

H-178

29/II-68

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

1 - 3683



Э.Надь

ВОЗМОЖНЫЙ ПОДХОД К ИНТЕРПРЕТАЦИИ
ДАННЫХ ПО РАДИАЦИОННЫМ РАСПАДАМ
РЕЗОНАНСОВ

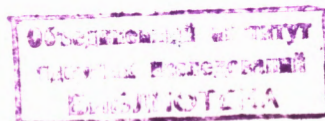
АБСОЛЮТНО
КРИСТАЛЛИЧЕСКИЕ
ПРОЦЕССЫ

1968

1 - 3683

Э.Надь

ВОЗМОЖНЫЙ ПОДХОД К ИНТЕРПРЕТАЦИИ
ДАНЫХ ПО РАДИАЦИОННЫМ РАСПАДАМ
РЕЗОНАНСОВ



В настоящей работе предлагается метод вычисления вероятностей различных гипотез, дающих вклад в предполагаемый резонанс, распадающийся по радиационной моде и проявляющийся в виде пика в спектре эффективных масс. Для простоты здесь будет рассмотрен только один частный случай этого метода в применении к интерпретации $\Lambda\gamma$ -пика при 1350 Мэв/с^2 , обнаруженного в спектре эффективных масс $\Lambda\gamma$ в работах ^{1,2/}.

Рассмотрим только две гипотезы: проявление пика $\Lambda\gamma$ связано либо с наличием пика $\Lambda\eta$ при 1680 Мэв/с^2 ^{1-3/}, либо с существованием $\Lambda\gamma$ -резонанса при 1350 Мэв/с^2 (последняя гипотеза рассмотрена в работе ^{4/}). Как показано в ^{1,2/}, другие гипотезы существенного вклада в $\Lambda\gamma$ -пик не дадут. Далее мы будем обозначать $\Lambda\eta$ - и $\Lambda\gamma$ -гипотезы через I и II, соответственно.

Исходными данными для нашей задачи будут числа N_i , приведенные в таблице 1, которые представляют собой числа событий из возможных комбинаций $\Lambda\pi\gamma$ -событий. Те комбинации $\Lambda\gamma$, которые заключены в скобки, дают вклад в пик, остальные являются фоновыми.

Обозначим через σ_Y вероятность образования Y , где Y - либо пик $\Lambda\eta$ при 1680 Мэв/с^2 с Λ -гипероном в конечном состоянии, либо $\Lambda\gamma$ -резонанс при 1350 Мэв/с^2 . Введем параметр $\alpha_\Lambda = \sigma_B / \sigma_Y$, где $\sigma_B = 1 - \sigma_Y$. Пусть P_B - вероятность образования $n\gamma$ -квантов кроме тех γ -квантов, которые обязаны распаду Y -резонанса, а Q_n - вероятность образования $n\gamma$ -квантов при отсутствии Y -резонанса в конечном состоянии. Из экспериментальных данных можно показать, что при условии минимального числа параметров эти вероятности достаточно точно могут быть представлены в виде

$$P_n = e^{-a_2 n} \quad (1)$$

$$Q_n = e^{-a_2 n + a_3}$$

Теперь мы можем вычислить вероятности P_i реализации события типа i (см. табл 1):

$$P_1 = \sigma_Y w_Y \epsilon_1 \cdot 2 \epsilon' (1 - \epsilon') \sum_{n=0}^{\infty} P_n (1 - \epsilon)^n$$

$$P_2 = \sigma_B \sum_{n=1}^{\infty} Q_n n \epsilon (1 - \epsilon)^{n-1} + \sigma_Y \{ w_0 \sum_{n=0}^{\infty} P_n (n+3) \epsilon (1 - \epsilon)^{n+2} +$$

$$w_Y [\epsilon_1 (1 - \epsilon')^2 \sum_{n=1}^{\infty} P_n n \epsilon (1 - \epsilon)^{n-1} + \epsilon_2 \sum_{n=0}^{\infty} P_n (n+2) \epsilon (1 - \epsilon)^{n+1} +$$

$$\epsilon_3 \sum_{n=0}^{\infty} P_n (n+4) \epsilon (1 - \epsilon)^{n+3} + \epsilon_4 \sum_{n=0}^{\infty} P_n (n+6) \epsilon (1 - \epsilon)^{n+5}] \} \quad (2)$$

$$P_3 = \sigma_{B_1} \sum_{n=2}^{\infty} Q_n \binom{n}{2} \epsilon^2 (1 - \epsilon)^{n-2} + \sigma_Y \{ w_0 \sum_{n=0}^{\infty} P_n \binom{n+3}{2} \epsilon^2 (1 - \epsilon)^{n+1} +$$

$$w_Y [\epsilon_1 (1 - \epsilon')^2 \sum_{n=2}^{\infty} P_n \binom{n}{2} \epsilon^2 (1 - \epsilon)^{n-2} + \epsilon_2 \sum_{n=0}^{\infty} P_n \binom{n+2}{2} \epsilon^2 (1 - \epsilon)^n +$$

$$\epsilon_3 \sum_{n=0}^{\infty} P_n \binom{n+4}{2} \epsilon^2 (1 - \epsilon)^{n+2} + \epsilon_4 \sum_{n=0}^{\infty} P_n \binom{n+6}{2} \epsilon^2 (1 - \epsilon)^{n+4}] \}$$

$$P_4 = \sigma_Y w_Y \epsilon_1 \cdot 2 \epsilon' (1 - \epsilon') \sum_{n=1}^{\infty} P_n n \epsilon (1 - \epsilon)^{n-1}$$

$$P_5 = \sigma_Y w_Y \epsilon \epsilon' \sum_{n=0}^{\infty} P_n (1 - \epsilon)^n$$

$$p_1 = \sigma_Y w_Y \epsilon' \sum_{n=0}^{\infty} P_n (1-\epsilon)^n$$

$$p_2 = \sigma_R \sum_{n=1}^{\infty} Q_n \epsilon (1-\epsilon)^{n-1} + \sigma_Y [w_0 \sum_{n=0}^{\infty} P_n (n+3) \epsilon (1-\epsilon)^{n+2} +$$

$$w_Y (1-\epsilon') \sum_{n=1}^{\infty} P_n \epsilon (1-\epsilon)^{n-1}]$$

$$p_3 = \sigma_U \sum_{n=2}^{\infty} Q_n \binom{n}{2} \epsilon^2 (1-\epsilon)^{n-2} + \sigma_Y [w_0 \sum_{n=0}^{\infty} P_n \binom{n+3}{2} \epsilon^2 (1-\epsilon)^{n+1} + \quad (3)$$

$$w_Y (1-\epsilon') \sum_{n=2}^{\infty} P_n \binom{n}{2} \epsilon^2 (1-\epsilon)^{n-2}]$$

$$p_4 = \sigma_Y w_Y \epsilon' \sum_{n=1}^{\infty} P_n \epsilon (1-\epsilon)^{n-1}$$

Уравнения 2) и (3) соответствуют гипотезам I и II. В них через ϵ обозначена средняя эффективность регистрации γ -квантов, ϵ' - та же величина, но для η -квантов, дающих вклад в пик (см. приложение); ϵ_1 - вероятность распада η -мезона по j -му каналу (см. табл. 2); $w_0 + w_{\eta, \gamma} = 1$, так что если поместить Y_{1680} в барионный η -октет и приписать спин $I=0$ для Y_{1680} , то мы будем иметь ^{4/}: $w_0/w_{\eta} = 3,65$, $w_0/w_{\gamma} = 3$, где

$$w_0 \sim \Gamma(Y_{1680} \rightarrow \Sigma^0 \pi^0)$$

$$w_{\eta} \sim \Gamma(Y_{1680} \rightarrow \Lambda^0 \eta^0)$$

$$w_{\gamma} \sim \Gamma(Y_{1680} \rightarrow \Lambda^0 \gamma)$$

С другой стороны, если проявление $\Lambda\eta$ -пика связано с эффектом от длины рассеяния, то мы можем иметь $w_0 = 0^{3/}$.

При известных p_i полная вероятность получить N_i случаев в каждом из i -ых каналов равна

$$P(\{N_i\}) = \frac{N!}{\prod_{i=1} N_i!} \prod_{i=1} \left(\frac{p_i}{P}\right)^{N_i}$$

где $P = \sum_i p_i$ и $N = \sum_i N_i$

Наиболее достоверные значения наших параметров α_j соответствуют максимуму функции правдоподобия

$$L(\{N_i\}) = \frac{1}{P} \sum_i N_i P_i$$

и либо являются корнями системы уравнений

$$\sum_i (N_i - L) \frac{\partial P_i}{\partial \alpha_j} = 0,$$

либо же находятся на границе допустимой для них области.

Приступая к поиску наиболее правдоподобных значений параметров, необходимо задать их начальные значения. Из таблицы, взятой в работе /4/, мы можем в первом приближении положить $\alpha_1 = 30$, предполагая, что сечение Y равно $30 \mu^2$ в обеих гипотезах. Далее предположим в первом приближении, что для I гипотезы $\alpha_3 = 3\alpha_2$, поскольку среднее число γ -квантов от всех ветвей η -распада близко к 3. Подобные соображения приводят к $\alpha_3 = 2\alpha_2$ для II гипотезы. Так как $\sigma_B \gg \sigma_Y$, то α_2 можно получить, сравнивая экспериментальное η -распределение со следующими теоретическими средними значениями

$$\langle N_{\eta\gamma} \rangle = \sum_{k=0}^{\infty} Q_k \binom{k}{n} \epsilon^n (1-\epsilon)^{k-n}.$$

После того, как наиболее правдоподобные параметры найдены, мы можем вычислить соответствующие вероятности $P(\{N_i\})$. Полученные значения для вероятностей различных гипотез позволяют сделать выбор между ними. При помощи четвертого параметра мы при желании можем установить также и наиболее вероятное соотношение между возможными гипотезами о природе $\Lambda\gamma$ -пики при 1350 Мэв/с^2 .

Автор благодарен А.Г.Володько, С.В.Клименко, В.Б.Флягину и П.В.Шляпникову за полезные обсуждения.

П Р И Л О Ж Е Н И Е

Определим среднюю эффективность регистрации одного γ -кванта^{x/} в виде

$$\epsilon = \int (1 - e^{-\frac{\ell}{\Lambda}}) \rho(\ell) d\ell = \int F(\ell) \rho(\ell) d\ell,$$

^{x/} На самом деле это выражение содержит только часть, соответствующую вероятности конверсии.

где Λ -длина конверсии, l - потенциальная длина и $\rho(l)dl$ - вероятность того, что для данного γ -кванта l лежит в пределах от l до $l+dl$. Величина ϵ может быть заменена ее средним значением:

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F(l_i).$$

В самом деле, в уравнениях (2)-(3) мы использовали $\langle \epsilon \rangle$ и $\langle \epsilon' \rangle$ вместо ϵ и ϵ' .

Особого внимания требует случай, когда регистрируются γ -кванты от распада Y_{1680} -резонанса, поскольку число таких событий невелико, но они играют важную роль. Как видно из уравнений (2)-(3), мы имеем дело не только с ϵ' , но и с ϵ'^2 , а последняя величина содержит корреляции между двумя γ -квантами от распада η -мезона. Обозначая последние индексами 1,2, будем иметь:

$$\epsilon'^2 \equiv \langle \epsilon'_1 \epsilon'_2 \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F(l_i^{(1)}) F(l_i^{(2)}) \neq \langle \epsilon' \rangle^2.$$

Даже при L отсутствии достаточной статистики для определения $\langle \epsilon'_1 \epsilon'_2 \rangle$ с необходимой точностью оказывается возможным определить эту величину, выдвигая некоторые приемлемые гипотезы и восстанавливая неизвестную F-функцию для $\Lambda\eta$ -событий. Далее мы в общих чертах покажем, как это делается:

Имеется бесконечно много конфигураций $\Lambda\eta$, которые образуют экспериментально наблюдаемые $\Lambda\gamma$ -события. Однако не все они одинаково важны, поскольку определяющие их параметры имеют неравные вероятности. Поэтому мы должны усреднить их. Обозначим эти параметры через $\{x\}$, а их общую функцию распределения через $f(\{x\})$. $\{x\}$ - есть энергия, азимутальный угол и угол наклона для Y в лабораторной системе координат, полярный и азимутальный углы Λ -гиперона в системе покоя и те же величины для γ -квантов в системе покоя η -мезона. Функция f может быть получена, если выдвинуть определенные гипотезы об образовании Y и его квантовых числах. После этого можно вычислить среднее значение F по следующей формуле

$$\bar{F} = \int f(\{x\}) F(l(\{x\})) d\{x\} / \int f(\{x\}) d\{x\}. \quad (A1)$$

Кроме этого, мы имеем также некоторые уравнения связи. Кинематические уравнения связи таковы:

Таблица 1

Тип событий ,	Число случаев ,
(Λγ) I	N ₁
Λγ 2	N ₂
Λ2γ 3	N ₃
(Λγ)γ 4	N ₄
Λη ^{x/} 5	N ₅
Λ 6	N ₆
Λ3γ 7	N ₇
Λ4γ 8	N ₈
⋮	⋮

^{x/} В случае гипотезы II этот тип не проявляется.

$$\mu^2(E_{\Lambda} - p_{\Lambda} u_{\Lambda x}) = p_{\gamma} (M^2 - m^2 - \mu^2)(1 - u_{\gamma x}) \quad (A2)$$

$$2p_{\gamma} p_x (1 - u_{\gamma x}) = \mu^2,$$

где M, m, μ — массы $\Upsilon, (\Lambda\gamma)$ — системы и η — мезона; $p_{\Lambda}, p_{\gamma}, p_x$ — импульсы Λ, γ и пропущенного γ — кванта; E_{Λ} — энергия Λ ; $\theta_{\Lambda x}$ и $\theta_{\gamma x}$ — углы между пропущенным γ — квантом и Λ или Υ — вторым γ соответственно ($u = \cos \theta$). Три геометрические уравнения связи таковы

$$\theta_{\gamma x} + \theta_{\Lambda x} \geq \Theta$$

$$\theta_{\gamma x} \leq \Theta + \theta_{\Lambda x} \quad (A3)$$

$$\theta_{\Lambda x} \leq \Theta + \theta_{\gamma x},$$

где Θ — угол между Λ и Υ . Из-за наличия уравнений связи мы должны выполнить интегрирование в (A1) вдоль линии (A2) внутри прямоугольника с вершинами в точках $(0, \Theta), (\Theta, 0), (\pi, \pi - \Theta)$ и $(\pi - \Theta, \Theta)$ в плоскости $\theta_{\Lambda x}, \theta_{\gamma x}$. Заметим, что в общем случае каждой точке принадлежат два различных F , потому что имеется два пропущенных γ — кванта для каждого фиксированного $\theta_{\Lambda x}, \theta_{\gamma x}$, которые подчиняются условиям (A3).

Л и т е р а т у р а

1. Ван Юн-чан и др. Препринт ОИЯИ, P-1615, 1967.
2. E.G.Bubelev et al., Phys. Letters 24B, 246 (1967).
3. D.Berley et al., Phys. Rev. Letters 15, 641 (1965).
4. А.Г.Володько и др. Препринт ОИЯИ, P1-3351, 1967.

Рукопись поступила в издательский отдел

24 января 1968 года.

Таблица 2

Тип ветвей распада , j	Пропорция, ϵ_j ^{х)}
2γ I	0,36
$\Pi^+\Pi^-\Pi^0$ 2	0,31
$\Pi^0 2\gamma$ 3	0,16
3 Π^0 4	0,17

х/ Нормировано на единицу.