

С 15а

Б-448

10/11-70

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

1 - 4853



В.А. Беляков

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ
КРИТИЧЕСКОГО ЗНАЧЕНИЯ χ^2
ПРИ ФИТИРОВАНИИ НЕУПРУГИХ
 πp -ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

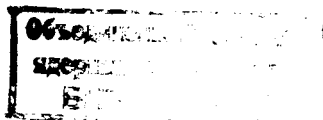
1969

1 - 4853

В.А. Беляков

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ
КРИТИЧЕСКОГО ЗНАЧЕНИЯ χ^2
ПРИ ФИТИРОВАНИИ НЕУПРУГИХ
п р -ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

8183/2 кр



В математической статистике при разделении гипотез по некоторому критерию $u > u_{кр}$ ($u_{кр}$ - критическое значение) используются вероятности ошибок I и II рода/1,2/. Напомним, что вероятность ошибки I рода P_I ($u > u_{кр}$) - это вероятность отбрасывания основной гипотезы, когда она верна. Вероятность ошибки II рода P_{II} ($u < u_{кр}$) - это вероятность принятия альтернативной ложной гипотезы. Оптимальным критерием при разделении гипотез является такой, при котором минимальна вероятность P_I при минимальной величине вероятности P_{II} .

Как известно/3-9/, при фитировании упругих и неупругих взаимодействий используется χ^2 - критерий. В данной работе предлагается методика определения критического значения $\chi_{кр}^2$, обеспечивающая получение оптимального в указанном выше смысле χ^2 - критерия.

В руководствах по математической статистике/2/ обычно излагается общий подход, но не предлагается чёткого рецепта для выбора $\chi_{кр}^2$ в конкретных задачах. Это связано с тем, что выбор значения $\chi_{кр}^2$ определяется соотношением вероятностей ошибок I и II рода для данной конкретной задачи.

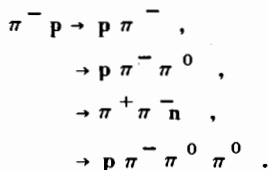
Например, на практике часто встречается задача определить эффективные сечения каналов реакции (числа событий в каналах). В этой задаче целесообразно потребовать минимума и равенства вероятностей ошибок I и II рода в каждом канале реакции, определенных с учётом парциальных вероятностей каналов реакции.

Вероятность P_{II} нужно оценивать не на реальных, а на моделированных событиях, для которых известна принадлежность к тому или иному каналу реакции. Только при этом условии возможно строгое решение задачи о выборе критического значения $\chi_{кр}^2$.

При моделировании необходимо тем или иным способом учесть характерные особенности реальных событий. Важно, чтобы моделированные события по их числу в каналах реакции и по своим кинематическим характеристикам (импульсные, угловые распределения и т.д.) как можно больше походили на реальные события. Только тогда полученные на моделированных событиях оценки вероятностей $P_I (\chi^2 > \chi_{кр}^2) \cong P_{II} (\chi^2 < \chi_{кр}^2) \cong P_{min}$ будут соответствовать аналогичным вероятностям для анализируемой выборки реальных событий. Полученное при уравнении этих оценок критическое значение $\chi_{кр}^2$ может быть использовано при разделении гипотез о типе канала для реальных событий.

Предлагаемый способ определения критического значения $\chi_{кр}^2$ проиллюстрирован на примере $\pi^- p$ реакции в пропановой камере при импульсе пионов 2,75 Гэв/с, рассмотренной в работе/10/ х/.

В работе/10/ моделировались по программе ФОРС/11/ события из следующих каналов $\pi^- p$ реакции:



Число событий в этих каналах мы взяли пропорциональным их парциальным эффективным сечениям, определенным в работе/12/.

Для всех моделированных событий каждого канала в работе/10/ рассчитывались по фит-программе гипотеза этого канала и альтернативные гипотезы каналов-партнеров (кроме канала $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- p \pi^0$). Оценками вероятностей P_I и P_{II} служили соответствующие частоты, нормированные на полное число моделированных событий, используемых нами для анализа.

х/ Автор благодарит В.Н.Пенева за любезное предоставление части моделированных событий из работы/10/.

В канале $p\pi^-$ уравнивание частот ошибок I и II рода произошло в интервале $\chi^2 = 10-18$. Поэтому значение $\chi_{кр}^2$ может быть выбрано в пределах этого интервала значений χ^2 . Для канала $p\pi^-\pi^0$ найдено $\chi_{кр}^2 = 2,56$ и для канала $\pi^+\pi^-\pi$ $\chi_{кр}^2 = 3,12$. В соответствии с вышесказанным они являются оценками оптимальных критических значений χ^2 - критерия^{х/} для этих каналов.

Средние значения величины χ^2 для каналов $p\pi^-$, $p\pi^-\pi^0$ и $\pi^+\pi^-\pi$ приведены в таблице 1. Из таблицы видно, что для событий примеси, попадающих при фитировании в данный канал из других каналов, заметна тенденция иметь большие значения $\bar{\chi}^2$ по сравнению со значениями $\bar{\chi}^2$ для истинных событий из этих каналов.

При помощи таблиц 2 и 3 можно сравнить результаты, полученные при использовании оптимальных значений $\chi_{кр}^2$ для каждого из каналов $p\pi^-\pi^0$ и $\pi^+\pi^-\pi$ и одного и того же значения $\chi_{кр}^2 = 6,0$ для обоих каналов $p\pi^-\pi^0$ и $\pi^+\pi^-\pi$ хх/.

В этих таблицах приведена доля событий (в %), переходящих при фитировании из одного канала в другой при найденных выше оптимальных значениях $\chi_{кр}^2$ и при одном и том же условно взятом $\chi_{кр}^2 = 6,0$ для обоих каналов. Нормировка произведена на исходные числа смоделированных событий этих каналов.

Анализ приведенных данных приводит к следующим результатам:

1. При разделении гипотез о канале реакции для двухлучевых $\pi^-\pi$ взаимодействий при 2,75 Гэв/с в случае применения оптимальных значений $\chi_{кр}^2$ сечения каналов $p\pi^-\pi^0$ и $\pi^+\pi^-\pi$ изменились на величину не более $\approx 1\%$, а при $\chi_{кр}^2 = 6,0$ они увеличились на 8-10%. Канал $p\pi^-$ сохранил свое сечение.

^{х/} Если же искусственно изменить число событий в каналах и взять их, например, равными между собой, а также не учитывать признака по ионизации для частиц в пропановой камере, то для канала $p\pi^-\pi^0$ получится $\chi_{кр}^2 = 1,60$ и для канала $\pi^+\pi^-\pi$ $\chi_{кр}^2 = 0,50$.

хх/ Значение $\chi_{кр}^2 \approx 6,0$ иногда вводится в экспериментальных работах для событий каналов, характеризующихся одной степенью свободы.

2. При оптимальных величинах $\chi^2_{кр}$ оценки вероятностей ошибок I и II рода оказались равными:

для канала $p\pi^-\pi^0$	$P_I = 17,7\%$ и	$P_{II} = 16,7\%$,
для канала $\pi^+\pi^-\pi$	$P_I = 17,1\%$ и	$P_{II} = 17,9\%$.

При величине $\chi^2_{кр} = 6,0$

для канала $p\pi^-\pi^0$	$P_I = 13,5\%$, но	$P_{II} = 23\%$,
для канала $\pi^+\pi^-\pi$	$P_I = 12,9\%$, но	$P_{II} = 20,7\%$,

т.е. увеличивается примесь ложно идентифицированных событий.

Из приведенных результатов следует, что предложенный способ выбора оптимальных значений $\chi^2_{кр}$ для каждого из каналов реакции позволяет улучшить разделение каналов π^-p взаимодействия в процессе фитирования и, в частности, определить долю примесей в событиях, отнесенных к тому или иному каналу реакции^{x/}.

В заключение автор выражает глубокую благодарность Э.Г.Бубелеву за неоднократные обсуждения проблемы фитирования и излагаемой методики, а также благодарит Нгуен Дин Ты, В.М.Попову и Л.Э.Йеник за обсуждение ряда вопросов и поддержку.

Л и т е р а т у р а

1. Ван дер Варден Б.Л. Математическая статистика, ИЛ, М., 1960.
2. Д.Худсон. Статистика для физиков, издательство "Мир", М., 1967.
3. А.Розенфельд и др. УФН, 86, 141, 1965.
4. Caso C., Conte F. et al. N. Cim., 55A, 66 (1968).
5. В.Иванов, Л.Яноутова. Препринт ОИЯИ Р1-3585, Дубна, 1967.
6. В.И.Мороз и др. Препринт ОИЯИ Р10-2935, Дубна, 1965.
7. Allen D.D., Fisher G.P. et al. N. Cim., 58A, 701 (1968).
8. Б.П.Банник, А.А.Кузнецов и др. Препринт ОИЯИ Р1-3682, Дубна, 1968.
9. Е.О.Абдрахманов, А.Н.Басина и др. Известия АН Каз.ССР, серия физ.-мат., №2, 1969.
10. Е.Н.Кладницкая, В.Е.Комолова и др. Препринт ОИЯИ Р1-4283, Дубна, 1969.

^{x/} Еще раз подчеркнем, что полученные в настоящей работе оценки $\chi^2_{кр}$ и вероятностей ошибок $P_I(\chi^2)$ и $P_{II}(\chi^2)$ приведены исключительно для иллюстрации изложенного способа выбора $\chi^2_{кр}$. Небольшое число событий позволило сделать лишь качественные выводы о разделении каналов π^-p реакции.

11. В.Е.Комолова, Г.И.Копылов, Препринт ОИЯИ Р-2027, Дубна, 1965.
12. Miller D.H., Gutay L. et al. *Ph.Rev.*, 153, 1423 (1967).

Рукопись поступила в издательский отдел

9 декабря 1969 года.

Таблица I

Средние значения χ^2 для моделированных событий из каналов π^-p - реакции при импульсе 2,75 Гэв/с.

№	каналы	$p\pi^-$	$p\pi^-\pi^0$	$\pi^+\pi^-\pi^0$
1	Математическое ожидание	$4 \pm 0,3^x)$	$1 \pm 0,2^x)$	$1 \pm 0,17^x)$
2	Для событий, моделированных по программе ФОРС	3,07	0,96	0,91
3	Для истинных событий каналов с $\chi^2 \leq (\chi^2_{кр})_{онт}$	3,07	0,52	0,62
4	Для событий примеси с $\chi^2 \leq (\chi^2_{кр})_{онт}$	-	1,12	0,99
5	Для событий примеси и истинных событий каналов вместе взятых с $\chi^2 \leq (\chi^2_{кр})_{онт}$	3,07	0,63	0,68

x) С ожидаемым статистическим разбросом.

Таблица 2

Результаты разделения гипотез при оптимальных величинах $\chi^2_{кр}$

N соб.	$\chi^2_{кр}$ опт.	Переход в каналы (в %)					Прибавление из каналов (в %)			$\Delta, x)$ (в %)
	канал	$p\pi^-p^0$	$\pi^+\pi^-n$	$p\pi^-p^0p^0$	$2X^{0^{++}}$	$\pi^+\pi^-n\pi^0$	$p\pi^-p^0$	$\pi^+\pi^-n$	$p\pi^-p^0p^0$	
48	$p\pi^-p^0$	82,3	13,5	2,1	2,1	-	-	12,5	4,2	-1,0
70	$\pi^+\pi^-n$	8,6	82,9	-	2,8	5,7	9,3	-	8,6	+0,8
23	$p\pi^-p^0p^0$	8,7	26,1	39,1	26,1	-	4,4	-	-	-56,5

x) Д - отклонение от сохранения сечения каналов.

xx) Канал, обозначенный $2X^0$, является суммой событий из каналов $p\pi^-p^0p^0$ и $\pi^+\pi^-n\pi^0$.

В этих событиях имеются ≥ 2 нейтральных частиц, а у положительно заряженной частицы не может быть определена её природа из-за большого импульса ($P > 1,0$ Гэв/с).

Таблица 3

Результаты разделения гипотез при неоптимальном

$\chi^2_{кр} = 6,0$

Каналы	Переход в каналы (в %)				Приращение из каналов (в %)			Δ , х) (в %)
	$p\pi^-\pi^0$	$\pi^+\pi^-\pi$	$p\pi^-\pi^0\pi^0$	$2\chi^{0**}$	$p\pi^-\pi^0$	$\pi^+\pi^-\pi$	$p\pi^-\pi^0\pi^0$	
$p\pi^-\pi^0$	86,5	13,5	-	-	-	18,8	4,2	+9,5
$\pi^+\pi^-\pi$	12,9	87,1	-	-	9,3	-	11,4	+7,8
$p\pi^-\pi^0\pi^0$	8,7	34,8	39,1	17,4	-	-	-	-60,9

х) Δ - отклонение от сохранения сечения каналов.

хх) Сматри после таблицы 2.