СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

10 - 10837

А.Я.Астахов, А.В.Беляев, И.И.Скрыль, С.К.Слепнев,
Ю.И.Сусов

ПРОГРАММА ОЦЕНКИ ТОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРОЕКТОРА БПС-75

1977

10 - 10837

А.Я.Астахов, А.В.Беляев, И.И.Скрыль, С.К.Слепнев,
Ю.И.Сусов

ПРОГРАММА ОЦЕНКИ ТОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРОЕКТОРА БПС-75

Астахов А.Я. и др. 10 - 10837

Программа оценки точностных характеристик измерительного проектора БПС-75

Описан алгоритм программы BPS3U, которая используется для оценки точностных характеристик измерительного проектора БПС-75. С ее помощью можно оценивать точностные характеристики и других измерительных приборов, подобных БПС-75.

Учитываются нелинейные искажения измерительной системы прибора. Точность оценок составляет примерно 10 мкм. Программа написана для ЭВМ CDC 1604-А.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

I. Введение

В данной работе описывается алгоритм программы BPS3U, которая использовалась для оценки точностных характеристик измерительного проектора БПС-75 /I,2/. Представляемый алгоритм во многом совпадает с алгоритмом программы CALBPS, описанной в работе /3/. Отличия между этими программами состоят в следующем: I) CALBPS ориентирована для использования в конкретной измерительной системе (шесть измерительных проекторов БПС-2 на линии с ЭВМ ТРА-1001), тогда как BPS3U способна проводить калибровку различных измерительных устройств; 2) BPS3U в отличие от CALBPS использует вычисления, выполняемые с двойной точностью, и учитывает нелинейные искажения измерительного проектора.

Программа BPS3U написана для ЭВМ СДС I604-А /4/ на языках FORTRAN 63 и CODAP 1.

2. Алгоритм калибровки

Тестовым объектом для калибровки проектора служит стеклянная пластина с нанесенным на ее поверхность прецизионным изображением прямоугольной решетки (рис. I).

Введем обозначение координатных осей проектора и нумерацию узлов решетки, как показано на рис.I. Расстояния между узлами решетки, известные с гарантированной точностью, обозначим p и q.

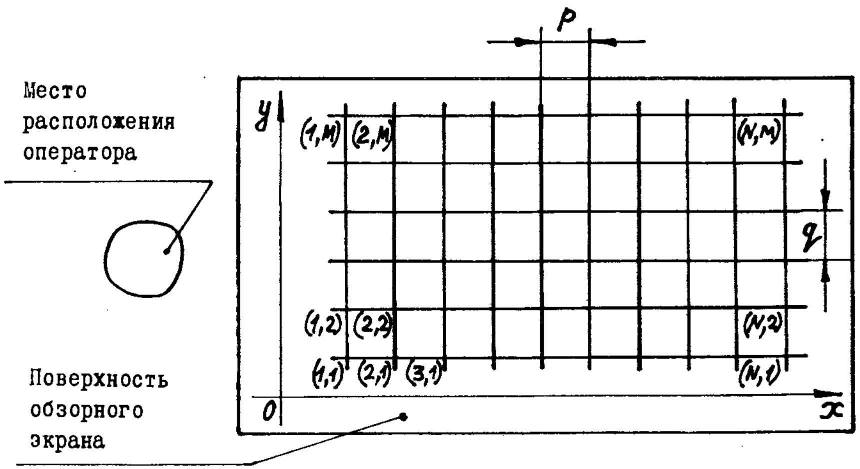

Рис.I

Предположим, что система (x,y) координат проектора является косоугольной с ценами отсчетов λ и μ по осям x и y соответственно и с углом φ между осями.

Введем ортогональную декартову систему координат (ξ , η), в которой координаты (ξ_{ij}, η_{ij}) узлов решетки записываются следующим образом:

$$\xi_{ij} = ip\,, \quad \eta_{ij} = jq \qquad (i=1,\ldots,N\,;\ j=1,\ldots,M). \tag{I}$$

Обозначим: $\vec{r}_{ij} = (\xi_{ij}\,,\eta_{ij})$ – радиус-вектор узла (i , j). Паре координат (ξ_{ij} , η_{ij}) соответствует пара (x_{ij} , y_{ij}), получающаяся при измерении координат узла (i , j) (рис.2).

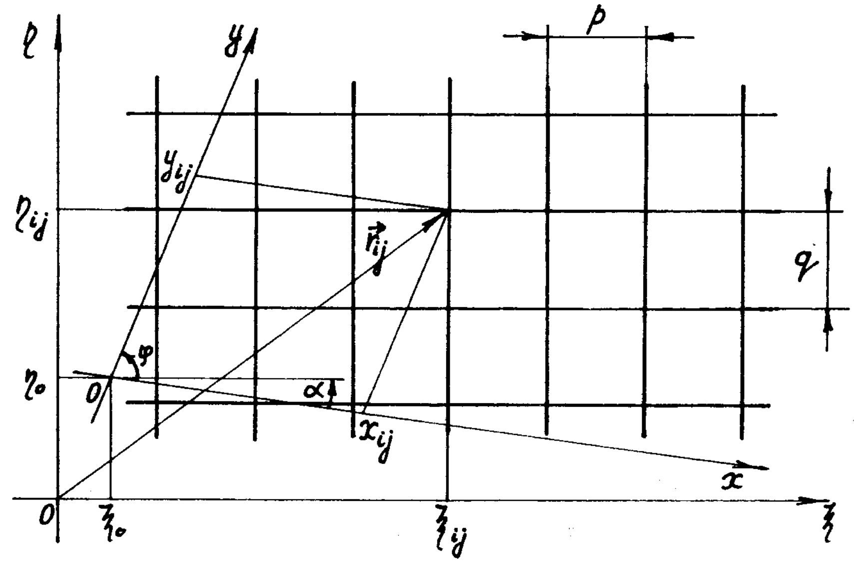

Рис.2

Рассмотрим линейное преобразование

$$\begin{cases} \xi'_{ij} = a x_{ij} + b y_{ij} + \xi_0\,, \\ \eta'_{ij} = c x_{ij} + d y_{ij} + \eta_0\,. \end{cases} \qquad (i=1,\ldots N;\ j=1,\ldots,M) \tag{2}$$

Обозначим: $\vec{r}\,'_{ij} = (\xi'_{ij}\,,\ \eta'_{ij})$ – измеренный радиус-вектор узла (i , j). В силу того, что система координат (x,y), вообще говоря, является криволинейной, не существует такого преобразования (2), чтобы

$$\vec{r}_{ij} = \vec{r}\,'_{ij} \qquad (i=1,\ldots,N\,;\ j=1,\ldots,M). \tag{3}$$

Выберем параметры a, b, c, d, ξ_0 и η_0 такими, чтобы условие (3) соблюдалось "наилучшим образом". Для этого потребуем, чтобы функционал Φ

$$\Phi = \Phi(a, b, c, d, \xi_0, \eta_0) = \sum_{ij} (\vec{r}'_{ij} - \vec{r}_{ij})^2 =$$
$$= \sum_{ij} \delta\vec{r}_{ij}^{\,2} = \sum_{ij} [\delta\xi_{ij}^2 + \delta\eta_{ij}^2] =$$
$$= \sum_{ij} [(\xi'_{ij} - \xi_{ij})^2 + (\eta'_{ij} - \eta_{ij})^2]$$

принял минимальное значение, т.е. чтобы выполнились условия

$$\frac{\partial\Phi}{\partial a} = \frac{\partial\Phi}{\partial b} = \frac{\partial\Phi}{\partial c} = \frac{\partial\Phi}{\partial d} = \frac{\partial\Phi}{\partial \xi_0} = \frac{\partial\Phi}{\partial \eta_0} = 0. \qquad (4)$$

Подставим (I) и (2) в уравнения (4); опустив промежуточные выкладки, получим две нормальные системы из трех линейных уравнений, записанные ниже в матричной форме:

$$R\cdot\begin{pmatrix} a \\ b \\ \xi_0 \end{pmatrix} = p\cdot\begin{pmatrix} \langle x,i\rangle \\ \langle y,i\rangle \\ \langle 1,i\rangle \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad R\cdot\begin{pmatrix} c \\ d \\ \eta_0 \end{pmatrix} = q\cdot\begin{pmatrix} \langle x,j\rangle \\ \langle y,j\rangle \\ \langle 1,j\rangle \end{pmatrix}, \qquad (5)$$

где матрица R есть

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \langle x,x\rangle & \langle x,y\rangle & \langle x,1\rangle \\ \langle x,y\rangle & \langle y,y\rangle & \langle y,1\rangle \\ \langle x,1\rangle & \langle y,1\rangle & \langle 1,1\rangle \end{pmatrix}.$$

При этом введено обозначение:

$$\langle s,t\rangle = \sum_{ij} \omega_{ij}\, s_{ij}\, t_{ij}, \qquad (i=1,\dots,N;\ j=1,\dots,M),$$

где $\omega_{k\ell} = 0$, если узел (k, ℓ) не был измерен (или был измерен с большой погрешностью), $\omega_{k\ell} = 1$ в противном случае. Решением систем (5) служат значения $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$, $\hat{d}$, $\hat{\xi}_0$ и $\hat{\eta}_0$ параметров, минимизирующие функционал Φ.

Грубо ошибочные измерения отбрасываются следующим образом. Обозначим:

$$\hat{\sigma}_r = +\sqrt{\frac{\Phi(\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}, \hat{\xi}_0, \hat{\eta}_0)}{\langle 1,1\rangle}}.$$

Будем считать грубо ошибочными (и выбросим из рассмотрения) измеренные координаты тех узлов решетки, для которых

$$|\delta\vec{r}_{ij}| = |\vec{r}'_{ij} - \vec{r}_{ij}| > 3\hat{\sigma}_r.$$

После отбрасывания грубо ошибочных координат вновь решаются системы уравнений (5). Получив окончательные значения параметров $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$, $\hat{d}$, $\hat{\xi}_0$ и $\hat{\eta}_0$, можно определить величины $\hat{\lambda}$, $\hat{\mu}$, $\hat{\varphi}$ и $\hat{\alpha}$, служащие оценками параметров λ, μ, φ и α, которые характеризуют измерительную систему (x,y) проектора (α – угол между осями x и ξ). Для этого заметим (рис.2), что

$$\begin{cases} \xi = (\lambda\cos\alpha)x + [\mu\cos(\varphi-\alpha)]y + \xi_0, \\ \eta = -(\lambda\sin\alpha)x + [\mu\sin(\varphi-\alpha)]y + \eta_0. \end{cases} \qquad (6)$$

Сравнив (6) с (2), получаем:

$$\hat{\lambda} = \sqrt{\hat{a}^2 + \hat{c}^2}, \qquad \hat{\mu} = \sqrt{\hat{b}^2 + \hat{d}^2},$$

$$\mathrm{ctg}\,\hat{\varphi} = \frac{\hat{a}\hat{b} + \hat{c}\hat{d}}{\hat{a}\hat{d} - \hat{b}\hat{c}}, \qquad \mathrm{ctg}\,\hat{\alpha} = -\frac{\hat{a}}{\hat{b}}.$$

С нахождением оценок параметров $\hat{\lambda}$, $\hat{\mu}$ и $\hat{\varphi}$ задача калибровки, в общем, решена. Величина $\hat{\sigma}_r$ указывает на степень расхождения между характеристиками реальной измерительной системы проектора и теми предположениями относительно нее, которые были нами сделаны.

В таблице I представлены результаты калибровок трех каналов проектора.

Таблица I

канал	эксп.	NxM	pxq (мм)	$\hat{\lambda}$ (мкм)	$\hat{\mu}$ (мкм)	$\hat{\varphi}$ (рад)	$\hat{\sigma}_r$ (мкм)
I	59	IIxI5	20x4	2,500376	2,494310	I,570638	90,I28
3	60	9xI2	I5x5	2,50II0I	2,5I949I	I,573678	II2,947
4	55	9xI2	I5x5	2,50I508	2,544675	I,574600	95,330

3. Исключение систематических погрешностей измерительной системы проектора

После проведения калибровок измерительной системы проектора по алгоритму, описанному в п.2, была выявлена ее нелинейность вида

$$\delta \xi_{ij} = f_1 (y_{ij}) \quad \text{и} \quad \delta \eta_{ij} = f_2 (y_{ij}) . \tag{7}$$

Так как угол α мал, для каждой данной калибровки мы можем вместо зависимостей (7) рассматривать зависимости вида

$$\overline{\delta \xi_j} = \Psi_1 (\eta_{ij}) \quad \text{и} \quad \overline{\delta \eta_j} = \Psi_2 (\eta_{ij}) , \tag{8}$$

где

$$\overline{\delta \xi_j} = \frac{\sum_i \delta \xi_{ij}}{N} \quad \text{и} \quad \overline{\delta \eta_j} = \frac{\sum_i \delta \eta_{ij}}{N} \qquad (j = 1, \ldots, M).$$

На рис.3 изображены типичные графики зависимостей (8) (для случая канал 4, эксперимент 55).

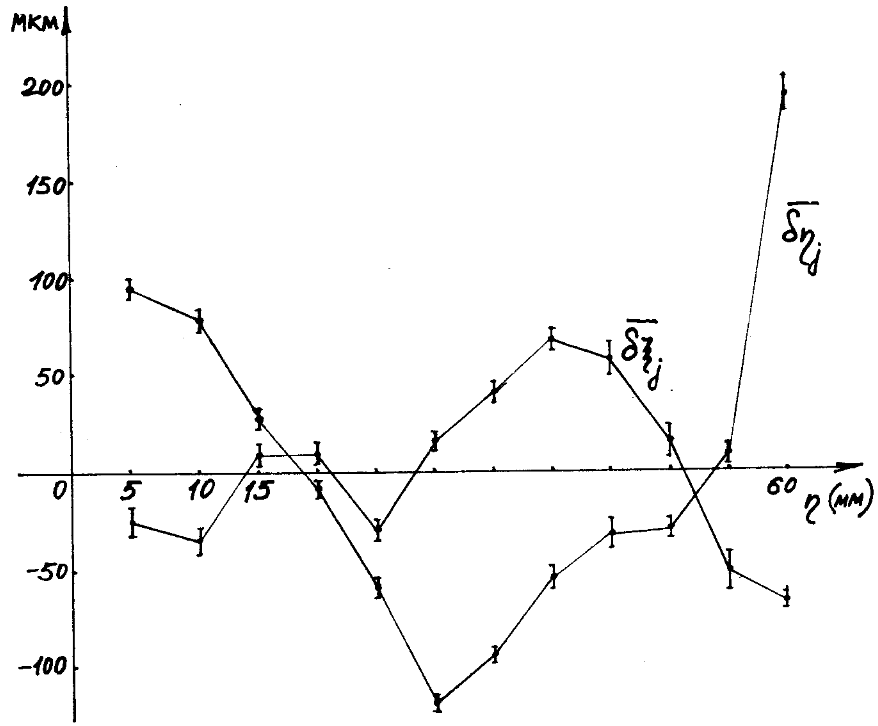

Рис.3

Очевидно, наличие этой нелинейности приводило к тому, что значение $\hat{\sigma}_r$, как правило, имело величину, существенно большую, чем случайная ошибка измерения. В таблице 2 приведены значения величины

$$\hat{\sigma}_r' = + \sqrt{\frac{\Phi'(\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}, \hat{\xi}_0, \hat{\eta}_0)}{\langle 1, 1 \rangle}} ,$$

где

$$\Phi'(\hat{a},\hat{b},\hat{c},\hat{d},\hat{\xi}_0,\hat{\eta}_0)=\sum_{ij}\left[(\delta\xi_{ij}-\overline{\delta\xi_j})^2+(\delta\eta_{ij}-\overline{\delta\eta_j})^2\right]$$

для тех же калибровок, данные по которым приводятся в таблице I.

Таблица 2

канал	эксп.	$\hat{\sigma}_r'$ (мкм)
I	59	I0,404
3	60	II,087
4	55	8,32I

Для устранения нелинейности (7) в процесс калибровки была введена коррекция координат (x_{ij} , y_{ij}) с помощью специальной таблицы коррекции.

Такая таблица коррекции (своя для каждого из каналов) получается на основании усреднения численных зависимостей (8) по данным нескольких калибровок, в каждой из которых начало координат системы (x,y) устанавливалось в одной и той же точке. Величины $\overline{\delta\xi_j}$ и $\overline{\delta\eta_j}$, полученные после уточнения координат (x_{ij} , y_{ij}) по таблице коррекции (для 4-го канала, эксперимент 55), приведены на рис.4а и 4б.

Результаты калибровок с использованием таблиц коррекции даны в таблице 3.

Таблица 3

канал	эксп.	NxM	$p\cdot q$ (мм)	$\hat{\lambda}$ (мкм)	$\hat{\mu}$ (мкм)	$\hat{\varphi}$ (рад)	$\hat{\sigma}_r$ (мкм)
I	59	IIxI5	20x4	2,500387	2,4942I7	I,570606	I0,929
3	60	9xI2	I5x5	2,50II09	2,5I8804	I,5736I0	II,538
4	55	9xI2	I5x5	2,50I508	2,543368	I,574426	II,8I3

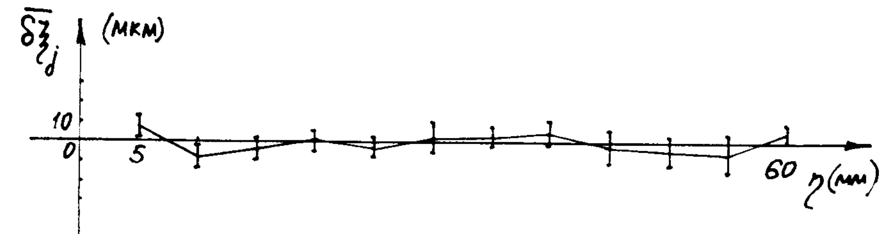

Рис.4а

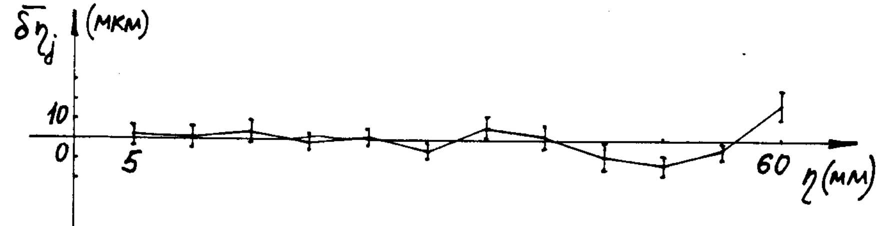

Рис.4б

4. I2-параметрическая калибровка

I2-параметрическая калибровка была сделана для того, чтобы попытаться обойтись без процедуры построения (и использования) таблиц коррекции. Для этого вместо линейного преобразования (2) было использовано квадратичное:

$$\begin{cases} \xi'_{ij}=a x_{ij}^2+b x_{ij}y_{ij}+c y_{ij}^2+d x_{ij}+e y_{ij}+f\,, \\ \eta'_{ij}=g x_{ij}^2+h x_{ij}y_{ij}+r y_{ij}^2+u x_{ij}+v y_{ij}+w\,. \end{cases} \qquad (2')$$

$$(i=1,\dots,N;\quad j=1,\dots,M)$$

Минимизация функционала Ф проводилась соответственно по I2 параметрам:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial a}=\frac{\partial\Phi}{\partial b}=\dots=\frac{\partial\Phi}{\partial v}=\frac{\partial\Phi}{\partial w}=0\,.$$

Оказалось, что преобразование (2′) все же недостаточно точно описывает измерительную систему проектора, т.к. после такой калибровки сохранялись нелинейности типа (7), хотя величина $\hat{\sigma}_r$ в этом случае и становилась меньше, чем для преобразования (2). Это иллюстрируется таблицей 4.

Таблица 4

канал	эксп.	$\hat{\sigma}_r$ (мкм)	
		Линейное преобразование	Квадратичное преобразование
3	60	112,947	58,942
4	55	95,330	43,224

В заключение авторы выражают признательность Т.А.Степановой и Г.М.Комову за помощь в работе во время проведения точностных испытаний проектора.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.Я.Астахов и др. Универсальный просмотрово-измерительный стол БПС-3У, предназначенный для обработки снимков с трековых камер. ОИЯИ, 10-6629, Дубна, 1972.
2. В.А.Астафьев, А.Я.Астахов и др. Измерительный проектор БПС-75. ОИЯИ, 10-9880, Дубна, 1976.
3. Л.П.Калмыкова и др. Программа калибровки больших просмотрово-измерительных столов БПС-2 на линии с ЭВМ ТРА 1001. ОИЯИ, 10-8808, Дубна, 1975.
4. 1604-A Reference Manual, CDC, Pub. № 245.

Рукопись поступила в издательский отдел
11 июля 1977 года.