СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

1 - 8481

С.М.Коренченко, И.Г.Косарев

РАСЧЕТ СПЕКТРА ПОЗИТРОНОВ ОТ μ^+-РАСПАДА В ПЛАСТИЧЕСКОМ СЦИНТИЛЛЯТОРЕ В ОБЛАСТИ МАЛЫХ ЭНЕРГИЙ

1974

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

1 - 8481

С.М.Коренченко, И.Г.Косарев

РАСЧЕТ СПЕКТРА ПОЗИТРОНОВ ОТ μ^+-РАСПАДА В ПЛАСТИЧЕСКОМ СЦИНТИЛЛЯТОРЕ В ОБЛАСТИ МАЛЫХ ЭНЕРГИЙ

1. Введение

В изучении слабых взаимодействий распад мюона имеет фундаментальное значение. Параметры распада /1,2/ ρ, ξ, δ, h были детально изучены многими экспериментаторами. Однако имеется только одна работа /3/, в которой была предпринята попытка изучения спектра позитронов от μ^+-распада в области малых энергий / $p_e = 1{,}6 \div 7{,}6$ *МэВ/с*/. Эта область спектра является очень чувствительной к параметру η, величина которого для случая V, A варианта слабого взаимодействия по определению равна

$$\eta = \frac{1}{2} \frac{|g_A|^2 - |g_V|^2}{|g_A|^2 + |g_V|^2},$$

где g_A и g_V - аксиальная и векторная константы связи. В случае, если вид взаимодействия отличен от V–A варианта, $\eta \neq 0$. Экспериментальное значение $\eta = -0{,}12 \pm 0{,}21$.

Таким образом, дальнейшее изучение этого параметра позволит получить новую информацию о структуре слабого взаимодействия. Однако экспериментальное исследование спектра в этой области наталкивается на серьезные трудности, связанные с фоном от процессов внешнего тормозного излучения. В настоящей работе приводится численный расчет спектра для случая, когда экспериментальная установка позволяет вести регистрацию позитронов в условиях 4π-геометрии. Все расчеты выполнены для сцинтилляционного спектрометра /пластический сцинтиллятор на полистирольной основе/ с учетом потерь энергии позитронов на ионизацию и коррекцией спектра на внешнее тормозное излучение. В работе также рассмотрены искажения спектра, вызванные радиационным распадом мюона

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \tilde{\nu}_\mu + \gamma \quad . \qquad /1/$$

2. *Расчетные формулы для коррекции спектра μ^+ -распада на внешнее тормозное излучение*

Спектр μ -распада вычислялся многими авторами /обзор литературы можно найти в работе /4/ /. Однако в большинстве из этих работ вычисления делались в приближении $m_e / E \ll 1$ /m_e -масса электрона, E - его энергия/, что, естественно, затрудняет их использование для интерпретации экспериментов по измерению спектра μ -распада в области малых энергий. В основу настоящих расчетов положены результаты работы /5/, несомненным достоинством которой является то, что в ней дан расчет спектра, справедливый для всей области энергий вторичного позитрона. Кроме того, в /5/ спектр вычислен как функция параметра η.

В качестве выражений для сечений тормозного излучения электрона в поле ядра с зарядом Z приняты следующие /12/ /см. табл. 1/.

Формулы /2/, /3/, /4/, представленные в табл. 1, имеют вид:

$$d\sigma_1 = \frac{Z^2 r_0^2}{137.04} \frac{p\,dk}{p_0 k} \left\{ \frac{4}{3} - 2(\epsilon_0+1)(\epsilon+1)\frac{p^2+p_0^2}{p^2 p_0^2} + \right.$$

$$\frac{\chi_0(\epsilon+1)}{p_0^3} + \frac{\chi(\epsilon_0+1)}{p^3} - \frac{\chi\chi_0}{p p_0} + L\left[\frac{8(\epsilon_0+1)(\epsilon+1)}{3p_0 p} + \right.$$

$$\frac{k^2((\epsilon_0+1)^2(\epsilon+1)^2+p_0^2p^2)}{p_0^3 p^3} + \frac{k}{2p_0 p}\left(\frac{(\epsilon_0+1)(\epsilon+1)+p_0^2}{p_0^3}\chi - \right.$$

Таблица I

Кинетическая энергия электрона в МэВ	Номер формулы для неисправ. сечения, $d\sigma_1$	Исправленные сечения, $d\sigma$	Область применимости	Ожидаемая точность
0,I0–2,0	2	$d\sigma = A f_\Sigma d\sigma_1$	$K > 0{,}0I\, \varepsilon_0$	$\pm 20\%$
2,0 – I5	2	$d\sigma = A\, d\sigma_1$	$\gamma > I5$	–
	3	$d\sigma = A\, d\sigma_1$	$2 \leq \gamma \leq I5$	$\pm 5\%$
	4	$d\sigma = A\, d\sigma_1$	$\gamma < 2$	$\pm 5\%$
I5 – 50	2	$d\sigma = d\sigma_1$	$\gamma > I5$	–
	3	$d\sigma = d\sigma_1$	$2 \leq \gamma \leq I5$	$\pm 3\%$
	4	$d\sigma = d\sigma_1$	$\gamma < 2$	$\pm 3\%$

$$\frac{(\epsilon_0+1)(\epsilon+1)+p^2}{p^3}\chi+\frac{2k(\epsilon_0+1)(\epsilon+1)}{p^2\;p_0^2}\Big)\Big]\Big\}. \qquad /2/\ /6/$$

Здесь

$$L = 2\ln\frac{(\epsilon_0+1)(\epsilon+1)+p_0\,p-1}{k},$$

$$\chi_0 = 2\ln(\epsilon_0+1+p_0), \quad \chi = 2\ln(\epsilon+1+p).,$$

$$d\sigma_1 = \frac{2Z^2 r_0^2}{137.04}\,\frac{dk}{k}\Big\{\Big[1+\Big(\frac{\epsilon+1}{\epsilon_0+1}\Big)^2-\frac{2}{3}\,\frac{\epsilon+1}{\epsilon_0+1}\Big]\times$$

$$\Big[\ln(M(0))+1-\frac{2}{b}\,\mathrm{arc\,tg}\,b\Big]+\frac{\epsilon+1}{\epsilon_0+1}\Big[\frac{2}{b^2}\ln(1+b^2)+$$

$$\frac{4(2-b^2)}{3b^3}\,\mathrm{arctg}\,b-\frac{8}{3b^2}+\frac{2}{9}\Big]\Big\}, \qquad /3/\ /7/$$

где

$$b = \frac{2(\epsilon_0+1)(\epsilon_0+1-k)\;Z^{1/3}}{111k}$$

и

$$\frac{1}{M(0)} = \Big[\frac{k}{2(\epsilon_0+1)(\epsilon+1)}\Big]^2+\Big(\frac{Z^{1/3}}{111}\Big)^2.$$

$$d\sigma_1 = \frac{4Z^2 r_0^2}{137.04}\,\frac{dk}{k}\Big\{\Big[1+\Big(\frac{\epsilon+1}{\epsilon_0+1}\Big)^2\Big]\Big[\frac{\Phi_1(\gamma)}{4}-$$

$$\frac{1}{3}\ln Z\Big]-\frac{2}{3}\,\frac{\epsilon+1}{\epsilon_0+1}\Big[\frac{\Phi_2(\gamma)}{4}-\frac{1}{3}\ln Z\Big]\Big\}. \qquad /4/\ /8/$$

В приведенных формулах ϵ_0, ϵ - начальная и конечная энергии электрона в единицах $m_e c^2$; p_0, p - начальный и конечный импульсы электрона в единицах $m_e c$; k - энергия фотона в единицах $m_e c^2$; γ - параметр экранирования; f_E - множитель Эльверта /9/. Зависимость $A(Z, \epsilon_0)$ заимствована из работы /10/.

Приближенно учет тормозного излучения в поле атомных электронов можно провести, предположив, что оно равно излучению в поле ядра с $Z_0 = 1$, увеличенному в Z раз. Пусть $d\sigma/dk = f(\epsilon_0, k, Z)$ - дифференциальное сечение тормозного излучения в поле ядра с зарядом Z. Тогда вероятность позитрону с первоначальной энергией ϵ_0 испустить γ -квант с энергией от k до $k+dk$ /вторичный позитрон имеет энергию от ϵ до $\epsilon+d\epsilon$ / после прохождения в полистироле слоя толщиной dx будет равна:

$$P(\epsilon_0,\epsilon)\;d\epsilon\;dx = d\epsilon\;dx\,[\,f(\epsilon_0,\epsilon_0-\epsilon,\;Z=6)\,|_C\,+$$

$$f(\epsilon_0,\epsilon_0-\epsilon,Z=1)\,|_H+(Z+1)\;f(\epsilon_0,\epsilon_0-\epsilon,Z=1)\,|_e\,]\frac{N_0\,\rho}{A_{CH}} =$$

$$=\frac{N_0\,\rho}{A_{CH}}\;d\epsilon\;dx\,[\;f(\epsilon_0,\epsilon_0-\epsilon,\;Z=6)+8f(\epsilon_0,\epsilon_0-\epsilon,Z=1].$$

/5/

Здесь N_0 - число Авогадро, ρ - плотность сцинтиллятора, а A_{CH} - его атомный вес.

Пусть, далее, спектральная плотность позитронов от μ^+ - распада есть $n(\eta,\epsilon)\;d\epsilon$ и пусть величина ионизационных потерь энергии позитрона после прохождения в сцинтилляторе слоя x есть $\Delta(\epsilon, x)$ / ϵ - начальная энергия позитрона/. Тогда скорректированное на внешнее тормозное излучение значение спектральной плотности можно выразить следующей формулой:

$$n'(\eta,\epsilon)\,d\epsilon = n(\eta,\epsilon)\,d\epsilon + \Delta n^{rad}(\eta,\epsilon)\,d\epsilon ,$$

где

$$\Delta n^{rad}(\eta,\epsilon)\,d\epsilon = d\epsilon \int_{\epsilon+\Lambda}^{\epsilon_{max}} n(\eta,\epsilon')\,d\epsilon' \int_{0}^{R(\epsilon',\epsilon)} dx$$

$$P(\epsilon'-\Delta(\epsilon',x), \epsilon-\Delta(\epsilon',x)) - d\epsilon \int_{\epsilon_{min}}^{\epsilon-\Lambda} n(\eta,\epsilon)\,d\epsilon' \int_{0}^{R(\epsilon,\epsilon')} dx$$

$$P(\epsilon-\Delta(\epsilon,x),\ \epsilon'-\Delta(\epsilon,x)) . \qquad /6/$$

Здесь ϵ_{max} - максимальная энергия позитрона, а функция $R(\epsilon,\epsilon')$ является решением уравнения

$$\epsilon - \Delta(\epsilon', R) = 0 .$$

$\Lambda = 100$ *кэВ* - параметр обрезания.

3. *Результаты расчетов*

Поправку к спектральной плотности $\Delta n^{rad}(\eta,\epsilon)$ можно представить в следующей удобной для вычислений форме:

$$\Delta n^{rad}(\eta,\epsilon) = P_1(\epsilon)\,\frac{1+2\eta}{2} + P_2(\epsilon)\,\frac{1-2\eta}{2} .$$

Видно, что

$$P_1(\epsilon) = \Delta n^{rad}(0.5, \epsilon) ,$$

$$P_2(\epsilon) = \Delta n^{rad}(-0.5, \epsilon) .$$

Все необходимые вычисления были выполнены на ЭВМ БЭСМ-6. Точность, с которой делались расчеты, составляла 0,1%. Результаты вычислений приведены в табл. 2.

Таблица 2

Энергия электрона в МэВ	Величина P_I в единицах полной вероятности μ - распада	Величина P_2 в единицах полной вероятности μ - распада	Точность расчета величин P_I и P_2
I,0	0,000663	0,0006330	
I,5	0,003I35	0,002998	I,0%
2,0	0,00662	0,00634	
2,5	0,0II00	0,0I054	I,5%
3,0	0,0I627	0,0I56I	2,0%
3,5	0,02I55	0,02069	
4,0	0,02792	0,02684	
4,5	0,03520	0,03363	3,0%
5,0	0,04243	0,04I0I	
5.5	0,0502I	0,04904	

В качестве примечания к таблице напомним, что выражение для полной вероятности μ -распада задается соотношением

$$W = \frac{G^2 M_\mu^5}{192\pi^3} .$$

G - константа слабого взаимодействия, M_μ - масса μ -мезона.

В работе также были сделаны оценки вклада в спектр процесса /1/. Выражение для вероятности этого процесса можно записать как

$$dW = \frac{4\alpha}{\pi}\,\frac{k\,dk\,p\,d\epsilon}{M_\mu^6}\,d\cos\theta_k\,\Big\{\Big[\frac{M_\mu^4}{2} - q^2 \times \qquad /7/$$

$$\Big(q^2 - \frac{M_\mu^2}{2}\Big)\Big]Q - 4q^2 - \mathcal{P}\,(2q^2 + M_\mu^2)\Big\}\,,$$

где

$$q^2 = M_\mu^2 - 2M_\mu\,\epsilon - 2k\,(M_\mu - \epsilon + p\cos\theta_k)\,,$$

$$Q = \frac{1}{k^2}\Big[\,1 + \frac{m_e^2}{(\epsilon - p\cos\theta_k)^2} - \frac{2\epsilon}{(\epsilon - p\cos\theta_k)}\,\Big]\,,$$

$$\mathcal{P} = \frac{(M_\mu - \epsilon + p\cos\theta_k)^2}{M_\mu\,(\epsilon - p\cos\theta_k)}\,,$$

k, θ_k - энергия и угол вылета фотона, ϵ, p - энергия и импульс позитрона, α - постоянная тонкой структуры.

Это выражение, проинтегрированное численно по энергии и углу вылета фотона, было использовано для оценок фона от процесса /1/. Результаты расчетов представлены в табл. 3. Как можно видеть из таблицы, вклад этого процесса пренебрежимо мал.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Г.В.Мицельмахеру за полезные обсуждения.

Таблица 3

$x = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_{max}}$	Спектр электронов от процесса $\mu \to e\nu\nu\gamma$ (в единицах полной вероятности μ-распада)	Спектр электронов от процесса $\mu \to e\nu\nu$ с радиационными поправками (в единицах полной вероятности μ-распада) $\eta = 0.0$	Спектр Мишеля (в единицах полной вероятности μ-распада)
0,0I	$9,39 \cdot 10^{-6}$	$1,1362 \cdot 10^{-3}$	$1,5080 \cdot 10^{-4}$
0,02	$5,026 \cdot 10^{-5}$	$7,1866 \cdot 10^{-3}$	$2,0694 \cdot 10^{-3}$
0,03	$6,875 \cdot 10^{-5}$	$1,2163 \cdot 10^{-2}$	$5,0041 \cdot 10^{-3}$
0,04	$8.308 \cdot 10^{-5}$	$1.7535 \cdot 10^{-2}$	$9,0594 \cdot 10^{-3}$
0,05	$9.574 \cdot 10^{-5}$	$2.3793 \cdot 10^{-2}$	$1.4217 \cdot 10^{-2}$
0.06	$1.0780 \cdot 10^{-4}$	$3.1005 \cdot 10^{-2}$	$2.0454 \cdot 10^{-2}$
0.07	$1.1963 \cdot 10^{-4}$	$3.9193 \cdot 10^{-2}$	$2.7746 \cdot 10^{-2}$
0.08	$1.3165 \cdot 10^{-4}$	$4.8356 \cdot 10^{-2}$	$3.6070 \cdot 10^{-2}$
0.09	$1.4395 \cdot 10^{-4}$	$5.8485 \cdot 10^{-2}$	$4.5402 \cdot 10^{-2}$
1.0	$1.5668 \cdot 10^{-4}$	$6.9565 \cdot 10^{-2}$	$5.5718 \cdot 10^{-2}$

Литература

1. L.Michel. Proc. Phys. Soc. (London), A63, 514 (1950).
2. T.Kinoshita and A.Sirlin. Phys.Rev., 108, 844 (1957).
3. S.E.Derenzo. Phys.Rev., 181, 1954 (1969).
4. L.Matson. Nucl.Phys., 12B, 647 (1969).
5. H.Grotch. Phys.Rev., 168, 1872 (1968).
6. H.W.Koch and J.W.Motz. Rev.Mod.Phys., 31, 920 (1959).
7. H.Bethe. Proc. Cambridge Phil Soc., 30, 524 (1934).
8. L.I.Schiff. Phys.Rev., 83., 252 (1951).
9. G.Elwert and E.Haug. Phys.Rev., 183, 90 (1969).
10. M.J.Berger and S.M.Seltzer. NASA, SP-71 (1965).
11. Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский. Релятивистская квантовая теория, часть. 2, стр. 245. Изд. "Наука", М., 1971.
12. А.Ф.Аккерман и др. Решение методом Монте-Карло задач переноса быстрых электронов в веществе. Изд. "Наука", Алма-Ата, 1972.

Рукопись поступила в издательский отдел 25 декабря 1974 года.