

С 344.121

Г-375

1516 / 2-78

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



3/11-78

10 - 11210

Э.Герген, Н.Н.Говорун, Ю.В.Заневский,
И.М.Иванченко, И.Мезен, П.В.Мойсенз, А.Е.Сеннер,
А.С.Чвыров

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ
ХАРАКТЕРИСТИК ДРЕЙФОВЫХ КАМЕР

1978

10 - 11210

Э.Герген, Н.Н.Говорун, Ю.В.Заневский,
И.М.Иванченко, И.Мезен, П.В.Мойсенз, А.Е.Сеннер,
А.С.Чвыров

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ
ХАРАКТЕРИСТИК ДРЕЙФОВЫХ КАМЕР**

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Гергеи Э. и др.

Ю - 11210

Математические методы исследования характеристик дрейфовых камер

В работе изложены методы определения параметров передаточной функции для перехода от временных величин, запоминаемых регистрирующей аппаратурой, к координатам точек траектории частиц. Изложены также методы определения эффективности и точности дрейфовых камер с учётом вклада многократного кулоновского рассеяния.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1978

Gergei E. et al.

Ю - 11210

Mathematical Methods for Investigation of Drift Chamber Characteristics

Methods for determining parameters of the transfer function at the transition from time values stored by the detecting apparatus to co-ordinates of particle trajectory points are presented. Methods for determination of drift chamber efficiency and accuracy taking into account the contribution of the multiple Coulomb scattering are also described.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1978

Опишем конструкцию исследуемых дрейфовых камер (ДК), опуская некоторые детали, несомненно, важные для работы камеры, но не представляющие интереса с точки зрения решаемых в этой работе задач.

ДК (рис. 1) представляют собой набор эквидистантных сигнальных и потенциальных проволок, в пространстве между которыми при помощи дополнительных электродов создано электрическое поле, заставляющее электроны, образовавшиеся в результате ионизации газа камеры пролетевшей заряженной частицей, скапливаться на ближайшей к месту прохождения частицы сигнальной проволоке (потенциальные проволоки лишь делят пространство на "сферы влияния"). Время дрейфа электронов от точки прохождения частицы до сигнальной проволоки измеряется специальной аппаратурой и служит координатой пересечения частицей плоскости ДК в системе координат данной проволоки.

Таким образом, каждая ДК представляет собой набор областей с собственными системами координат, связанными с сигнальными проволоками.

Для того чтобы ДК можно было вообще использовать, необходимо найти преобразование от системы координат любой из этих областей к какой-то общей для всей установки декартовой системе координат. Запишем это преобразование в виде

$$x = \pm f^i(t^i) + x_0^i, \quad (1)$$

где $f^i(t^i)$ - преобразование (вообще говоря, нелинейное) от снимаемого с камеры времени дрейфа t^i к расстоянию до проволоки, x_0^i - координата i -й проволоки в еди-

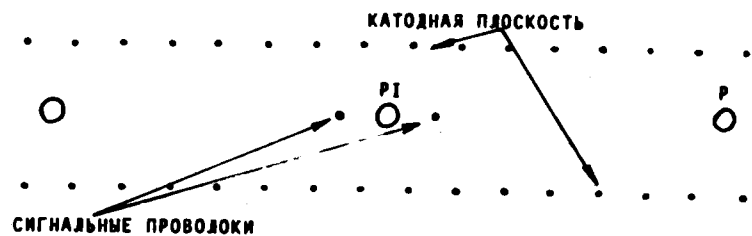


Рис. 1. Принципиальная схема дрейфовой камеры. Р и Р1 - потенциальные проволоки сигнальной плоскости.

ной системе координат, x - координата точки в единой системе координат.

Неоднозначность в (1) возникает из-за того, что по величине снятого с проволоки отсчёта нельзя судить, слева или справа от этой проволоки прошла частица. Для устранения этой неоднозначности могут быть приняты специальные технические меры.

Мы опишем математические методы нахождения преобразования (1) ("передаточной функции"), эффективности и точности ДК, используя в основном результаты исследования системы дрейфовых камер на синхрофазотроне ОИЯИ^{1/1}.

На рис. 2 показано расположение системы ДК и пропорциональных камер (ПК) при исследованиях ДК.

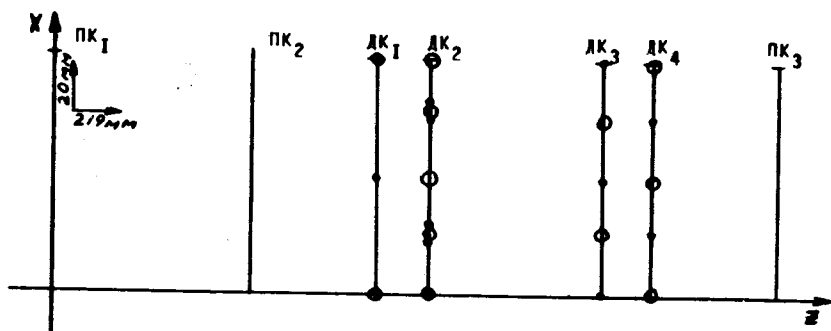


Рис. 2. Схема расположения детекторов в установке. ПК - пропорциональные камеры, ДК - дрейфовые камеры.

На нем указаны величины дрейфовых промежутков и направления осей системы координат, которую мы будем в дальнейшем использовать. Особое расположение сигнальных и потенциальных проволок ДК₂ позволяет устранить неоднозначность передаточной функции практически во всей области камеры. В дальнейшем будет существенно использоваться то, что чётные камеры сдвинуты относительно нечётных на величину дрейфового промежутка (см. рис. 2).

Информация с ДК и ПК поступала в ЭВМ НР2116В, которая осуществляла ее прием, накопление на МЛ и обработку. Результаты обработки использовались при выборе режима работы ДК.

При обработке данных на НР2116В в ходе измерений предполагалось, что $f^i(t^i)$ для всех проволок имеет вид

$$f^i(t^i) = v(t^i - t_0^i), \quad (2)$$

где v - одинаковая для всех камер оценка скорости дрейфа, t_0^i - смещение оценки t^i (пьедестал электроники), t_0^i можно найти как левую границу распределения (поскольку i -я проволока находится в области пучка, левая граница соответствует нулевому расстоянию от проволоки, т.е. $v(t^i - t_0^i) = 0$, $t^i = t_0^i$).

Параметр v можно было бы определить как отношение s/τ , где s - расстояние по оси x между сигнальными проволоками ДК₃, ДК₄; τ - среднее значение суммы t^3 и t^4 . Однако s было известно недостаточно точно, поэтому четвёртая камера сдвигалась в направлении x еще на расстояние $\Delta s = 10$ мм (величину Δs можно было определить с лучшей точностью), и скорость дрейфа определялась по формуле:

$$v = \frac{\Delta s}{|\tau_1 - \tau_2|}, \quad (3)$$

где τ_1 , τ_2 - значения τ до и после сдвига.

Найденная таким образом оценка v составляет 0,13 мм/отсчёт (1 отсчёт = 2,3945 нс).

Близкий к этому результат был получен при определении v как отношения величины дрейфового промежутка

к ширине распределения t^i . Однако возможность применения этого способа ограничена требованием, чтобы весь дрейфовый промежуток находился в области пучка. Кроме того, не для всех проволок регистрирующая электроника давала возможность снимать координату, соответствующую расстоянию до потенциальной проволоки.

Параметры x_0^i , эффективности и точности камер определялись с помощью методики, описанной в [2].

Для уточнения параметров ДК записанная на МЛ информация обрабатывалась на ЭВМ CDC-6400.

Существенным отличием применяемой при этом методики явилось использование информации с ПК. Суть его заключалась в том, что система ПК играла роль "эталонного" прибора, измеряющего "истинную" координату прохождения частицы через плоскость камеры. Зная эту координату (мы будем обозначать ее x_{Π}^i) и соответствующую координату $x_{\text{Д}}^i$, снимаемую с дрейфовой камеры, для каждого прохождения частицы через систему камер, мы можем восстановить передаточную функцию как линию регрессии $x_{\text{Д}}^i$ по x_{Π}^i ($x_{\text{Д}}^i$ может совпадать с t^i , но мы использовали $x_{\text{Д}}^i = \phi^i(t^i)$, где ϕ^i - приближенная передаточная функция, подробнее об этом - ниже). Эта принципиально простая задача осложняется тем, что заранее неизвестно, являются ли x_{Π} и $x_{\text{Д}}$ разными координатами одной и той же частицы. Трудности возрастают из-за неоднозначности регистрируемых ДК координат x_{Π} и $x_{\text{Д}}$ естественно считать координатами одной и той же точки в том случае, если они в каком-то смысле "близки".

Мы считали их близкими, если $|x_{\Pi} - x_{\text{Д}}| < \epsilon$. Однако для установления факта близости необходимо знать передаточную функцию. Решение этого противоречия следует искать в итерационном процессе, в котором на k -й итерации для установления факта близости используется передаточная функция, полученная на $(k-1)$ -й итерации. Параметры передаточной функции уточняются, что позволяет на $(k+1)$ -й итерации совершить меньше ошибок при выборе множества точек ($x_{\Pi}, x_{\text{Д}}$) для нахождения передаточной функции и т.д. При определении передаточной функции отбирались события, в которых ПК зарегистрировали 1 трек.

Для визуального изучения вида передаточной функции и получения начального приближения ее параметров строилось двумерное распределение величин x_{Π}^i, t^i . Если построенная по этому распределению линия регрессии состоит из двух ветвей, левая ее граница соответствует пьедесталу t_0^i, x_{Π} - координата левой границы является сдвигом проволоки относительно системы ПК. В противном случае невозможно разделить систематическое смещение координаты ДК на пьедестал и геометрический сдвиг проволоки (это происходит тогда, когда проволока не попадает в область пучка). Величина ϵ также выбирается из вида распределения.

Изучение таких распределений показало, что передаточные функции всех проволок практически линейны почти на всем дрейфовом промежутке за исключением малых окрестностей сигнальных и потенциальных проволок. Исключив из рассмотрения эти участки, мы представили передаточные функции в виде

$$x^i = v^i \cdot (t^i - t_0^i) + x_0^i. \quad (4)$$

Параметры v^i, x_0^i находятся из итерационного процесса

$$\begin{aligned} x_{\text{Д}}^{i(k)} &= \alpha_i (v^{i(k-1)} \cdot (t^{i(k)} - t_0^i) + x_0^{i(k-1)}) + \beta_i, \\ v^{i(k)} &= \alpha_i v^{i(k-1)}, \quad x_0^{i(k)} = \alpha_i x_0^{i(k-1)} + \beta_i. \end{aligned} \quad (5)$$

Вспомогательные параметры α_i, β_i находятся из условия минимума функционала

$$\Phi^{i(k)} = \sum_{j=1}^{L_{ik}} (x_{\Pi j}^{i(k)} - x_{\text{Д} j}^{i(k)})^2.$$

Здесь k - номер итерации, i - номер проволоки, j - номер точки, вошедшей в итерацию, L_{ik} - количество этих точек. Индекс k у $x_{\Pi}, x_{\text{Д}}$ означает, что в сумму входят только точки, удовлетворяющие условию близости на k -й итерации. Параметры $x_0^{i(0)}, v^{i(0)}$, как уже говорилось, берутся из совместного распределения x_{Π}^i, t^i . Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока $\alpha_i \approx 1, \beta_i \approx 0$. Во всех итерациях, кроме нулевой, участвуют только точки, для которых $|x_{\Pi} - x_{\text{Д}}| < \epsilon = 2$ мм.

Обработка смоделированного по методу Монте-Карло материала показала, что итерационный процесс действительно сходится к истинным значениям параметров с хорошей точностью. Однако использование пропорциональных камер с большим шагом намотки при малой расходимости пучка может привести к систематическому смещению оценок параметров передаточной функции. Для смоделированного пучка, равномерно пересекающего ДК₁ и ДК₄ в области 17 мм, смещение скорости дрейфа оказалось равным ~2%. В зависимости от геометрии установки и вида пучка возможны и большие смещения.

После того как передаточная функция найдена, ДК может служить измерительным прибором. Остается определить свойства этого прибора: эффективность и точность. Важным этапом определения этих величин является распознавание треков частиц в системе ПК и ДК. Неоднозначность определения координаты ДК снижает достоверность результатов, поэтому желательно привлечение ПК. Но использование ПК в этой ситуации представляется затруднительным из-за того, что их погрешность примерно на порядок выше погрешности ДК, и коридор, используемый при поиске треков в ПК, слишком велик для применения его в ДК. Поэтому был использован несколько усложненный алгоритм поиска треков.

Вначале в системе ПК и ДК отыскивался набор из 6 точек, лежащих в коридоре $D = 3$ мм от прямой, проведенной через крайние точки набора. Если множество точек этого набора, принадлежащих только ДК, образует по этим же правилам трек с числом точек 3 и коридором 0,8 мм, весь первоначальный набор точек считается треком одной частицы и вносит вклад в вычисление эффективности и точности. Эффективность определялась по методу, описанному, например, в^{3/}. Точность ДК определялась как с использованием информации с ПК, так и без учёта ее. Предварительно, по описанному в^{2/} способу, была найдена точность ПК. Затем для каждого найденного трека, имеющего координату в данной ДК и опорных ПК, вычислялось отклонение координаты, зарегистрированной ДК, от прямой, проведенной через опорные точки в ПК. Дисперсия d этого отклонения связана с дисперсиями ошибок ДК и ПК соотношением

$$d = D_D + D_P (2k^2 - 2k + 1), \quad (6)$$

где D_D, D_P - дисперсии ошибок ДК, ПК,

$$k = \frac{z_D - z_1}{z_3 - z_1} \quad (z_D, z_1, z_3 - z \text{-координаты ДК, ПК}_1,$$

ПК₃). Из этого соотношения находится D_D . Слишком большая погрешность ПК привела в некоторых случаях к отрицательной D_D , что бессмысленно. Получить достоверные оценки погрешностей ДК таким способом не удалось. Однако при использовании в качестве опорных камер с меньшей погрешностью этот метод может быть применен.

Использование для определения погрешностей ДК только информации с ДК требует предположения равенства их точностей^{1/2/}. При этом предположении погрешности ДК₂ - ДК₄ оказались равными 0,16 мм. Для оценки погрешности ДК₁ был использован алгоритм, предложенный в^{4/}:

$$D_1 = d + D \cdot (2k^2 - 2k + 1),$$

D_1 - дисперсия ошибок ДК₁, D - дисперсия ошибок ДК₂-ДК₄, d - дисперсия отклонений координаты в ДК₁ от прямой, проведенной через точки в ДК₂, ДК₄;

$$k = \frac{z_1 - z_2}{z_4 - z_2} \quad (z_i - z \text{- координата } i\text{-й ДК}).$$

Получено значение $\sigma_1 = \sqrt{D_1} = 0,23$ мм.

В описанных методах определения передаточных функций и погрешностей ДК существенно использовалась информация с измерительных приборов, свойства которых известны (ПК).

Опишем некоторые методы определения характеристик ДК, свободные полностью или частично от использованных предположений.

Для определения передаточных функций трех ДК выберем общую систему координат, так чтобы передаточные функции имели вид $(a_1, a_2, a_3, s$ - искомые параметры):

$$x_1 = a_1 t_1, \quad x_2 = a_2 t_2 - s, \quad x_3 = a_3 t_3. \quad (7)$$

Пусть имеется возможность сдвигать ДК₂ вдоль оси x . Условие того, что зарегистрированные камерами координаты j -й частицы лежат на прямой, имеет вид

$$x_2^j = (1-k)x_1^j + kx_3^j,$$

$$k = \frac{z_2 - z_1}{z_3 - z_1}.$$

Выраженное через координаты t_1, t_2, t_3 , это условие с учётом преобразования (7) имеет вид

$$a_2 t_2^j = (1-k)a_1 t_1^j + k a_3 t_3^j + s + \Delta$$

($\Delta = 0$ до сдвига, $\Delta \neq 0$ после сдвига). Параметры передаточных функций находятся из условия минимума функции

$$\Phi = \sum_{j=1}^N (a_2 t_2^j - ((1-k)a_1 t_1^j + k a_3 t_3^j + s + \Delta))^2,$$

где N - количество треков: используем результаты измерений до и после сдвига, что приводит к системе уравнений (везде суммирование производится по опущенному индексу j):

$$a_1(1-k)\sum t_1^2 - a_2\sum t_1 t_2 + a_3 k \sum t_1 t_3 + s \sum t_1 = -\sum t_1 \Delta,$$

$$a_1(1-k)\sum t_1 t_2 - a_2\sum t_2^2 + a_3 k \sum t_2 t_3 + s \sum t_2 = -\sum t_2 \Delta,$$

$$a_1(1-k)\sum t_1 t_3 - a_2\sum t_2 t_3 + a_3 k \sum t_3^2 + s \sum t_3 = -\sum t_3 \Delta, \quad (8)$$

$$a_1(1-k)\sum t_1 - a_2\sum t_2 + a_3 k \sum t_3 + s \cdot N = -\sum \Delta.$$

Если $s \neq 0$ известно заранее достаточно точно, (8) превращается в систему трех уравнений. В этом случае Δ может быть равным 0. Обработка по описанному алгоритму смоделированного материала показала, что при пучке с расходимостью $25 \cdot 10^{-3}$ рад, действительной величине $s = 25$ мм и $\Delta = 10$ мм точность определения a_2 и s примерно равна 0,2%.

Результаты определения погрешностей камер показывают, что условие равенства точностей может не выполняться. Для определения погрешностей камер без этого предположения и без привлечения других измери-

тельных приборов необходимо предусмотреть возможность перемещения одной из камер вдоль оси z ^{5/}.

Пусть такой перемещаемой камерой будет ДК₂, и ее положение относительно остальных камер характеризуется коэффициентом k_ℓ , причём

$$k_\ell = \frac{z_2^\ell - z_1}{z_3 - z_1} \quad (\ell = 1, 2, 3),$$

z_1, z_3 - z -координаты ДК₁, ДК₃; z_2^ℓ - z -координаты ДК₂ в ℓ -м положении.

Дисперсия отклонения точки в ДК₂ от прямой, проведенной через точки в ДК₁, ДК₃, в ℓ -м положении ДК₂ имеет вид ^{1/2/}

$$d_\ell = (1 - k_\ell)^2 D_1 + D_2 + k_\ell^2 D_3,$$

где D_1, D_2, D_3 - дисперсии ошибок ДК₁, ДК₂, ДК₃.

Определив величины d_ℓ по результатам прохождения частиц через систему камер, получим систему уравнений

$$d_1 = (1 - k_1)^2 D_1 + D_2 + k_1^2 D_3,$$

$$d_2 = (1 - k_2)^2 D_1 + D_2 + k_2^2 D_3, \quad (9)$$

$$d_3 = (1 - k_3)^2 D_1 + D_2 + k_3^2 D_3$$

с определителем, равным 0 только при $k_\ell = k_j$ ($\ell \neq j$). Решив систему, находим погрешности камер $\sigma_i = \sqrt{D_i}$, где i - номер камеры ($i = 1, 2, 3$).

Выражения (9) справедливы в том случае, если вклад многократного кулоновского рассеяния (м.к.р.) значительно меньше определяемой погрешности камер. Для ДК, имеющих погрешность $\sim 0,1$ мм, это условие может не выполняться, поэтому для точного определения погрешностей камер необходимо учитывать вклад м.к.р. в величину d_ℓ .

Пусть частица проходит через систему камер ДК₁, ДК₂, ДК₃, и x_1, x_2, x_3 - координаты, которые были бы зарегистрированы камерами, если бы не было экспериментальных ошибок и м.к.р. Тогда

$$x_2 = (1 - k)x_1 + kx_3 \quad (k = \frac{z_2 - z_1}{z_3 - z_1}). \quad (10)$$

Пусть $\Delta_i^{\text{Э}}$ и $\Delta_i^{\text{К}}$ - соответственно экспериментальная ошибка i -й камеры и отклонение в ней за счёт м.к.р., а $x_i^{\text{И}}$ - измеренное значение координаты:

$$x_i^{\text{И}} = x_i + \Delta_i^{\text{Э}} + \Delta_i^{\text{К}}.$$

Как обычно, вычисляем величину отклонения координаты $x_1^{\text{И}}$ от прямой, проведенной через $x_2^{\text{И}}, x_3^{\text{И}}$:

$$\begin{aligned} \Delta &= x_2^{\text{И}} - (1-k)x_1^{\text{И}} - kx_3^{\text{И}} = \\ &= x_2 + \Delta_2^{\text{Э}} + \Delta_2^{\text{К}} - (1-k)(x_1 + \Delta_1^{\text{Э}} + \Delta_1^{\text{К}}) - k(x_3 + \Delta_3^{\text{Э}} + \Delta_3^{\text{К}}). \end{aligned}$$

Учитывая (10), имеем

$$\Delta = [\Delta_2^{\text{Э}} - (1-k)\Delta_1^{\text{Э}} - k\Delta_3^{\text{Э}}] + [\Delta_2^{\text{К}} - (1-k)\Delta_1^{\text{К}} - k\Delta_3^{\text{К}}]. \quad (11)$$

Поскольку экспериментальные ошибки и отклонения за счёт м.к.р. независимы, дисперсия величины Δ равна

$$\sigma^2(\Delta) = \sigma^2[\Delta_2^{\text{Э}} - (1-k)\Delta_1^{\text{Э}} - k\Delta_3^{\text{Э}}] + \sigma^2[\Delta_2^{\text{К}} - (1-k)\Delta_1^{\text{К}} - k\Delta_3^{\text{К}}]. \quad (12)$$

При некоррелированных $\Delta_i^{\text{Э}}$ имеем в обозначениях (9) ($D_i^{\text{К}}$ - поправка на м.к.р.):

$$d_{\ell} = (1 - k_{\ell})^2 D_1 + D_2 + k_{\ell}^2 D_3 + D_i^{\text{К}}. \quad (13)$$

Зная $D_i^{\text{К}}$, получаем систему, аналогичную (9). Остановимся на вычислении $D_i^{\text{К}}$. Из (13) и (12) имеем

$$\begin{aligned} D_i^{\text{К}} &= \sigma^2 [\Delta_2^{\text{К}} - (1-k)\Delta_1^{\text{К}} - k\Delta_3^{\text{К}}] = \\ &= \sigma^2(\Delta_2^{\text{К}}) + (1-k)^2 \sigma^2(\Delta_1^{\text{К}}) + k^2 \sigma^2(\Delta_3^{\text{К}}) - 2c_{12}(1-k) - \\ &\quad - 2kc_{23} + 2k(1-k)c_{13}, \end{aligned} \quad (14)$$

где $\sigma^2(\Delta_1^{\text{К}}), \sigma^2(\Delta_2^{\text{К}}), \sigma^2(\Delta_3^{\text{К}})$ - диагональные, а c_{12}, c_{13}, c_{23} - недиагональные элементы ковариационной матрицы C случайных величин $\Delta_1^{\text{К}}, \Delta_2^{\text{К}}, \Delta_3^{\text{К}}$.

В большинстве случаев вещество, на котором происходит рассеяние, состоит из протяженной однородной среды, в которой размещается установка, и набора тонких рас-

сеивателей, таких, что координатным смещением на них можно пренебречь. К числу таких рассеивателей относятся сами камеры, а также счётчики, конверторы и пр., если они имеются в установке.

Представим C в виде

$$C = \sum_{r=0}^M C^r, \quad (15)$$

где C^r - ковариационная матрица отклонений $\Delta_1^{\text{К}}, \Delta_2^{\text{К}}, \Delta_3^{\text{К}}$ только за счёт рассеяния на рассеивателе r -го типа. Рассеиватель 0-го типа - однородная среда, а типы $1 \div M$ вполне определяются среднеквадратичными углами многократного рассеяния $\sigma(\delta\theta)$ на них.

Будем предполагать^{6/}, что по прохождении частицей слоя вещества толщиной t угловое ($\delta\theta$) и координатное (δx) смещения описываются двумерным нормальным распределением с параметрами

$$\sigma(\delta\theta) = \frac{E_s}{V \cdot P} \sqrt{\frac{1}{2} \frac{t}{x_0}},$$

$$\sigma(\delta x) = \frac{E_s}{V \cdot P} \sqrt{\frac{1}{6} \frac{t}{x_0}},$$

$$\rho = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

где V, P - скорость и импульс (МэВ/с) частицы, x_0 - радиационная длина вещества, $E_s = 21,2$ МэВ.

Выберем начало координат по оси z там, где отклонение за счёт м.к.р. считается равным 0. Тогда^{7/}

$$C_{jk}^0 = \frac{E_s}{PV} z_j^2 \frac{3z_k - z_j}{12x_0} \quad (16)$$

при условии, что $0 \leq z_j \leq z_k$.

Пусть среднеквадратичное значение углового отклонения частицы после прохождения ею рассеивателя i -го типа равно σ_{θ_i} , и на пути частицы j -й камере предшествует m рассеивателей i -го типа, а k -й камере - n таких рассеивателей ($m \leq n$). Переход от вектора угловых смещений $\begin{pmatrix} \delta\theta_1 \\ \vdots \\ \delta\theta_n \end{pmatrix}$ к вектору координатных смещений $\begin{pmatrix} \delta x_j \\ \vdots \\ \delta x_k \end{pmatrix}$

в камерах j, k осуществляется с помощью преобразования

$$\begin{pmatrix} \delta x_j \\ \delta x_k \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} \delta \theta_1 \\ \vdots \\ \delta \theta_m \\ \vdots \\ \delta \theta_n \end{pmatrix} \text{ с матрицей } S, \text{ равной}$$

$$\begin{pmatrix} l_{1j} l_{2j} \dots l_{mj} 0 \dots 0 \\ l_{1k} l_{2k} \dots l_{mk} l_{m+1, k} \dots l_{nk} \end{pmatrix}$$

(l_{pj} - расстояние между камерой j и рассеивателем p). Угловые смещения в рассеивателях независимы, и ковариационная матрица их распределения диагональна, а по определению типа рассеивателя все диагональные элементы равны друг другу. Таким образом, совместное распределение $\delta x_j, \delta x_k$ описывается матрицей

$$C^r = \sigma_{\theta_r}^2 \begin{pmatrix} l_{1j} l_{2j} \dots l_{mj} 0 \dots 0 \\ l_{1k} l_{2k} \dots l_{mk} l_{m+1, k} \dots l_{nk} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & \ddots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_{1j} & l_{2j} & \dots & l_{mj} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & l_{2k} & \dots & l_{mk} & l_{m+1, k} & \dots & l_{nk} \end{pmatrix} =$$

$$= \sigma_{\theta_r}^2 \begin{pmatrix} \sum_{p=1}^m l_{pj}^2 \sum_{p=1}^m l_{pi} l_{pj} \\ \sum_{p=1}^m l_{pi} l_{pj} \sum_{p=1}^n l_{pi} l_{pj} \end{pmatrix},$$

$$C_{ik}^r = \sigma_{\theta_r}^2 \sum_{p=1}^m l_{pj} l_{pk}.$$

Подставив эти значения C_{ik}^i в (15), а затем в (14), получим искомую величину D_i^k . Интересно отметить, что C_{jk}^r зависит только от положения и количества рассеивателей, предшествующих камере j , и не зависит от свойств вещества между j -й и k -й камерами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Говорун Н.Н. и др. ОИЯИ, Р13-9349, Дубна, 1975.
2. Говорун Н.Н., Иванченко И.М., Чвыров А.С. СИЯИ, Р5-5397, Дубна, 1970.
3. Заневский Ю.В. и др. ОИЯИ, Р13-8668, Дубна, 1975.
4. Вишняков В.В. и др. ОИЯИ, 10-7966, Дубна, 1970.
5. Заневский Ю.В. и др. ОИЯИ, Р13-8283, Дубна, 1974.
6. Росси Б. Частицы больших энергий. ГИТЛ, М., 1955.
7. Ососков Г.А., Шляпников П.В. ОИЯИ, Р10-4261, Дубна, 1969.

Рукопись поступила в издательский отдел
28 декабря 1977 года.