

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**



2-2006-182

На правах рукописи  
УДК 539.12.01

**БЫСТРИЦКИЙ**  
Юрий Михайлович

**УЧЕТ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОПРАВОК  
ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ ПРИ АНАЛИЗЕ  
РАСПАДОВ ПИОНОВ И ПРОЦЕССОВ  
С УЧАСТИЕМ АДРОНОВ НА КОЛЛАЙДЕРАХ  
СРЕДНИХ ЭНЕРГИЙ**

Специальность: 01.04.02 — «Теоретическая физика»

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Дубна 2006

Работа выполнена в  
Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова  
Объединенного института ядерных исследований.

**Научные руководители:**

доктор физико-математических наук, профессор

Э.А. Кураев

**Официальные оппоненты:**

доктор физико-математических наук

А.Е. Дорохов (ЛТФ ОИЯИ)

доктор физико-математических наук

А.К. Лиходед (ИФВЭ, г. Протвино)

**Ведущая организация:**

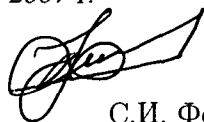
Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В. Скобельцына Московского государственного университета, г. Москва.

Защита диссертации состоится « 28 » февраля 2007 г. в 15<sup>00</sup>  
на заседании диссертационного совета К 720.001.01 при Лаборатории  
теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного инсти-  
тута ядерных исследований, г. Дубна Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Объединенного  
института ядерных исследований

Автореферат разослан « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2007 г.

Ученый секретарь диссертационного совета



С.И. Федотов

Уровень развития современной экспериментальной физики повышается стремительными темпами: улучшается точность измерения различных наблюдаемых величин, расширяется спектр возможных для наблюдения каналов реакций, становятся доступными все большие энергии и угловые и энергетические разрешения. В связи с этим возникает необходимость в более аккуратном и полном рассмотрении предсказаний существующих теоретических моделей и построении новых моделей, которые могут предсказывать явления, выходящие за рамки Стандартной Модели (СМ). Кроме этого, необходимость в более точном вычислении некоторых каналов реакций в рамках СМ вызвано тем, что они часто используются в качестве нормировочных процессов при рассмотрении более интересных каналов реакций, а также применяются для целей мониторинга и прецизионного измерения светимости на установках.

В частности исключительно важной становится задача учета поправок на дополнительное излучение не только в первом порядке теории возмущений (ТВ), но и в более высоких порядках. Однако вычисление так называемых радиационных поправок (РП) порядков выше первого связано со значительными трудностями, как технического, так и физического планов. Прежде всего с ростом порядка ТВ быстро возрастает число диаграмм Фейнмана, которые необходимо вычислять. Так же быстрый рост числа диаграмм может обуславливаться сложностью модели. Например, непосредственные вычисления в рамках Стандартной Модели требуют гораздо больших усилий, не-

жели оценка РП в рамках квантовой электродинамики (КЭД).

В настоящее время существует два основных способа решения этой трудности. Во-первых, можно значительно автоматизировать процесс генерирования и вычисления диаграмм Фейнмана [1, 2]. Во-вторых, можно разрабатывать приближенные методы вычисления РП, которые позволяют значительно упростить вычисления и получать оценки вкладов от РП путем аналитических вычислений. В данной работе мы придерживаемся второго способа.

Метод, который мы используем – метод структурных функций – возник в результате развития идей, основанных на гипотезе факторизации [3] и группе перенормировок, которые интенсивно развивались в последние десятилетия в связи с возникновением реалистической модели сильных взаимодействий – квантовой хромодинамики (КХД). Этот метод позволил проводить расчет процессов в рамках квантовой теории поля, выходящий за рамки ТВ. Аналогичный метод был разработан и в квантовой электродинамике (КЭД) и позволил значительно упростить оценку вкладов РП в большом количестве экспериментальных постановок.

Областью применимости метода являются экспериментальные ситуации, когда в процессе участвуют частицы, сильно различающиеся по массе, или же когда процесс происходит при энергии много большей, чем массы участвующих частиц. В этой ситуации основной вклад в РП дают слагаемые, усиленные «большими логарифмами»  $L$ . Тогда сечение представляется в

виде свертки универсальных структурных функций с сечением жесткого подпроцесса. Структурные функции сопоставляются заряженным частицам и представляют собой вероятность найти некоторую частицу (рассматриваемую как партон) в фоковском столбце волновой функции начальной частицы. Жесткий подпроцесс представляет процесс взаимодействия партонов выделенных из начальных частиц. Так например в процессе столкновения двух частиц ( $A$  и  $B$ ), где часть конечных частиц регистрируется (обозначены ниже как  $F$ ), а остальные остаются незарегистрированными (обозначены как  $X$ ), сечение рассеяния с учетом РП в рамках метода структурных функций записывается в виде:

$$\begin{aligned}
 d\sigma^{A+B \rightarrow F+X}(s, x_1, \dots, x_n) &= \\
 &= \sum_{a,b,\{f\}} \int_0^1 dz_1 dz_2 D_A^a(z_1, L) D_B^b(z_2, L) \times \\
 &\times d\sigma^{a+b \rightarrow f+X}(sz_1z_2, y_1, \dots, y_n) \times \\
 &\times \prod_{i=1}^n \int_{x_i}^1 \frac{dy_i}{y_i} D_{f_i}^{F_i} \left( \frac{x_i}{y_i}, L \right) \left( 1 + \frac{\alpha}{\pi} K \right), \quad (1)
 \end{aligned}$$

где  $x_1, \dots, x_n$  – доли энергий наблюдаемых частиц  $F_1, \dots, F_n$ . Функция  $D_A^a(z_1, L)$  ( $D_B^b(z_2, L)$ ) – структурная функция начальной заряженной частицы  $A$  ( $B$ ), определяющая вероятность обнаружения в ней партона  $a$  ( $b$ ) (фотона, лептона) с долей энергии  $z_1$  ( $z_2$ ) от энергии начальной частицы. Функции  $D_{f_i}^{F_i} \left( \frac{x_i}{y_i}, L \right)$  – функции фрагментации, определяющие вероятность найти в партоне  $f_i$  жесткого подпроцесса  $a + b \rightarrow f + X$  одну из конеч-

ных частиц  $F_i$ , детектируемую в инклюзивной постановке эксперимента. Структурные функции и совпадающие с ними функции фрагментации удовлетворяют некоторой системе интегро-дифференциальных уравнений [4, 5] – уравнений эволюции – определяющих их функциональную зависимость от доли энергии  $x$  и «схода» с массовой поверхности  $|q^2| \gg m^2$  в форме «большого» логарифма  $L = \ln(|q^2|/m^2)$ , где  $m$  – масса легкой заряженной частицы. Соответствующие уравнения эволюции были детально изучены в рамках КХД, где они называются уравнениями Альтарелли-Паризи-Липатова. В рамках КЭД они были исследованы в работах 70-80-х годов.

Аналогично можно написать выражение для ширины распада тяжелой частицы  $H$  с массой  $M \gg m$  с учетом РП в рамках метода структурных функций:

$$\begin{aligned}
 d\Gamma^{H \rightarrow F+X}(s, x_1, \dots, x_n) &= \\
 &= \sum_{\{f\}} \prod_{i=1}^n \int_{x_i}^1 \frac{dy_i}{y_i} D_{f_i}^{F_i} \left( \frac{x_i}{y_i}, L \right) \times \\
 &\times d\Gamma^{H \rightarrow f+X}(sz_1 z_2, y_1, \dots, y_n) \left( 1 + \frac{\alpha}{\pi} K \right), \quad (2)
 \end{aligned}$$

где «большой» логарифм уже имеет вид  $L = \ln(M^2/m^2)$ .

Структурные функции  $D(x, L)$  содержат вклады от всех порядков ТВ в лидирующем логарифмическом приближении (т.е. РП вида  $(\alpha/\pi)^n L^n$ ). Например, хорошо известная несинглетная структурная функция электрона  $D_e^-(x, L)$ , определяющая вероятность найти в электроне электрон с долей энергии  $x$ , имеет

ВИД:

$$D^{NS}(x, L) = D_{e^-}^{e^-}(x, L) = \delta(1-x) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \left( \frac{\alpha}{2\pi} L \right)^n P^{(n)}(x), \quad (3)$$

$$P^{(n)}(x) = \int_x^1 \frac{dy}{y} P^{(1)}(y) P^{(n-1)}\left(\frac{x}{y}\right), \quad (4)$$

$$P(x) = P^{(1)}(x) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \left[ \frac{1+x^2}{1-x} \Theta(1-x-\Delta) + \left( 2 \ln \Delta + \frac{3}{2} \right) \delta(1-x) \right], \quad (5)$$

где  $P(x)$  – ядро уравнения эволюции. Отдельные слагаемые в (5) можно интерпретировать как различные вклады в РП к сечению процесса с участием заряженной частицы с энергией  $E$ : первое слагаемое отвечает за излучение дополнительных жестких фотонов, а второе дает вклад от испускания виртуальных и мягких фотонов с энергией меньшей, чем  $\Delta = \Delta E/E$ . Отметим, что полученные в рамках этого подхода выражения не страдают от инфракрасных расходимостей, которые взаимно сокращаются в (5) при подстановке в (1) и (2). Так же, в связи с тем, что структурные функции обладают свойством

$$\int_0^1 dx D(x, L) = 1, \quad (6)$$

выражения (1) и (2) имеют правильную зависимость от массы легких частиц  $m$  и не содержат массовых сингулярностей при

$m \rightarrow 0$  после интегрирования по долям энергии соответствующей конечной частицы, что обеспечивает выполнение теоремы Киношиты-Ли-Науенберга [6, 7].

Таким образом метод структурных функций позволяет достаточно быстро вычислять вклады в РП от любого порядка ТВ, содержащие лидирующие «большие» логарифмы  $L$ . И следовательно точность теоретических расчетов с использованием этого метода определяется на уровне нелидирующих логарифмических поправок (т.е. РП вида  $(\alpha/\pi)^n L^{n-1}$ ) и степенных поправок, или вкладов «высших твистов» (т.е. РП вида  $(m^2/s)((\alpha/\pi)L)^n$ ). В случае, когда требуемый уровень точности обеспечивается учетом высших порядков ТВ, становится особенно важной оценка указанных выше нелидирующих вкладов, которые обычно учитываются в форме  $K$ -фактора в низшем (однопетлевом) порядке ТВ. Вычисление  $K$ -фактора уже необходимо проводить для каждого процесса независимо.

Основной целью данной диссертации является рассмотрение процессов, идущих на электрон-позитронных коллайдерах, интерес к которым в силу сказанного выше очень велик в последнее время, в рамках однопетлевого приближения с последующим обобщением полученных выражений на высшие порядки ТВ в лидирующем логарифмическом приближении (с использованием метода структурных функций) и выделением нелидирующих вкладов в виде  $K$ -факторов.

Научная новизна и практическая ценность. В работе вычислены радиационные поправки к ряду процессов во всех



порядках в лидирующем логарифмическом приближении, а также учтены нелидирующие вклады в первом порядке теории возмущений. Вычислены поправки к радиационному распаду заряженного пиона, в котором были найдены указания на возможное отклонение от предсказаний Стандартной Модели. Была сделана попытка объяснения этого отклонения за счет учета радиационных поправок электромагнитной природы. Результаты этих вычислений были использованы при обработке экспериментальных данных в коллаборации PIBETA (PSI, Швейцария).

Также было уделено внимание задаче вычисления адронной части аномального магнитного момента мюона  $(g - 2)_\mu$ , который является удобной лабораторией для поиска новой физики. Предложена новая формулировка этого вклада, позволяющая повысить точность вычисления его значения. Проведена ревизия радиационных поправок к ряду каналов  $e^+e^-$ -анигиляции, в том числе к процессу образования лептонных пар, пар мезонов с сопровождающим их тормозным излучением. Вычисления были проведены в однопетлевом приближении и полностью согласуются с опубликованными прежде результатами. Кроме того был получен явный вид структурной функции заряженного пиона.

Получены выражения для зарядово-нечетных асимметрий и односпиновых асимметрий в  $e\mu$ -рассеянии и в  $e^+e^-$ -аннигиляции в  $\mu^+\mu^-$ -пару. Также рассмотрены радиационные поправки к  $e\mu$ -рассеянию, включая вклады двухфотонного обмена. Проана-

лизировано влияние этих радиационных поправок на измеряемое на эксперименте отношение электромагнитных формфакторов протона в пространственноподобной области. Показано, что учет этих поправок вполне может объяснить наблюдаемое на опыте расхождение в этой величине, полученной в разных экспериментальных постановках.

**Апробация работы.** Результаты, представленные в данной диссертации, докладывались и обсуждались на научных семинарах Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований (г. Дубна) и Института ядерной физики им. Г. И. Будкера (г. Новосибирск), а также представлялись и докладывались на международной зимней школе ПИЯФ по физике ядра и частиц (Репино-2005, Репино-2006).

**Публикации.** По материалам диссертации опубликовано 6 работ в отечественных и зарубежных журналах.

**Объем и структура диссертации.** Диссертация состоит из трех глав, введения, заключения и восьми приложений, общим объемом 101 страниц, включая 3 таблицы, 34 рисунка и список цитированной литературы из 112 наименования.

**Во Введении** обсуждаются причины, по которым вычисление РП в высших порядках ТВ имеет большое значение для современной экспериментальной физики, кратко описывается используемый метод вычисления РП в данной работе и приводится краткое содержание диссертации.

**В первой главе** рассматриваются процессы распада пио-

нов (нейтрального и заряженного). Распады нейтральных пионов  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$  и  $\pi^0 \rightarrow 4\gamma$  (как возможный фон к запрещенному распаду  $\pi^0 \rightarrow 3\gamma$ ) рассмотрены в рамках кварковой модели с конституэнтным кварком в петле. Используя разложение амплитуды процесса по отношению  $M/m_q$  ( $M$  – масса пиона,  $m_q$  – масса конституэнтного кварка) вплоть до четвертого порядка, было получено качественное и количественное согласие с расчетами, выполненными в других подходах (в частности в рамках модели векторной доминантности с использованием гипотезы о частичном сохранении аксиально-векторного тока (ЧСАТ)). Распад заряженного пиона  $\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \gamma$  рассмотрен в связи с возможным проявлением в нем тензорных взаимодействий. С этой целью были рассмотрены РП в лидирующем логарифмическом приближении и было показано, что они согласуются с представлением ширины распада пиона в факторизованной форме (2) и следовательно полученный результат можно обобщить на все порядки ТВ в лидирующем логарифмическом приближении используя структурную функцию электрона. Также был получен явный вид вкладов РП не содержащих большие логарифмы в первом порядке ТВ, т.е. был получен явный вид  $K$ -фактора.

Во второй главе рассматривается проблема учета адронного вклада в аномальный магнитный момент мюона  $(g - 2)_\mu$ . Поскольку этот вклад (большой сам по себе) вносит значительную неопределенность в полную величину аномального магнитного момента в настоящее время, требуется особенно акку-

ратное рассмотрение всех ингредиентов процедуры его учета. В диссертации предложена модификация способа учета адронного вклада, исходящая из принятого на опыте соглашения о включении событий с лептонными и адронными вакуумными возбуждениями в промежуточном виртуальном фотоне в сечение образования адронов в процессе  $e^+e^-$ -аннигиляции. В результате искомый вклад в  $(g - 2)_\mu$  записывается в форме свертки сечения образования адронов в процессе  $e^+e^-$ -аннигиляции с некоторым ядром электромагнитной природы. Этот новый вид ядра, предложенный в диссертации, позволяет значительно упростить процедуру учета адронных вкладов, увеличивая при этом точность. Рассмотрены также несколько каналов  $e^+e^-$ -аннигиляции, дающих существенный вклад в адронную часть  $(g - 2)_\mu$  – а именно  $e^+e^-$ -аннигиляция с образованием двух и трех пионов с учетом РП в первом порядке ТВ. Также были рассмотрены процессы  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-(\gamma)$  с РП в первом порядке ТВ, которые необходимы для корректного учета адронного вклада в  $(g - 2)_\mu$ , а также могут быть полезны для целей калибровки  $e^+e^-$ -коллайдеров. Также было показано, что полученные в этой главе выражения для РП согласуются с результатами, которые можно было бы получить с использованием метода структурных функций. Это позволило обобщить полученный результат для РП на все порядки ТВ с большими логарифмами. Также это позволило получить выражение для структурной функции заряженного пиона.

В третьей главе рассматриваются РП к упругому  $e - \mu$

и  $e - p$  рассеянию. Получены сечения указанных процессов в зарядово-нечетной постановке эксперимента. Основной вклад в них дают РП с обменом двумя виртуальными фотонами – диаграммы типа «ящик». Эффективно это приводит к тому, что борновское сечение можно параметризовать тремя лоренц-инвариантными функциями (вместо двух, в случае без РП). Приведен явный вид вкладов РП во все три функции. Также рассмотрены указанные процессы с участием поляризованной мюонной (протонной) мишени и получено явное аналитическое выражение для односпиновой асимметрии. Показана инфракрасная стабильность полученных выражений. Отдельно изучена задача влияния РП на измерение электромагнитных формфакторов протона в пространственно-подобной области в процессе  $e - p$  рассеяния. Качественно показано, что учет радиационных поправок на излучение дополнительного фотона из начального электрона способен решить существующую в настоящее время проблему с разными величинами формфакторов, извлекаемых в разных экспериментальных постановках. Лидирующие вклады в РП к данному процессу вычислялись в рамках метода структурных функций.

В Приложениях приведены некоторые детали вычисления упрощенных выражений для РП для случая распада заряженного пиона, список петлевых интегралов, использовавшийся при вычислении РП в главе 1 и 3, а также показана процедура оценки интеграла для диаграммы типа «ящик», использовавшаяся в главе 3.

## На защиту выдвигаются следующие результаты:

1. Проведена ревизия прежних вычислений вклада адронного механизма в распаде  $\pi^0 \rightarrow 4\gamma$ . Также сделана оценка в рамках кварковой модели и получено качественное и количественное согласие с предыдущими работами. Сделан ряд указаний на возможные ошибки в нескольких прежних работах по рассмотрению этой моды распада.
2. Вычислены электромагнитные поправки к радиационному распаду заряженного пиона  $\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \gamma$  в первом порядке теории возмущений. Проведено обобщение полученных выражений на все порядки теории возмущений в лидирующем логарифмическом приближении с использованием формализма структурных функций. Результаты вычислений были использованы при анализе данных, полученных на эксперименте в коллаборации PIBETA (PSI, Швейцария).
3. Предложена модифицированная формулировка адронного вклада в аномальный магнитный момент мюона  $(g-2)_\mu$ , позволяющая упростить процедуру вычисления данного вклада на опыте и избавиться от одного из источников систематической ошибки.
4. Рассмотрены электромагнитные поправки в первом порядке теории возмущений к ряду каналов  $e^+e^-$ -аннигиляции, используемые при экспериментальной оценке адронного вклада в аномальный магнитный момент мюона

$(g - 2)_\mu$ , а именно  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-(\gamma), \pi^+\pi^-(\gamma), \pi^+\pi^-\pi^0(\gamma)$ . Показано, что полученные выражения согласуются с предсказаниями формализма структурных функций и могут быть записаны в виде, согласующимся с гипотезой факторизации.

5. Получено явное выражение для структурной функции заряженного пиона, что важно в задаче описания процессов рождения с большой множественностью.
6. Рассмотрены радиационные поправки двухфотонного обмена к упругому  $e - \mu$  рассеянию и его кросс-канальному процессу ( $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-, \tau^+\tau^-$ ), которые имеют ключевое значение для измерения зарядово-нечетных асимметрий и односпиновых корреляций в данных процессах. Данные результаты представляют интерес ввиду готовящихся к вводу в строй  $C - \tau$  фабрик.
7. Рассмотрены радиационные поправки к упругому  $e - p$  рассеянию как в постановке с неполяризованными частицами, так и в постановке с передачей поляризации от начального электрона конечному протону отдачи. Рассмотрены поправки на излучение дополнительных мягких и жестких фотонов из начального электрона с помощью метода структурных функций, также оценены поправки на двухфотонный обмен. Проведен анализ влияния указанных поправок на измеряемое на эксперименте отношение пространственноподобных электромагнитных формфакто-

ров протона  $G_E/G_M$ .

### Список публикаций:

1. E. A. Kuraev, Y. M. Bystritsky, E. V. Velicheva, Phys. Rev. D **69**, 114004 (2004) [arXiv:hep-ph/0310275].
2. E. A. Kuraev, V. V. Bytev and Y. M. Bystritsky, Phys. Rev. D **73**, 054021 (2006) [arXiv:hep-ph/0311086].
3. Y. M. Bystritskiy, E. A. Kuraev, G. V. Fedotov and F. V. Ignatov, Phys. Rev. D **72**, 114019 (2005) [arXiv:hep-ph/0505236].
4. S. Bakmaev, Y. M. Bystritskiy and E. A. Kuraev, Phys. Rev. D **73**, 034010 (2006) [arXiv:hep-ph/0507219].
5. Ю. М. Быстрицкий, Э. А. Кураев, А. В. Богдан, Ф. В. Игнатов, Г. В. Федотович, Письма в ЖЭТФ, 83 (2006) 57-59.
6. Э. А. Кураев, Ю. М. Быстрицкий, Письма в ЖЭТФ, 83 (2006) 510-512.

### Список литературы

- [1] A. Pukhov *et al.*, "CompHEP: A package for evaluation of Feynman diagrams and integration over arXiv:hep-ph/9908288.
- [2] A. Andonov *et al.*, arXiv:hep-ph/0411186.



- [3] J. C. Collins, D. E. Soper and G. Sterman, Phys. Lett. B **134**, 263 (1984).
- [4] L. N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. **20**, 94 (1975) [Yad. Fiz. **20**, 181 (1974)].
- [5] G. Altarelli and G. Parisi, Nucl. Phys. B **126**, 298 (1977).
- [6] T. Kinoshita, J. Math. Phys. **3**, 650 (1962).
- [7] T. D. Lee and M. Nauenberg, Phys. Rev. **133**, B1549 (1964).

Получено 26 декабря 2006 г.

Отпечатано методом прямого репродуцирования  
с оригинала, предоставленного автором.

Подписано в печать 27.12.2006.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 0,93. Уч.-изд. л. 0,88. Тираж 100 экз. Заказ № 55613.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: [publish@jinr.ru](mailto:publish@jinr.ru)

[www.jinr.ru/publish/](http://www.jinr.ru/publish/)