

Т- 995

29/II-68

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

I - 3686



А.А.Тяпкин

ОПТИМАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА  
НЕЭФФЕКТИВНЫХ СЧЕТЧИКОВ ДЛЯ РАЗДЕЛЕНИЯ  
ЧАСТИЦ ПО ПЕРВИЧНОЙ ИОНИЗИРУЮЩЕЙ  
СПОСОБНОСТИ

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

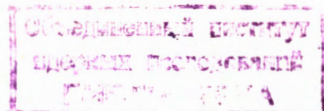
1968

1 - 3686

А.А.Тяпкин

ОПТИМАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА  
НЕЭФФЕКТИВНЫХ СЧЕТЧИКОВ ДЛЯ РАЗДЕЛЕНИЯ  
ЧАСТИЦ ПО ПЕРВИЧНОЙ ИОНИЗИРУЮЩЕЙ  
СПОСОБНОСТИ

Направлено в ПТЭ



Метод неэффективных счетчиков неоднократно использовался в экспериментальных исследованиях космического излучения как простейший метод грубой оценки ионизирующей способности отдельной заряженной частицы, обеспечивающий в то же время сравнительно высокую точность определения средней ионизирующей способности для достаточно большой группы частиц, отобранной по каким-либо другим признакам. Пример такого использования метода неэффективных счетчиков можно найти в работе <sup>1/</sup>. Однако при большой энергии исследуемых частиц в связи с возможностью использования большого числа счетчиков этот метод может обеспечить получение наивысшей точности измерения ионизирующей способности и для отдельной частицы. Для обеспечения требуемой точности потребуется применить достаточно большое число счетчиков и принять специальные меры для устранения систематических погрешностей. Метод неэффективных счетчиков может быть с успехом использован в поисках кварков с дробным зарядом для обнаружения редких частиц с малой ионизирующей способностью на фоне большого числа обычных частиц. Установка из нескольких сотен неэффективных счетчиков может позволить осуществить разделение частиц различной массы в пучках частиц с определенным значением импульса по релятивистскому росту первичной ионизирующей способности.

Поскольку для такого рода задач требуются весьма громоздкие и сложные установки, вопрос об оптимальных условиях измерения принимает особо важное значение. Действительно, точность разделения частиц по ионизирующей способности зависит не только от числа счетчиков в установке, но и от выбранной величины их эффективности.

Пусть перед нами стоит задача методом неэффективных счетчиков разделить два класса частиц, отличающихся ионизирующей способностью. Обозначим через  $\alpha$  и  $\beta$  средние числа актов первичной ионизации в отдельном счетчике соответственно для частиц первого и второго типа. Будем считать далее, что создание хотя бы одного электрона в счетчике обеспечивает факт регистрации частицы. Тогда неэффективность регистрации этих частиц будет равна  $\eta_1 = e^{-\alpha}$  и  $\eta_2 = e^{-\beta}$ . Соответственно эффективности регистрации частиц будут равны

$$f_1 = 1 - e^{-\alpha} \quad \text{и} \quad f_2 = 1 - e^{-\beta}.$$

В каждом отдельном случае измерения по числу сработавших счетчиков  $n$  мы определяем оценку эффективности регистрации для данной частицы

$$\hat{f} = \frac{n}{N},$$

где  $N$  — общее число счетчиков в установке. На основании сравнения этой оценки с величинами  $f_1$  и  $f_2$  и должна быть с максимально возможной достоверностью определена принадлежность частицы к одному из классов.

Величина  $n$  для частиц, принадлежащих по ионизирующей способности к одному из классов рассматриваемых частиц, флуктуирует по биномиальному закону. Величины дисперсий этих распределений равны соответственно

$$D_1 = Nf_1(1-f_1) \quad \text{и} \quad D_2 = Nf_2(1-f_2). \quad (1)$$

При  $N \gg 100$ , а также при  $f$ , не слишком близком к предельным значениям 0 или 1, биномиальное распределение хорошо описывается <sup>/2/</sup> асимптотической формулой Муавра-Лапласа, представляющей собой нормальное распределение с дисперсией  $D = Nf(1-f)$ .

Таким образом, разброс в числе срабатываемых счетчиков уменьшается с приближением величины эффективности счетчиков к одному из предельных значений 0 или 1. Однако при этом уменьшается выраженное в числе счетчиков расстояние между центрами двух распределений, подлежащих экспериментальному разделению. По этой причине должно существовать некоторое оптимальное значение эффективности счетчиков, обеспечивающее наилучшее разделение частиц при заданном полном числе счетчиков в установке.

Вопрос об оптимальных условиях разделения частиц по первичной ионизирующей способности допускает, однако, различную постановку в зависимости от целесообразности принятия того или иного соотношения между так называемыми ошибками первого и второго рода. Мы рассмотрим этот вопрос для случая, когда требуется надежно выделить редкие частицы с меньшей ионизирующей способностью на фоне большого числа частиц, обладающих нормальной ионизирующей способностью. Именно с такой постановкой задачи мы встречаемся в экспериментах по поиску кварков или при выделении в лучке отрицательных релятивистских частиц определенного импульса редких антипротонов. В этом случае, очевидно, наиболее нежелательными будут погрешности, имитирующие редкие частицы, когда частицы с нормальной ионизирующей способностью, которые мы в дальнейшем будем относить к классу 1, в отдельных случаях регистрируются в качестве редких частиц класса 2, обладающих меньшей ионизирующей способностью. Ясно, что к таким особенно нежелательным ошибкам будет приводить разброс значений эмпирической величины  $\hat{f} = \frac{n}{N}$  для частиц первого типа, характеризуемый средним квадратическим отклонением  $\sqrt{\frac{f_1(1-f_1)}{N}}$ . Наличие же разброса аналогичной величины для выделяемых редких частиц может привести лишь к потере эффективности регистрации этих частиц, а не к ложному результату. Поэтому оптимальные условия выделения редких частиц класса 2 на фоне большого числа частиц класса 1 будут отвечать минимуму отношения среднего квадратического отклонения  $\sqrt{N f_1(1-f_1)}$  для получаемого числа сработавших счетчиков  $n_1$  к разности средних чисел срабатываемых счетчиков для частиц 1-го и 2-го класса  $\Delta = \bar{n}_1 - \bar{n}_2 = N(f_1 - f_2)$ . Для определения оптимальной величины эффективности счетчиков  $f_0$ , соответствующей минимуму отношения

$$\frac{\sqrt{D_1}}{\Delta} = \frac{1}{f_1 - f_2} \sqrt{\frac{f_1(1-f_1)}{N}},$$

необходимо приравнять нулю производную

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\alpha} \left( \frac{\sqrt{D_1}}{\Delta} \right) &= \frac{d}{d\alpha} \frac{[e^{-\alpha} (1 - e^{-\alpha})]^{1/2}}{(e^{-\beta} - e^{-\alpha}) N^{1/2}} = \\ &= \frac{1}{N^{1/2}} \left[ \frac{e^{\alpha}}{2 \sqrt{e^{\alpha} - 1} [e^{(\alpha-\beta)} - 1]} - \frac{\sqrt{e^{\alpha} - 1} (1 - \frac{\beta}{\alpha}) e^{(\alpha-\beta)}}{[e^{(\alpha-\beta)} - 1]^2} \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Отсюда, обозначая  $\frac{\beta}{\alpha} = K$ , получим уравнение для оптимального значения  $a_0$

$$\frac{(e^{a_0} - 1) e^{-K a_0}}{e^{(1-K)a_0} - 1} = \frac{1}{2(1-K)},$$

которое может быть преобразовано в следующее уравнение для оптимального значения эффективности счетчиков  $f_0$  для регистрации фоновых частиц:

$$(1-K) \ln(1-f_0) - \ln[1 - 2(1-K)f_0] = 0. \quad (3)$$

Соответственно среднее квадратическое отклонение для эмпирической оценки эффективности счетчиков, получаемой в случае прохождения через установку фоновых частиц, будет иметь значение

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{f_0(1-f_0)}{N}}.$$

Если мы, например, установим область выделения интересующих нас частиц с меньшей ионизирующей способностью, соответствующей по числу срабатываемых счетчиков  $n \leq \bar{n}_2 = N f_2$ , то нужные частицы будут отбираться с вероятностью 0,5, а вероятность имитации их за счет фоновых частиц будет составлять

$$y = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\frac{n}{N}} e^{-t^2/2} dt \right], \quad H = \frac{\Delta}{\sqrt{D_0}} = \frac{(1-f_0)^K - (1-f_0)}{\sqrt{\frac{f_0(1-f_0)}{N}}}. \quad (4)$$

Относительная доля ложно выделенных частиц при этом составит величину  $\delta = 2y \frac{I_1}{I_2}$ , где  $I_1$  и  $I_2$  соответственно интенсивности фоновых и выделяемых частиц.

Оптимальное значение эффективности счетчиков для фоновых частиц  $f_0$ , согласно уравнению (3), определяется величиной отношения первичных ионизирующих способностей частиц  $K = \frac{\beta}{\alpha}$ . Если первичная ионизирующая способность выделяемых частиц составляет 80% от первичной ионизирующей способности фоновых частиц<sup>х)</sup>, то оптимальное значение эффективности счетчиков<sup>х)</sup>

Приблизительно так соотносятся первичные ионизирующие способности антипротонов и пионов в пучке с импульсом 60 Гэв/с.

$f_0 = 0,889$ . Таким образом, для выделения частиц с меньшей ионизирующей способностью методом неэффективных счетчиков в оптимальном случае требуется применение счетчиков, обладающих довольно высокой эффективностью регистрации основных частиц пучка. Меньшим значениям  $K$  соответствуют еще более высокие оптимальные значения эффективности  $f_0$ .

Для рассматриваемого случая  $K = 0,8$  при  $N = 100$  получим вероятность имитации выделяемых частиц за счет фоновых, равную  $\gamma = 2,5\%$ . Следовательно, при наличии 100 счетчиков в установке обнаружение частиц, имеющих на 20% меньше первичную ионизирующую способность, возможно только в том случае, если относительная доля таких частиц в пучке составляет не меньше  $1/20$ . Для установки из 400 счетчиков, согласно формуле (4), получим  $\gamma = 5 \cdot 10^{-5}$ . Однако при слишком малых значениях величины вероятности  $\gamma$  использованная нами аппроксимация приводит к относительно большому занижению величины  $\gamma$ .

В этом случае расчет величины  $\gamma$ , определяющей точность разделения частиц, должен проводиться на основе неполной бета-функции, описывающей "хвост" биномиального распределения <sup>/3/</sup>. Воспользовавшись приведенным в монографии <sup>/3/</sup> таблицами 18 и 19 величины вероятности  $f$  для различных предельных значений  $n$  и  $N - n$ , отвечающих суммарной вероятности "хвоста" биномиального распределения, равной 2,5 и 0,5%, можно для различных значений общего числа счетчиков в установке точно определить возможность разделения частиц по ионизирующей способности. Ниже в таблице 1 для ряда значений  $N$  приведены величины отношения  $K$  первичных ионизирующих способностей частиц, при которых возможно выделение частиц с меньшей ионизирующей способностью с точностью  $\gamma = 2,5$  и 0,5%.

Таблица 1

| $\gamma \backslash N$ | 25   | 50   | 100  | 220  | 550  |
|-----------------------|------|------|------|------|------|
| 0,025                 | 0,58 | 0,70 | 0,78 | 0,84 | 0,90 |
| 0,005                 | 0,50 | 0,63 | 0,73 | 0,80 | 0,87 |

Приведенные в этой таблице значения  $K = \frac{\beta}{\alpha}$  отвечают выбору оптимальных значений эффективности счетчиков.

Соотношение (4) при малом  $\gamma$  приводит к занижению результата даже при большом значении  $N$ . Так, при  $N = 100$  и соответствующих этому значению величинах  $K$  (Таблица 1) вместо значений  $\gamma = 2,5$  и  $0,5\%$  соотношение (4) дает  $1,5$  и  $0,2\%$ . При  $N = 550$ , соответственно, —  $2,0$  и  $0,3\%$ .

Сопоставление с точными расчетами показывает также, что несмотря на значительное занижение величины  $\gamma$  при расчете "хвостов" распределения по формуле Муавра-Лапласа, использование этого приближения для определения оптимальной эффективности счетчиков приводит к правильным результатам для значений  $f_0 < 0,95$ .

Последнее условие ограничивает область применимости уравнения (3)  $K > 0,67$ . При  $K = 0,5$  уравнение (3) приводит к  $f_0 = 1,00$ , что является результатом неправомерности использованного приближения.

При эффективности счетчиков, близкой к единице, даже при большом  $N$  биномиальное распределение становится существенно несимметричным и замена его нормальным распределением приводит к некоторому завышению оптимального значения эффективности счетчиков. Поэтому решения уравнения (3), близкие к предельным значениям, следует рассматривать как ориентировочные значения для выбора эффективности счетчиков, соответствующей оптимальным условиям измерения, ограничивая выбор больших значений эффективности величиной  $0,95$ . Таким образом, для выделения частиц с меньшей ионизирующей способностью во всей практически доступной для разделения частиц области значений  $K < 0,9$  оптимальные значения эффективности счетчиков к фоновым частицам лежат в области значений  $0,85 + 0,95$ .

Следует отметить, что выбор эффективности счетчиков во всей указанной области  $0,85 + 0,95$  независимо от конкретного значения величины  $K < 0,9$  и соответствующего ей значения  $f_0$  практически не оказывает влияния на точность разделения частиц. В этом можно убедиться, определяя по точным таблицам монографии <sup>/3/</sup> для разных значений эффективности  $f$  величину отношения первичных ионизирующих способностей частиц, разделяемых с точностью  $2,5$  и  $0,5\%$ . Так, для  $N = 24$  и  $\gamma = 0,5\%$  величина  $K$ , равная  $0,520$ , остается неизменной, по крайней мере, в третьем знаке во всей области эффективностей счетчиков от  $0,82$  до  $0,93$ . При значениях эффективности  $0,95, 0,97$  и  $0,99$  величина  $K$  равна соответственно  $0,518; 0,507$  и  $0,46$ . Из уравнения (3) для  $K = 0,520$  следует  $f_0 = 0,99$ . Аналогичная картина получается и при дру-



гих значениях  $N$ . Для  $N = 50$  и  $\gamma = 0,5\%$  при  $f$ , равных 0,85, 0,93 и 0,98, величина  $K$  принимает соответственно значения 0,633, 0,633 и 0,605. Согласно же уравнению (3), оптимальное значение эффективности для  $K = 0,633$  равно 0,965. Для  $N = 100$  и  $\gamma = 0,5\%$  величина  $K = 0,730$  для эффективности от 0,83 до 0,92. При  $f$ , равных 0,96 и 0,99, величина  $K$  равна соответственно 0,710 и 0,66. Следует, конечно, учитывать, что уже малое уменьшение предельной величины  $K$  для разделяемых частиц означает значительное понижение точности измерений. Так, согласно таблице 1, уменьшение предельного  $K$  на 10% для  $K = 0,7 + 0,8$  означает, что для восстановления прежней точности измерений потребуется удвоить число счетчиков в установке.

При уменьшении эффективности счетчиков постепенное понижение предельного значения  $K$  наблюдается только начиная с  $f < 0,80$ . Значительное же ухудшение точности измерений происходит при  $f < 0,50$ . Так, при эффективности счетчиков 0,50 и 0,30 для достижения точности оптимального варианта требуется увеличить общее число счетчиков в установке соответственно в 1,5 и 4 раза.

Неизменность предельного значения  $K$  в области эффективности счетчиков от 0,80 до 0,95 означает, что уменьшение ширины распределения числа счетчиков, сработавших от фоновых частиц, в этой области точно компенсируется уменьшением расстояния между центрами распределений для разделяемых частиц. Это обстоятельство имеет большое значение для практического использования метода неэффективных счетчиков. Прежде всего для всех задач выделения частиц с меньшей ионизирующей способностью независимо от величины отношения  $K = \frac{\beta}{\alpha}$  могут быть использованы одни и те же счетчики с эффективностью 0,85 + 0,90. Кроме того, из независимости точности измерений от величины эффективности счетчиков в соответствующей области значений следует допустимость разброса в несколько процентов в величинах эффективности используемых счетчиков. Это значительно облегчает изготовление и наладку многосчетчиковой системы. По этой же причине в процессе эксплуатации системы требования высокой стабильности должны предъявляться только к средней величине эффективности для счетчиков всей системы.

Высокая эффективность счетчиков, соответствующая оптимальным условиям решения рассмотренной задачи, составляет основной результат настоящей работы, несколько неожиданный для метода малоэффективных счетчиков.

Меньшие значения эффективности счетчиков будут соответствовать оптимальным условиям для выделения частиц с ионизирующей способностью большей, чем у фоновых частиц. Так, для  $K = 2$  из уравнения (3) найдем  $f_0 = 0,50$ . Для выделения частиц с пятикратной ионизацией оптимальное значение эффективности счетчиков к частицам с однократной ионизацией должно быть равно 0,25.

\* \* \*

Для реализации высокой надежности выделения редких частиц, соответствующей высокой статистической точности метода при большом числе счетчиков в установке, необходимо на практике предпринять специальные меры для устранения систематических погрешностей. Прежде всего должно быть полностью исключено несрабатывание счетчиков из-за технических неисправностей. При большом числе счетчиков задача постоянного контроля работы счетчиков встречается, конечно, определенные практические трудности. Кроме того, весьма важно, чтобы выбранная неэффективность счетчиков  $5 \pm 10\%$  целиком была обусловлена отсутствием акта первичной ионизации в счетчике. В противном случае неминуемо возникнут систематические погрешности, которые не позволят достигнуть расчетной надежности выделения частиц.

Действительно, если в каждом счетчике заведомо происходит первичный акт ионизации и лишь процесс регистрации его связан с выбранной величиной неэффективности, то при измерении будут проявляться самые обычные флуктуации спектрометрических сцинтилляционных или газоразрядных пропорциональных счетчиков. Метод неэффективных счетчиков дает при измерении ионизирующей способности частиц более высокое разрешение по сравнению с существующими спектрометрическими счетчиками только в том случае, если усиление и пороги дискриминации используемых счетчиков заведомо обеспечивают регистрацию каждого акта первичной ионизации в счетчике. Конечно, при достаточно большом количестве параллельно используемых спектрометрических счетчиков также можно получить высокую надежность выделения нужных частиц. Однако статистические расчеты этой надежности уже не могут быть проведены достаточно просто и достоверно. Поэтому, пожалуй, наилучшие результаты можно получить, объединяя оба метода.

Пусть, например, после амплитудного анализа нескольких сцинтилляционных счетчиков выделяются события, подлежащие исследованию методом неэффективных счетчиков. В этом случае целесообразно будет использовать большое число миниатюрных плоских искровых счетчиков, управляемых по питанию системой спектрометрических сцинтилляционных счетчиков с автоматическим выводом данных о факте возникновения искр.

По статистическому распределению числа счетчиков, в которых не произошло искрового разряда, удастся легко установить статистические характеристики отбора частиц управляющей системы сцинтилляционных счетчиков и дополнительно повысить на несколько порядков надежность выделения частиц с меньшей ионизирующей способностью. Такая комбинированная система с умеренным количеством управляемых искровых счетчиков будет эквивалентна по своим возможностям системе с существенно большим количеством неэффективных счетчиков.

Управляемый режим работы искровых счетчиков требует принятия мер для уменьшения неэффективности счетчиков за счет диффузии электронов на электроды и прилипания их к атомам электроотрицательных примесей. Для этого прежде всего должно быть предельно уменьшено время задержки высоковольтного импульса питания счетчиков, уменьшено также количество примесей в газе и применено наполнение газом, обеспечивающим меньший коэффициент диффузии электронов. По этой причине целесообразно будет вместо обычно используемого в искровых камерах неона наполнить искровые счетчики гелием.

Другой способ уменьшения неэффективности счетчиков, возникающей из-за исчезновения электронов, может быть основан на использовании смеси Пеннинга и относительно высокого постоянного напряжения на счетчике, достаточного для эффективного образования метастабильных атомов основного газа /4/.

Гарантией отсутствия систематических погрешностей будет служить неизменность эффективности искровых счетчиков при малых изменениях времени задержки, амплитуды и длительности питающего высоковольтного импульса, а также величины постоянного напряжения на счетчиках.

При конструировании многосчетчиковой системы для измерения первичной ионизирующей способности частиц следует иметь в виду возможность осуществления несколько более быстродействующей системы за счет использования газоразрядных счетчиков при постоянном напряжении, обеспечивающем возникновение слабого разряда. Такая система будет существенно сложнее, так как излу-

чение, сопровождающее этот разряд, должно с высокой эффективностью регистрироваться в каждом счетчике' отдельным фотоэлектронным умножителем.

#### Л и т е р а т у р а

1. Алиханов А.И., Елисеев Г.П. ЖЭТФ, 25, 368, 1950.
2. Гнеденко Б.В. "Курс теории вероятностей", стр.99, ГИТТЛ, М., 1954.
3. Дунин-Барковский И.В., Смирнов Н.В. "Теория вероятностей и математическая статистика в технике", стр.282, ГИТТЛ, М., 1955.
4. Вишняков В.В., Тан Сяо-вей, Тяпкин А.А. УФН, 72, 133, 1960.

Рукопись поступила в издательский отдел  
26 января 1968 года.