность между предсказанными амплитудами импульсов проверяемой и конкурирующей гипотезы

$$x_i = PH_i(\hat{PH}_{\min 2}, B_2) - PH_i(\hat{PH}_{\min 1}, B_1),$$

где  $\hat{PH}_{\min 2}$  - значение параметра  $PH_{\min}$ , подобранное для гипотезы 2,  $\sigma_k$  - ошибка параметра проверяемой гипотезы.

Как было показано в /7/, гипотеза, имеющая по модулю меньшее  $\tau$ , расположена ближе к эксперименту. Для большинства случаев  $\tau_1$  оказался очень малым для "хороших" гипотез по сравнению с  $\tau_2$  для "плохих" (табл. I.)

Преимущество одной гипотезы перед другой проверялось по неравенству  $|\frac{\tau_0 - \tau_1}{2}| \gg 1$  (см. /7/), и оно оказалось явным для 70% случаев.

Для тех частиц, импульс которых больше 1,2 Гэв/с,  $\tau$  оказалось малым для обеих гипотез. Их количество примерно равно 15%.

В заключение мы хотели бы выразить благодарность за помощь в работе И.Н.Силину, Н.С.Амаглобели и М.И.Джгаркава.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В.М.Котов и др. Сообщение ОИЯИ, IO-7939, Дубна, 1974.
2. J.P.Berge, R.J.Hemingway. CERN/D, Ph II/k<sup>-</sup> Group 71-5.
3. J.S.Dansburg, G.R.Lynch. UCRL Note PJ-160.
4. Ph. Gavillet. CERN 72-16, Lab. 1, TC, 1972.
5. Ц.И.Иоселиани, Г.А.Ососков, А.Пазман. Труды совещания по программированию и математическим методам решения физических задач, Д-IO-70IO, Дубна, 1973.
6. А.Пазман. Препринт ОИЯИ Е5-3775, Дубна, 1968.
7. А.Пазман, И.Н.Силин. Препринт ОИЯИ Р5-7I74, Дубна, 1973.

Рукопись поступила в издательский отдел  
24 июля 1974 года.

Таблица I.

плох.гип.	хор.гип.	плох.гип.	хор. гип.
24.54	1.886	11.16	0.003
78.35	3.859	30.94	6.7
22.73	0.315	12.40	0.097
31.16	1.73	6.64	0.00033
9.80	1.05	3.9	0.00783
13.39	1.88	33.02	0.00025
4.04	0.024	67.17	0.0068
15.92	0.627	24.3	1.41
121.63	5.08	21.01	3.2
118.52	1.117	83.07	1.28
51.80	0.007	52.	2.1
21.18	0.428	0.28	0.35
10.70	0.0047	1.9	0.86
5.374	0.0052	0.766	0.001
5.4	0.00132	1.59	0.246
70.80	2.08	0.037	0.019