

Ц8406

26/VI-72

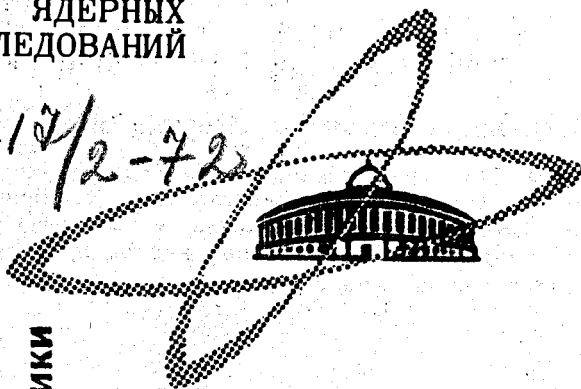
К-636

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

2217/2-72

10 - 6431



ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ
И АВТОМАТИЗАЦИИ

В.Е.Комолова, Г.А.Ососков

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
СКАНИРУЮЩЕГО АВТОМАТА
"СПИРАЛЬНЫЙ ИЗМЕРИТЕЛЬ"

II. Калибровочная программа

1972

10 - 6431

В.Е.Комолова, Г.А.Ососков

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
СКАНИРУЮЩЕГО АВТОМАТА
"СПИРАЛЬНЫЙ ИЗМЕРИТЕЛЬ"

II. Калибровочная программа

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Предлагаемая работа содержит подробное описание второй из программ off-line части калибровочной программы "Спирального измерителя" (СИ) и является непосредственным продолжением описания программы FILTER /I/.

I. Назначение программы CALIBR

Назначение программы CALIBR следует из того факта, что СИ использует в своей работе две различные системы координат - декартову (X, Y) - для измерения реперных крестов, вершин и вспомогательных точек - и полярную (R, θ) - для данных спирального сканирования. Калибровочная программа определяет точность измерений в обеих системах координат и вычисляет коэффициенты преобразования полярных координат в прямоугольные. Это преобразование должно осуществляться с высокой степенью точности. В противном случае будет невозможна пространственная реконструкция событий, изображенных на пленке. Для определения коэффициентов преобразования и вычисления средних ошибок измерений в каждой системе координат проводятся измерения специальной калибровочной пластины (КП), на которой с гарантированной точностью нанесено некоторое количество определенным образом расположенных крестов. Обработка результатов калибровочных измерений кроме среднеквадратичных ошибок дает в плоскости кадра карту систематических ошибок, вызываемых всякого рода оптическими и механическими искажениями. Зная систематические ошибки, можно скомпенсировать их, вводя поправочные члены в преобразования от координат (R, θ) к системе координат на пленке.

Для отделения систематических ошибок от случайных ошибок измерений необходимо провести большое число калибровочных измерений и тщательно их обработать.

Как и в случае с программой FILTER, программа CALIBR подготавливалась на стадии, предшествующей запуску спирального измерителя, при отсутствии реальных данных калибровочных измерений. Поэтому для отладки основных частей программы CALIBR был применен метод моделирования и программы, изложенные в /2/. Для каждого из крестов КП вычислялись координаты концов каждого из двух отрезков прямых, его образующих, и с помощью программы BEAM из /2/ вычислялась последовательность полярных координат точек, полученных при спиральном сканировании обеих этих прямых (имеется в виду спираль с полюсом в середине центрального креста, общая для всех крестов КП). Из этих точек выбирались те, которые относятся к кресту (лежат между концами). Выбранные координаты "размазывались" для учета ошибок отсчетных устройств. К полученному общему массиву по программе NOISE /2/ добавлялись шумовые точки. На созданной таким образом модели числовых данных калибровочных измерений и происходила отладка описанных ниже подпрограмм программы CALIBR.

2. Общее описание процесса калибровки

Во время процесса калибровки кресты КП измеряются в обеих координатных системах СИ как в (X, Y) , так и в (R, θ) . Таким образом, при калибровке СИ мы имеем дело с тремя системами координат:

1. $(X, Y)_{\text{КП}}$ - декартовой системой калибровочной пластины;
2. $(X, Y)_{\text{СИ}}$ - декартовой системой СИ;
3. $(R, \theta)_{\text{СИ}}$ - полярной системой СИ.

Будем предполагать центр обеих декартовых и полюс полярной системы координат расположенными в центре КП, т.е. совпадающими с центральным крестом, а ось X и полярную ось — направленными вдоль длинной стороны пластины в сторону, противоположную кресту № I (см. ниже).

Каждый крест состоит из двух плеч длиной 6 мм, пересекающихся посередине так, что биссектриса меньшего угла (равного 40°) проходит через начало системы координат (см. рис. I). Кресты пронумерованы от I до 65 снизу вверх, справа налево. Небольшая линия около центрального креста, называемая опорной, указывающая на нижний правый крест № I, служит для ориентировки пластины. При калибровке все кресты должны быть измерены как в $(X, Y)_{СИ}$, так и в $(R, \theta)_{СИ}$ — системах координат.

Однако, принимая во внимание высокую точность изготовления плиты, гарантированную заводом-изготовителем, для калибровки $(X, Y)_{СИ}$ — прямоугольной системы координат СИ, измеряют только некоторые кресты, а именно: кресты № I, 13, 53 и 65. Этих крестов, рассматриваемых далее как реперные (измерение их осуществляется оператором вручную), достаточно для проверки того, является ли система координат $(X, Y)_{СИ}$ прямоугольной и вычисления коэффициентов преобразования $(X, Y)_{СИ} \longleftrightarrow (X, Y)_{КП}$. Кроме этого, оператор должен измерить положение центрального креста, рассматриваемого как вершина, т.е. точка, служащая полюсом спирального сканирования.

По результатам спирального сканирования могут быть вычислены полярные координаты центров крестов, которые потом будут использованы для вычисления коэффициентов преобразования $(X, Y)_{СИ} \longleftrightarrow (R, \theta)_{СИ}$.

Заметим, что большинство подпрограмм программы CALIBR написаны в общем виде безотносительно к конкретным координатам и числу крестов на калибровочной пластине, так что с небольшими изменениями программа CALIBR может быть использована и для работы с калибровочными пластинами другого вида, чем описанная выше.

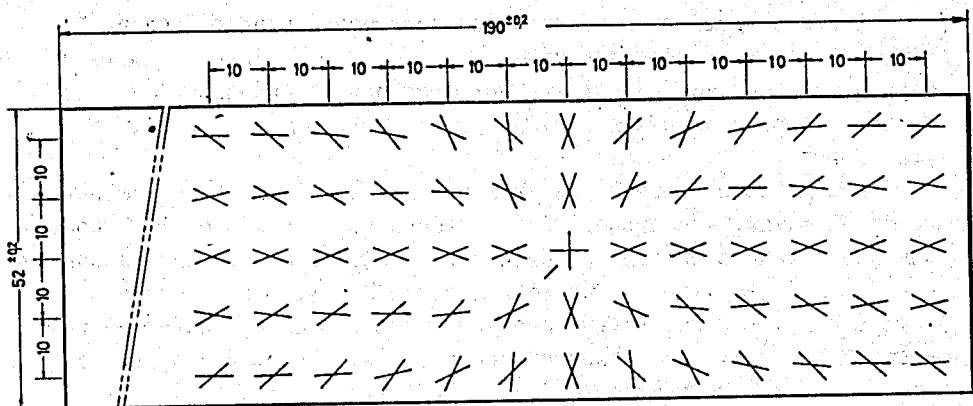


Рис.1

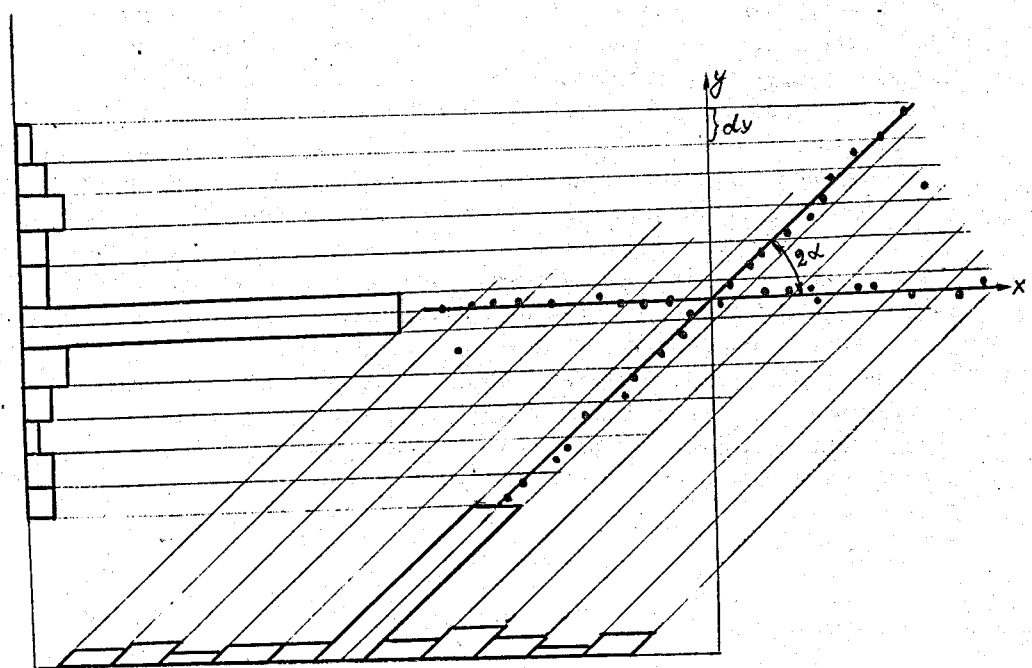


Рис.2

Для уменьшения влияния случайных ошибок как СИ, так и оператора, цикл процесса калибровки, состоящий из измерения четырех реперных крестов, вершины и осуществления спирального сканирования всей калибровочной пластины, должен быть повторен несколько раз (настоящий вариант программы рассчитан на пятикратное повторение).

Результаты процесса калибровки записываются с помощью управляющей ЭВМ на магнитную ленту в формате, описанном в /I/ в разделе о программе PREFIL .

3. Работа программы CALIBR

а) Обработка реперных крестов

Вначале вызывается подпрограмма INPUT 3 , которая считывает с магнитной ленты результаты всех пяти циклов калибровки. Пять последних блоков каждого цикла, содержащих данные об измерениях реперных крестов, распаковываются и переводятся в массив IFIDXY по программе UNPKXY (см. /I/). Далее программа SOEFXY вычисляет средние значения MX и MY координат каждого креста, а также среднеквадратичное отклонение SIGX и SIGY от среднего значения.

Эти данные печатаются с использованием следующих обозначений реперных крестов:

UL (upper left) - верхний левый
UR (upper right) - верхний правый
LL (LOWER left) - нижний левый
LR (LOWER RIGHT) - нижний правый.

В этих обозначениях, например, MXUR - среднее значение координаты X верхнего правого креста, а SYLL - среднеквадратичное значение координаты Y нижнего левого креста.

Величины средних и среднеквадратичных значений вычисляются по известным формулам:

$$MXUL = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 x_{ul}^{(i)} \quad ; \quad MYUL = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 y_{ul}^{(i)} ;$$

$$SXUL = \frac{1}{2} \sqrt{\sum_{i=1}^5 [x_{ul}^{(i)}]^2 - (MXUL)^2} \quad ;$$

$$SYUL = \frac{1}{2} \sqrt{\sum_{i=1}^5 (y_{ul}^{(i)})^2 - (MYUL)^2}$$

Здесь i - индекс i -го цикла калибровки. Формулы для остальных трех крестов аналогичны.

Если какие-нибудь из среднеквадратичных значений превышают порог PS , то печатается соответствующая диагностика и проверяются расстояния между крестами вдоль осей X и Y . Данные о реперных крестах для цикла калибровки, в котором достигает максимума величина

$$(|XUL - XLL| - |XUR - XLR|)^2 + (|YUL - YUR| - |YLL - YLR|)^2,$$

выбрасываются, и усреднение координат реперных крестов производится снова.

Эта процедура повторяется, пока среднеквадратичные отклонения координат крестов от их средних значений не станут меньше порога

PS , или пока число циклов не станет меньше трех. В этом случае печатается диагностика "калибровка невозможна" и программа CALIBR работу прекращает. Найденные средние значения используются для определения коэффициентов преобразования системы $(x, y)_{kn}$ в $(x, y)_{cu}$

$$x_{cu} = x_0 + ax_{kn} + by_{kn}$$

(I)

$$y_{cu} = y_0 + cx_{kn} + dy_{kn}$$

Преобразование (I) не является общим аффинным, т.к. система координат $(x, y)_{kn}$ считается прямоугольной. Получаем условие связи коэффициентов преобразования (I)

$$ad - bc = 1, \quad (2)$$

откуда $d = \frac{1 + bc}{a}$, что позволяет свести число искомых параметров к пяти

$$x_0, y_0, a, b, c. \quad (3)$$

Восьми координат четырех крестов достаточно для вычисления коэффициентов (3) методом наименьших квадратов (м.н.к.). После этого можно вычислить углы α и α' отклонений соответственно оси x_{cu} от x_{kn} и оси y_{cu} от y_{kn}

$$\alpha = \arctg \frac{b}{a} \quad \alpha' = -\arctg \frac{c}{d}$$

и проверить прямоугольность системы $(x, y)_{cu}$. Если выполнено условие $|\alpha - \alpha'| < \Delta$, что с учетом (2) эквивалентно

$$|\arctg(ac + bd)| < \Delta, \quad (4)$$

то система $(x, y)_{cu}$ принимается прямоугольной. В противном случае печатается диагностика "нарушение прямоугольности".

Величина Δ в (4) была грубо оценена как 10^{-3} (хотя при необходимости дисперсия величины $(\alpha - \alpha')$ может быть подсчитана точно с учетом значений a, b, c и их ошибок, подсчитанных по м.н.к.). При выполнении условия (4) принимается, что $\alpha = \alpha'$ и по формулам

$$\alpha = \arctg \left(\frac{b - c}{a + d} \right)$$

$$m = \sqrt{\left(\frac{a + d}{2}\right)^2 + \left(\frac{b - c}{2}\right)^2}$$

вычисляются угол поворота и коэффициент увеличения при переходе от системы координат $(x, y)_{кп}$ к системе $(x, y)_{сн}$.

После этого коэффициенты (3) заносятся в общий блок программы $CONXU$, вычисляющей по формулам (1) $(x, y)_{сн}$ координаты любого креста калибровочной пластины в единицах соответствующих отсчетных систем СИ по его координатам в $(x, y)_{кп}$, заданным в миллиметрах.

б) Обработка результатов спирального сканирования

После подпрограммы $SOBXU$ по программе $UNPASK$ (см./I/) данные спирального сканирования для первого цикла калибровки преобразуются в массив $IDIG$, из которого с помощью $RDIGF$ и $TDIGF$ формируется массив $RTCRSS$, содержащий R и θ координаты точек (R - в миллиметрах; θ - в радианах). Далее в массив $SRXU$ вводятся $(X, Y)_{кп}$ координаты центров крестов, пробитые на перфокартах по порядку их номеров K ($K = 1, 2, \dots, N_k$), и начинается общий цикл поочередного перебора всех крестов по номеру K . (В программе принято $N_k = 55$, так как крайние кресты № 1, 13, 14, 26, 27, 36, 40, 52, 53, 60 не сканируются.

Подпрограмма LIM по заданному номеру K вычисляет приближенные R , θ координаты четырех концов креста. Для работы LIM необходимо предварительно грубо оценить следующие параметры: M_θ и M_R - масштабные коэффициенты (цены делений) и R_0 , θ_0 - начальные значения соответствующих отсчетных систем.

Эти параметры не могут быть известны заранее (собственно, их точное определение и является одной из целей программы $CALIBR$).

Для приближенной оценки R_0 и θ_0 проще всего использовать графическое представление результатов предварительного сканирования калибровочной пластины на плоскости (R, θ) . θ_0 будет равно разности получившейся координаты θ для опорной линии и теоретического ее значения, равного $3/4 \pi$, умноженной на M_θ . R_0 будет примерно равно координате R для первой из просканированных точек. M_R можно оценить как 2^{-16} , умноженное на значение максимального радиуса спирали (50 мм) в пересчете на пленку, как 2^{-17} .

Программа LIM работает следующим образом: по заданному номеру K из массива CPXY выбираются (2K-1)-ый и 2K-ый элементы, которые переводятся в систему (x, y) по программе CONXY и запоминаются в массиве CENTR1. После этого вычисляются приближенные значения полярных координат центра очередного креста

$$R_c = \frac{1}{M_T} \sqrt{x_c^2 + y_c^2} + R_0 \quad (5)$$

$$\theta_c = \theta_0 + \frac{1}{M_0} \text{Arctg} \left(\frac{y_c}{x_c} \right) \quad (6)$$

Здесь $x_c = \text{CPXY}(2k-1)$, $y_c = \text{CPXY}(2k)$.

Обозначим через l половину длины плеча креста и через α - половину меньшего угла между крестами (в нашем случае $l = 3 \text{ мм}$, $\alpha = 20^\circ$). Положение прямой, на которой лежит одно из плеч креста, определяется длиной перпендикуляра p, опущенного на нее из полюса, и полярным углом θ_0 этого перпендикуляра

$$p = R_c \sin \alpha$$

$$\theta_0 = \theta_c + \frac{\pi}{2} - \alpha.$$

Отсюда получаем искомые координаты концов креста:

$$R_N = \sqrt{R_c^2 + 2lR_c \cos \alpha + l^2};$$

$$R_F = \sqrt{R_c^2 + 2lR_c \cos \alpha + l^2}; \quad (7)$$

$$\theta_{N1} = \theta_0 - \arccos \left(\frac{p}{R_N} \right);$$

$$\theta_{F1} = \theta_c + \arctg \left(\frac{l \sin \alpha}{R_c + l \cos \alpha} \right);$$

$$\theta_{F2} = \theta_c - \arctg \left(\frac{l \sin \alpha}{R_c + l \cos \alpha} \right);$$

Отметим, что в программе для учета возможных случайных сдвигов концов креста было взято $l = 3.02$. Следующая программа ВОХ просматривает все пары (R, θ) массива RTCRSS, выбирает из него только точки, относящиеся к кресту с номером K , и переводит их в специальную прямоугольную систему координат с центром в центре креста и осью X , направленной вдоль одного из плеч креста так, чтобы второе плечо располагалось в первом и третьем квадранте. Для этого сначала проверяют R и, если

$$R_N \leq R \leq R_F,$$

то проверяют θ . Если θ удовлетворяет неравенству

$$\theta' \leq \theta \leq \theta'' \quad , \quad (8)$$

где

$$\theta' = \theta_{N1} + (\theta_{F1} - \theta_{N1}) \frac{R - R_N}{R_F - R_N} \quad ,$$

$$\theta'' = \theta_{N2} + (\theta_{F2} - \theta_{N2}) \frac{R - R_N}{R_F - R_N} \quad ,$$

то выполняются преобразования

$$x = (x_1 - x_c) \cos \alpha_1 + (y_1 - y_c) \sin \alpha_1 \quad , \quad (9)$$

$$y = -(x_1 - x_c) \sin \alpha_1 + (y_1 - y_c) \cos \alpha_1 \quad ,$$

где

$$\begin{cases} x_c = R_c \cos \theta_c ; \\ y_c = R_c \sin \theta_c ; \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} x_1 = R \cos \theta ; \\ y_1 = R \sin \theta ; \end{cases} \quad (11)$$

$$\alpha_1 = \theta_c - \alpha \quad . \quad (12)$$

Полученными парами координат x , y заполняют рабочий массив $BOXU$. Следует подчеркнуть, что преобразование (9) имеет своей целью только обеспечение подгонки по м.н.к., выполняемой в программе $LSFIT$, и как только эта подгонка заканчивается и находится центр креста, производится перевод к первоначальной системе координат. Расположение креста в новой системе координат показано на рис.2. Там же приведена сетка коридоров, параллельных плечам креста, по которым будет производиться гистограммирование для определения отрезков прямых, составляющих крест. Это осуществляется в следующей подпрограмме $FIND$. Гистограммирование по одиннадцати горизонтальным координатам фактически означает распределение координаты Y для каждой точки из массива $BOXU$ по интервалам длиной $\Delta y = 2l \sin 2\alpha / 11$, т.е. для каждой точки вычисляется

$$n = [y/\Delta y + 5,5]$$

($[]$ - символ целой части) и по адресу n в массив $HISTXY$ добавляется единица. После этого находится номер $M1$, при котором достигается максимум $MN1 = \max_n HISTXY(n)$ и проверяется неравенство

$$MN1 = HISTXY(M1) > 6. \quad (13)$$

Если это справедливо, то из массива $BOXU$ выбираются в массив GOR все точки (x,y) , у которых

$$dy(M1 - 5,5) \leq y < dy(M1 - 4,5),$$

и вычисляется среднее значение и стандартное отклонение координаты Y

$$MY1 = \frac{1}{MN1} \sum_{n=1}^{MN1} y_n \quad SY1 = \sqrt{\frac{1}{MN1} \sum_{n=1}^{MN1} y_n^2 - (MY1)^2}$$

Если (13) не выполняется, то переходим к новому кресту, т.е. к номеру $k+1$ (с печатью диагностики "мало точек в кресте").

Далее производится выброс из массива GOR тех точек, для которых

$$|y_1 - MY1| < 3SY1.$$

Если предыдущее неравенство не выполняется, то точку выбрасывают, $MN1$ уменьшают на 1 и все повторяется, начиная с поиска номера $M1$ и проверки (I3). Гистограммирование вдоль второго плеча креста выполняется аналогично.

Находится $\Delta x = \frac{2\sigma}{H}$, для каждой точки $BOXU$ вычисляется

$$n = \left[\frac{x - y \operatorname{tg}(\pi/2 - 2\alpha)}{\Delta x} + 5,5 \right] \quad (I4)$$

и добавляется единица в $HISTXU(n)$.

Определяется номер $M2$, при котором достигается максимум

$MN2 = \max_n HISTXU(n)$ и проверяется неравенство

$$MN2 = HISTXU(M2) > 6, \quad (I5)$$

при невыполнении которого также происходит переход к кресту $(K+1)$ и печать диагностики.

Точки из $BOXU$ в массив VER выбираются согласно условию

$$dx(M2 - 5,5) \leq x - y \operatorname{tg}(\pi/2 - 2\alpha) \leq dx(M2 - 4,5). \quad (I6)$$

После этого вычисляются

$$MX1 = \frac{1}{MN2} \sum_{i=1}^{MN2} x_i; \quad MY2 = \frac{1}{MN2} \sum_{i=1}^{MN2} y_i;$$

$$SH = \sqrt{\frac{1}{MN2} \sum_{i=1}^{MN2} \left\{ (y_i - MY2) - \operatorname{tg} 2\alpha (x_i - MX1) \right\}^2}.$$

Все точки массива VER проходят проверку с целью выброса далеко отстоящих точек. Если для i -ой точки условие

$$|h_i| = \left| (y_i - MY2) - \operatorname{tg} 2\alpha (x_i - MX1) \right| < 3SH \quad (I7)$$

не выполняется, то точку выбрасывают из VER , $MN2$ уменьшают на 1 и все пересчитывают, начиная с (I5). По окончании второго выброса вычисляют точку пересечения (X_c^*, Y_c^*) отрезков, составляющих крест.

$$x_c^* = (MY1 - MY2) \operatorname{ctg} 2\alpha - MX1, \quad y_c^* = MY1$$

Вышеописанная процедура определения середины креста справедлива для всех крестов, кроме центрального (имеющего номер 33), у которого $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Поэтому для креста № 33 при гистограммировании вдоль вертикального плеча необходимо вместо (I4) воспользоваться формулой

$$n = \text{INT} \left[\frac{x}{dx} + 5,5 \right],$$

где в $dx = 3/11$ заменить условие (I6) на

$$dx(M2 - 5,5) \leq x \leq dx(M2 - 4,5)$$

и условие (I7) на

$$h_1 = |x_1 - MX1| \leq 3SH, \quad \text{где}$$

$$SH = \sqrt{\frac{1}{NM2} \sum_{i=1}^{NM2} (x_i^2 + y_i^2) - [(MX1)^2 + (MY1)^2]}.$$

Полученные координаты относятся к специальной локальной системе координат, введенной с помощью преобразования (5) для облегчения подгонки, производимой по методу наименьших квадратов. Теперь необходимо вернуться к основной полярной системе координат СИ

$$R_c^* = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

$$\theta_1^* = \begin{cases} \text{arctg} y_1/x_1 & , \text{ если } x_1 \geq 0 \\ \text{arctg} y_1/x_1 + \pi & , \text{ если } x_1 < 0, y_1 \geq 0 \\ \text{arctg} y_1/x_1 - \pi & , \text{ если } x_1 < 0, y_1 < 0 \end{cases}$$

где x_1 и y_1 получены обращением (9)

$$x_1 = x_0 + x_c^* \sin \alpha + y_c^* \cos \alpha,$$

$$y_1 = y_0 + x_c^* \cos \alpha - y_c^* \sin \alpha,$$

x_0, y_0 берутся из (I0), α , из (I2).

Вычисляются также дисперсии ошибок в направлениях вдоль и поперек кадра:

$$\sigma_x^2 = (SY1)^2 \cos^2 \alpha_1 + (SH)^2 \cos^2 \alpha_2, \quad (18)$$

$$\sigma_y^2 = (SY1)^2 \sin^2 \alpha_2 + (SH)^2 \sin^2 \alpha_3, \quad (19)$$

где $\alpha_2 = \theta_c + \alpha + \frac{\pi}{2}$; $\alpha_3 = \theta_c - \alpha + \frac{\pi}{2}$.

Координаты R_c^* и θ_c^* заносятся в массив CENTR2, ошибки σ_x^2 и σ_y^2 также запоминаются.

Этим цикл при данном K заканчивается. После окончания полного цикла по всем N_k крестам происходит переход к обработке результатов спирального сканирования следующего цикла калибровки. Снова вызывается программа UNPACK и другие для формирования массива RTCRSS, как это описано в начале настоящего параграфа. Очевидно, что $(x, y)_{cu}$ — координаты крестов, полученные по программе CONXU и заполнившие массив CENTR1, а также все результаты связанных с ними вычислений по формулам (5-17) будут теми же самыми и могут быть использованы для обработки всех остальных циклов калибровки без изменений.

Массив RTCRSS снова обрабатывается по программам BOX и FIND и новые НК координат (R_c^*, θ_c^*) должны быть добавлены к тем, что содержатся уже в массиве CENTR2 для последующего усреднения, равно как и дисперсии σ_x^2 и σ_y^2 , для каждого креста.

Усреднение это проводится по окончании обработки всех 5 циклов калибровки путем деления на 5 содержимого массивов CENTR2 и массивов, содержащих $\sum \sigma_x^2$ и $\sum \sigma_y^2$.

в) Вычисление параметров преобразования $(R, \theta)_{cu} \rightarrow (X, Y)_{cu}$

В результате работы предыдущих программ мы получаем массив CENTR1, содержащий прямоугольные координаты $(X, Y)_{cu}$ центров НК крестов, массив CENTR2 с полярными $(R, \theta)_{cu}$ координатами тех же центров и, наконец, массив дисперсий σ_x^2 и σ_y^2 ошибок в определении центров крестов.

Эти параметры должны быть использованы для определения параметров преобразования от $(R, \theta)_{cu}$ к $(X, Y)_{cu}$. Выше уже были

введены подлежащие определению параметры преобразования (5-6), - начальные значения устройств отсчета R_0 и Θ_0 и масштабный коэффициент M_R . Эти три параметра, очевидно, войдут и в обратное преобразование от $(R, \Theta)_{cu}$ к $(X, Y)_{cu}$. Причем, т.к. нам известны достаточно точные значения координат $(X, Y)_{cu}$ центров крестов, мы можем вычислить эти параметры, используя метод наименьших квадратов (м.н.к.). Однако этого не будет достаточно для осуществления преобразования с необходимой степенью точности, поскольку расхождения между X - Y координатами центров крестов, вычисленными по (R, Θ) и соответствующими (X, Y) из CENTR 1, будут вызываться не только случайными ошибками измерений, но, что более существенно, систематическими ошибками за счет механики, электроники и оптических дисторсий.

Случайные ошибки первого типа, неустранимые в каждом отдельном измерении и определяющие его точность, могут быть уменьшены в \sqrt{N} раз путем увеличения N - числа измерений каждого отдельного креста. Заметим, что в нашем случае из соображения экономии времени калибровки и ЭВМ, а также места в памяти ЭВМ, было принято $N=5$.

В отличие от этого систематические ошибки в каждой фиксированной точке поля измерений должны оставаться одними и теми же при сохранении неизменными условий измерения. Поэтому с помощью некоторой модификации м.н.к. их можно определить достаточно точно в узлах сетки, совпадающей, например, с центрами крестов калибровочной пластины.

По этой карте систематических ошибок с помощью двумерной интерполяции можно вычислить систематическую ошибку в любой точке поля измерений и ввести как поправочный член в формулу для преобразования от полярной системы координат СИ к декартовой.

Оценки параметров Θ_0 , R_0 и M_R получаются по м.н.к. как точки минимума функционала

$$Q = \sum_{k=1}^{Nk} \left[\frac{dx_k^2}{\sigma_{xk}^2} + \frac{dy_k^2}{\sigma_{yk}^2} \right], \quad (20)$$

где индекс k соответствует номеру креста, σ_{xk} и σ_{yk} получены после усреднения (18) и (19) по пяти циклам калибровки,

$$dx_k = x_k - M_R(R_c^{(k)} - R_0) \cos [M_\Theta (\Theta_c^{(k)} - \Theta_0)]; \quad (21)$$

$$dy_k = y_k - M_R(R_c^{(k)} - R_0) \sin [M_\Theta (\Theta_c^{(k)} - \Theta_0)]; \quad (22)$$

x_k, y_k - (2 - I)-ый и 2K-ый элементы массива CENTR1 ,
 $R_c^{(k)}, \Theta_c^{(k)}$ - соответствующие элементы массива CENTR2 .

Определение оценок $\Theta_0 = \hat{\Theta}_0$, $R_0 = \hat{R}_0$, $M_R = \hat{M}_R$, $M_\Theta = \hat{M}_\Theta$, данных минимум функционалу Q, осуществляется с помощью программы FAMILY , реализующей м.н.к. для минимизации нелинейных функционалов методом линеаризации /3/.

Значения отклонений \hat{dx}_k и \hat{dy}_k , полученные при подстановке в (21) и (22) значений параметров $\hat{\Theta}_0$, \hat{R}_0 , \hat{M}_R , \hat{M}_Θ , заполняют карту поправочных членов RESMAP , которая и будет использоваться для коррекции преобразования $(R, \Theta)_{cu} \rightarrow (X, Y)_{cu}$ с использованием двумерной интерполяции.

Если при сканировании какой-либо точки показатели отсчетных систем R и Θ будут равны соответственно R_m и Θ_m , то координаты x_{cu} и y_{cu} этой точки могут быть получены с помощью преобразования

$$\begin{cases} x_{cu} = \hat{M}_R (R_m - \hat{R}_0) \cos M_\Theta (\Theta_m - \hat{\Theta}_0) + dx (R_m, \Theta_m) \\ y_{cu} = \hat{M}_R (R_m - \hat{R}_0) \sin M_\Theta (\Theta_m - \hat{\Theta}_0) + dy (R_m, \Theta_m) \end{cases} \quad (23)$$

где поправочные коэффициенты dx и dy получаются как взвешенная сумма поправочных коэффициентов \hat{dx} и \hat{dy} для четырех крестов, между которыми оказалась точка (R_m, Θ_m)

$$dx(R_m, \Theta_m) = W_1 \hat{dx}_{1,j} + W_2 \hat{dx}_{1+1,j} + W_3 \hat{dx}_{1+1,j+1} + W_4 \hat{dx}_{1,j+1} \quad (24)$$

$$dy(R_m, \Theta_m) = W_1 \hat{dy}_{1,j} + W_2 \hat{dy}_{1+1,j} + W_3 \hat{dy}_{1+1,j+1} + W_4 \hat{dy}_{1,j+1} ,$$

$$i = \left[7,5 + \frac{\hat{M}_R (R_m - \hat{R}_0) \cos M_\Theta (\Theta_m - \hat{\Theta}_0)}{h_x} \right] \quad j = \left[3,5 + \frac{\hat{M}_R (R_m - \hat{R}_0) \sin M_\Theta (\Theta_m - \hat{\Theta}_0)}{h_y} \right]$$

([] - символ целой части, h_x и h_y - расстояние между крестами вдоль осей x и y).

Веса W_n определяются естественным образом так, чтобы сумма их равнялась единице и в узловых точках интерполируемые функции $dx(R_m, \theta_m)$ или $dy(R_m, \theta_m)$ совпадали со значениями поправочных членов $d\hat{x}_k$ и $d\hat{y}_k$. Если обозначить:

$$\{x\} = \hat{M}_R(R_m - R_0) \cos M_\theta(\theta_m - \hat{\theta}_0) - (i - 7)h_x$$

$$\{y\} = \hat{M}_R(R_m - R_0) \sin M_\theta(\theta_m - \hat{\theta}_0) - (j - 3)h_y,$$

то

$$W_1 = \frac{(h_x - \{x\})(h_y - \{y\})}{h_x h_y}, \quad W_2 = \frac{\{x\}(h_y - \{y\})}{h_x h_y}$$

$$W_3 = \frac{\{x\}\{y\}}{h_x h_y}, \quad W_4 = \frac{(h_x - \{x\})\{y\}}{h_x h_y}.$$

В этих обозначениях мы пользуемся прямоугольностью решетки, в узлах которой расположены кресты калибровочной пластины. Для перехода от одномерной таблицы пар поправочных членов ($d\hat{x}$, $d\hat{y}$) к двумерной (dx_{ij} , dy_{ij}) необходимо при подготовке числового материала с координатами крестов расположить их в порядке возрастания по столбцам (см. рис. I):

2, 15, 28, 41, 54, 3, 16, 29, 42, 55,, 12, 25, 38, 51, 64.

Как уже отмечалось, отладка комплекса программ, составляющих CALIBR, производилась на материалах числового моделирования последовательности данных, поступающих при сканировании калибровочной пластины. Это дало возможность отладить всю цепь программ, убедиться в правильности используемых формул и оценить быстродействие алгоритмов. Использование программы FUMILL для м.н.к. позволило существенно ослабить требования к выбору начальных значений параметров θ_0 , R_0 и M_R .

Работу с реальным числовым материалом при калибровке автомата "Спиральный измеритель" предполагается вести в направлении дальнейшего уточнения формул преобразования (23) путем введения большего числа параметров для учета возможных причин, приводящих к система-

тическим ошибкам. Кроме этого, естественно попытаться, используя карту (24), построить двумерные поправочные функции $\delta x (R, \theta)$ и $\delta y (R, \theta)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. З.М.Косарева и др. Сообщение ОИЯИ IO-5574, Дубна, 1971 г.
2. Г.А.Ососков. Сообщение ОИЯИ, PII-4463, Дубна, 1969 г.
3. С.Н.Соколов, И.Н.Силин. Препринт ОИЯИ, Д-810, Дубна, 1961 г.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 апреля 1972 г.