

САМОСОГЛАСОВАННЫЙ РАСЧЕТ ЗАРЯДОВЫХ РАДИУСОВ В ДЛИННОЙ ИЗОТОПИЧЕСКОЙ ЦЕПОЧКЕ $^{58-82}\text{Cu}$

© 2020 г. И. Н. Борзов^{1),2)*}, С. В. Толоконников^{1),3)}

Поступила в редакцию 14.05.2020 г.; после доработки 08.06.2020 г.; принята к публикации 08.06.2020 г.

Проведены расчеты зарядовых радиусов в длинной изотопической цепочке меди, содержащей нечетные ядра $^{58,79}\text{Cu}$, вблизи экзотических дважды магических ядер $^{58,78}\text{Ni}$ и ядер с магическими подболочками $N = 32, 34, 40$. Используются самосогласованная теория конечных ферми-систем и семейство энергетических функционалов плотности, предложенных Фаянсом и др. (DF3, DF3-a...). Проведено сравнение с экспериментом и расчетами в самосогласованных моделях, использующих новые версии функционала Фаянса, с параметрами, полученными с помощью расширенного оптимизационного протокола: Fy(std) и Fy(HFB, ∇r), а также с ab-initio расчетами в ренорм-групповой модели и с расчетом с зависящим от плотности спин-орбитальным взаимодействием, полученным на основе $3N$ -взаимодействия. Проанализированы возможные механизмы обнаруженного в экспериментах ISOLDE-CERN ослабления четно-нечетного “дрожания радиусов” при приближении к замкнутой нейтронной оболочке $N = 50$. Показана корреляция изотопических зависимостей зарядовых радиусов и полных энергий бета-распада.

DOI: 10.31857/S0044002720060100

1. ВВЕДЕНИЕ

Ускорители радиоактивных ионов — “фабрики редких изотопов” (FRIB), использующие вторичные пучки продуктов деления, открыли новые перспективы синтеза короткоживущих нуклидов, сильно обогащенных нейтронами [1]. В современных проектах ускорения ионов мощными лазерными импульсами с пиковой мощностью экзаваттного уровня $((1-2)10^{17}$ Вт) ионные пучки будут иметь плотности, на порядки превышающие доступные на классических ускорителях, что позволит синтезировать тяжелые ядра с нейтронными избытками, близкими к экстремальным [2]. Тем не менее значительная часть экзотических тяжелых и сверхтяжелых ядер недоступна в земных условиях. Для теоретического анализа свойств экзотических нейтронно-избыточных систем и получения ядерных данных около 2000 экспериментально неизвестных ядер, позволяющих моделировать процесс быстрого астрофизического нуклеосинтеза (γ -процесс), необходимо развитие

самосогласованных подходов. Подход в теории структуры атомного ядра, основанный на методе энергетического функционала плотности, применим в широкой области ядерной карты. Изучение характеристик основных состояний экзотических ядер дает уникальную возможность установления ограничений на структуру и параметры нормальной и спаривательной компонент ядерного функционала плотности.

Особая роль принадлежит зарядовым ядерным радиусам, содержащим информацию о мезоскопической природе атомных ядер. Глобальные закономерности изменения размеров ядер (их протонного, нейтронного, массового или зарядового радиусов) с ростом массового числа описываются простой жидкокапельной формулой $R = r_0 A^{1/3}$, следующей из макроскопического подхода. Однако экспериментально наблюдается другая, более слабая A -зависимость, приводящая к “отрицательному” (по сравнению с жидкокапельным) изотопическому сдвигу радиусов. Более того, наблюдаются заметные локальные флуктуации зарядовых радиусов. Это специфически квантовое явление, отражающее эволюцию оболочечной структуры ядер. Наиболее яркие примеры нерегулярностей изотопической зависимости зарядовых радиусов — локальные минимумы (или максимумы) при пересечении замкнутых оболочек и четно-нечетное “дрожание” радиусов (odd-even staggering или OES-эффект) [3].

¹⁾Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия.

²⁾Лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова, Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

³⁾Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Россия.

*E-mail: Borzov_IN@nrcki.ru

В последнее время количество информации о зарядовых радиусах ядер резко возросло благодаря развитию высокочувствительного метода — коллинеарной резонансной ионизационной спектроскопии (CRIS) [4]. Новые данные об их изотопической зависимости, полученные в ISOLDE-CERN, позволяют проверить предсказания микроскопических самосогласованных моделей для сильно нейтронно-избыточных изотопов. В изотопах Ca при заполнении орбиталей вблизи новой магической нейтронной подоболочки $N = 32$ обнаружен аномальный рост зарядовых радиусов, например в ^{52}Ca (относительно ^{48}Ca) $\delta\langle r_{\text{ch}}^2 \rangle(48, 52) = 0.530(5)$ фм² [5]. Аналогичная тенденция роста $\langle r_{\text{ch}}^2 \rangle$ при $N > 28$ обнаружена в изотопических цепочках K [6], Sr [7] и [8]. Измерения в изотопах Sn показали, что изотопическая зависимость их зарядовых радиусов при $N > 82$ отлична от экстраполированной на основе плавного роста радиусов, наблюдаемого при заполнении нейтронной оболочки $N = 82$. Зарядовый среднеквадратичный радиус тяжелого нестабильного изотопа олова ^{134}Sn (относительно ^{124}Sn) более чем на 70% превышает радиус дважды магического ^{132}Sn [9]. Наблюдается излом в $\langle r_{\text{ch}}^2 \rangle(N)$ при пересечении оболочки $N = 82$, аналогичный известному “kink”-эффекту, найденному для оболочки $N = 126$ в ядре ^{208}Pb [10].

Систематические исследования OES-эффекта в области от $Z = 20$ до $Z = 26$ указывают на его подавление в изотопах Fe [11], соответствующее увеличению силы нейтрон-протонного взаимодействия. Особенности проявления OES-эффекта изучались также для тяжелых изотопов Cd [12] и легких нейтронно-дефицитных изотопов Ca [13].

Объяснение изотопических нерегулярностей зарядовых радиусов — чувствительный тест для самосогласованных моделей структуры атомного ядра, основанных на теории энергетического функционала плотности. Излом в N -зависимости зарядовых радиусов объясняется, в основном, плотностной зависимостью спин-орбитального взаимодействия. Другим важным фактором является сильное нейтрон-протонное притяжение, приводящее в самосогласованном подходе к взаимосвязи нейтронного и протонного радиусов. В результате, при заполнении нейтронных орбиталей сверх главной оболочки, особенно тех, которые имеют большую пространственную протяженность, увеличивается и протонный радиус (уменьшается энергия симметрии). Роль последовательно релятивистского описания спин-орбитального взаимодействия была продемонстрирована в [10]. Масштаб изотопических нерегулярностей радиусов зависит от (Z, N) ядра и меняется для различных сочетаний замкнутых оболочек в соответствии

с величинами их относительного энергетического сдвига.

Эффект четно-нечетного “дрожания” зарядовых радиусов был впервые последовательно объяснен в рамках самосогласованной теории конечных ферми-систем (ТКФС), использующей формализм теории энергетического функционала плотности (ЭФП). В этом подходе, использующем семейство ЭФП, развитом Фаянсом и др. [14–21], результирующие эффективные NN -силы не зависят от энергии, но зависимость ЭФП от ядерной плотности ρ более сложна, чем в известных функционалах Скирма [22, 23]. Поверхностные и спаривательные компоненты в версиях ЭФП Фаянса DF3, FaNDF0 зависят от градиента ядерной плотности, эффективно учитывающего связь с фоннными возбуждениями, что позволило впервые объяснить OES-эффект [16, 17].

Тонкая калибровка ЭФП Фаянса была проведена с учетом систематики Х. Граве и др. [24], содержащей 105 экспериментальных (из них несколько оцененных) одночастичных энергий и 65 спин-орбитальных расщеплений (включая данные по “новым” дважды магическим ядрам ^{78}Ni , $^{100,132}\text{Sn}$). Соответствующий ЭФП Фаянса DF3-a [19] позволил описать $\langle r_{\text{ch}}^2 \rangle$ для ряда изотопических цепочек с точностью 0.01–0.02 фм [20, 21], превосходящей точность современных версий ЭФП Скирма [22, 23].

В рамках самосогласованной ТКФС учитываются также локальные флуктуации зарядовых радиусов, связанные с вкладом квазичастично-фоннного взаимодействия. Явный учет фонно-фоннных корреляций [25] одновременно снимает известную проблему “обратной параболы” зарядовых радиусов Ca (их равенство для изотопов с $N = 20$ и 28) и проблему аномального роста радиусов при $N > 28$ с формированием “нейтронной шубы” (разности среднеквадратичных радиусов протонных и нейтронных распределений плотности). Эти изотопические аномалии зарядовых радиусов ранее не удавалось описать с помощью функционалов Скирма. Отметим, что недавно обнаруженный излом в изотопической зависимости $\langle r_{\text{ch}}^2 \rangle$ при пересечении оболочки $N = 82$ в изотопах Sn отлично описывается с функционалами Фаянса [9, 21].

В настоящее время к функционалу Фаянса привлечено значительное внимание. Зависимость от нормальной плотности этого ЭФП более сложная, чем у ЭФП Скирма, а спаривательная часть содержит зависимость от нуклонной плотности и от ее градиента. Нестандартный анзац обуславливает более высокую точность описания свойств

основных состояний ядер и согласуется с равновесной ядерной плотностью, что позволяет объяснить тонкие особенности OES-эффекта в энергиях связи и зарядовых радиусах широкого круга ядер. Для анализа новых экспериментов ISOLDE-CERN использовались самосогласованные модели с новыми версиями функционала Фаянса $F_y(\text{std})$ и $F_y(\text{HFB}, \nabla r)$, параметры которых получены с помощью расширенного оптимизационного протокола [11–13, 26].

Радиусы распределений материи и заряда для цепочек изотопов (изотонов) с магическими $N(Z)$ рассматривались также с полумикроскопическим, зависящим от плотности спин-орбитальным взаимодействием, полученным из свойств $3N$ -взаимодействия в модели [27]. Расчеты нацелены, в основном, на определение степени магичности ядра по изотопическому поведению зарядовых радиусов. Показано, что форма “излома” в $R_{\text{ch}}(N)$ (положительный излом — “kink” или отрицательный — anti-“kink”) связана с последовательностью заполнения спин-орбитальных партнеров $j \pm 1/2$. В такой модели также удается описать “kink”-эффекты при пересечении магических оболочек.

Для расчета зарядовых радиусов использовался и ab-initio подход ренорм-группы [28]. В рамках этой модели rms-радиусы недооцениваются для взаимодействия EM1.8/2.0 и переоцениваются для взаимодействия PWA, так как они не воспроизводят значение ядерной равновесной плотности ρ_0 .

В настоящей работе проведены самосогласованные расчеты зарядовых радиусов в изотопах Cu с использованием энергетического функционала плотности DF3-a [19]. Последовательно самосогласованное описание основных состояний полумагических ядер с нечетным Z представляет сложную задачу, требующую введения ограничений на времени-нечетные компоненты нуклонной плотности [29], тогда как часто используемое приближение “усредненного заполнения” не дает их точного описания [30]. Характеристики основных состояний изотопической цепочки Cu вызывают особый интерес в связи с наличием в ней экзотических слабосвязанных ядер ^{58}Cu и ^{79}Cu , содержащих непарный нуклон сверх магической оболочки. В недавних экспериментах [31] измерены зарядовые радиусы изотопов Cu вблизи замкнутых оболочек $N = 32, 34, 40$. Цель работы — исследовать причины обнаруженного в экспериментах ISOLDE-CERN [32] ослабления четно-нечетного “дрожания радиусов” изотопов Cu, приближающихся к полумагическому ядру ^{79}Cu . Представляет также интерес наличие корреляций изотопической зависимости зарядовых радиусов, энергий связи и полных энергий бета-распада в длинной цепочке изотопов Cu.

2. ЗАРЯДОВАЯ ПЛОТНОСТЬ И СРЕДНЕКВАДРАТИЧНЫЙ РАДИУС ЯДРА

Среднеквадратичный (mean-square) зарядовый радиус атомного ядра определяется через зарядовую плотность $\rho_{\text{ch}}(\mathbf{r})$. Прецизионные измерения сечений упругого рассеяния электронов с энергиями $E_e \approx 500$ МэВ позволили безмодельным образом извлечь зарядовые плотности ядер и создать систематику зарядовых радиусов [33]:

$$\langle r_{\text{ch}}^2 \rangle = \frac{1}{Z} \int r^2 \rho_{\text{ch}}(\mathbf{r}) d^3r. \quad (1)$$

Изотопические разности среднеквадратичных радиусов (differential mean-square) rms-радиусы $\delta \langle r_{\text{ch}}^2(A, A') \rangle$ непосредственно связаны с наблюдаемыми величинами — изотопическими смещениями сверхтонкой структуры энергий атомных уровней.

Распределение плотности заряда ядра $\rho_{\text{ch}}(\mathbf{r})$ характеризуется радиальными моментами [34]:

$$R_n = (\langle r^n \rangle)^{1/n} = \left(\frac{\int r^n \rho_{\text{ch}}(\mathbf{r}) d^3r}{\int \rho_{\text{ch}}(\mathbf{r}) d^3r} \right)^{1/n}. \quad (2)$$

Обычно используется так называемый rms-радиус (root-mean-square) $R_{\text{ch}} = \sqrt{\langle r_{\text{ch}}^2 \rangle}$. Точность современных измерений изотопических сдвигов достигает диапазона нескольких герц и уже позволяет анализировать информацию, содержащуюся в моментах более высокого порядка [35].

В полностью самосогласованном структурно-ядерном подходе рассчитываются нуклонные плотности в приближении точечных нуклонов:

$$\rho_{\tau}(\mathbf{r}) = \sum_{jls} n_{\lambda}^{\tau} \phi_{\lambda}^{\tau}(\mathbf{r}). \quad (3)$$

Здесь ϕ_{λ}^{τ} — одноквартичные волновые функции нуклонов в сферическом самосогласованном одночастичном потенциале, где $\lambda = j, l = j \pm 1/2$, s — стандартный набор квантовых чисел, $\tau = p, n$; n_{λ}^{τ} — числа заполнения нуклонных орбиталей, найденные в самосогласованном поле спаривания. Оценка показывает, что величина тонкого расщепления в нечетно-нечетных изотопах меди составляет ± 50 кэВ, что оправдывает усреднение по спиновым компонентам в (3). Нормировка плотностей на полное число нейтронов — N (протонов — Z).

Прецизионное описание модельно независимых зарядовых плотностей, извлекаемых из сечений упругого рассеяния электронов с $E_e = 500$ МэВ на ядрах с заполненными главными оболочками [34], показало, что в точечные плотности ρ_{τ} следует

добавить релятивистские и спин-орбитальные поправки [36, 37], а распределение заряда нуклонов можно достаточно точно учесть формфакторами $F_{E\tau}$, описывающими эффекты пространственной конечности нуклонов и их электромагнитную структуру [38]:

$$\rho_{\text{ch}}(\mathbf{r}) = \sum_{\tau} \int \rho_{\tau}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') F_{E\tau}(\mathbf{r}') d^3 r', \quad (4)$$

здесь протонный и нейтронный формфакторы (4) параметризуются в дипольном приближении из условия описания зарядовых радиусов протона и нейтрона: $\langle r_p^2 \rangle = 0.7080(32) \text{ фм}^2$ [39] и $\langle r_n^2 \rangle = -0.117(4) \text{ фм}^2$ [40].

В результате среднеквадратичный зарядовый радиус ядра приобретает вид [34]

$$\langle r_{\text{ch}}^2 \rangle = \langle r_p^2 \rangle + \langle \delta r_{\text{ch}}^2 \rangle_p + N/Z \langle \delta r_{\text{ch}}^2 \rangle_n + \langle r_{s-o}^2 \rangle + \langle r_{\text{cm}}^2 \rangle, \quad (5)$$

где $\langle r_p^2 \rangle$ — среднеквадратичный протонный радиус, отвечающий точечной плотности (3), а поправки к нему упомянуты выше.

Полностью самосогласованные расчеты радиусов ядер основаны на обобщенном энергетическом функционале плотности, зависящем от нормальной ρ и аномальной плотностей ν :

$$E[\rho, \nu] = \int \mathcal{E}(\rho(\mathbf{r}), \nu(\mathbf{r})) d^3 r.$$

Гамильтониан среднего поля $h(1, 2)$ и потенциал спаривания $\Delta(\mathbf{r})$ находятся как вариации ЭФП по ρ и ν :

$$h(1, 2) = \frac{\delta \mathcal{E}}{\delta \rho(2, 1)},$$

$$\Delta(\mathbf{r}) = \frac{\delta \mathcal{E}}{\delta \nu(\mathbf{r})},$$

где $1 = (\mathbf{r}_1, \sigma_1)$, $2 = (\mathbf{r}_2, \sigma_2)$ — пространственные и спиновые координаты. Итерационная HF + BCS-процедура в самосогласованной ТКФС позволяет определить основное состояние ядра, отвечающее условию минимума энергии, волновые функции и числа заполнения, необходимые для расчетов плотностей и радиусов связи.

В качестве критерия точности самосогласованного расчета ядерных радиусов в ТКФС используется, во-первых, описание модельно-независимых зарядовых плотностей, извлекаемых из сечений упругого рассеяния электронов с $E_e = 500 \text{ МэВ}$ [34].

Во-вторых, согласно с общими представлениями теории многих тел, в самосогласованной ТКФС зависимость массового оператора от импульса (скоростные силы) и от энергии учитывается на

равноправной основе, что приводит к эффективно-сокращению этих вкладов в эффективной массе. В результате она практически совпадает с массой нуклона $m^* = m_N$. Поэтому самосогласованная ТКФС, использующая формализм ЭФП, является вариантом метода энергетического функционала Кона—Шема. В таком подходе правомерен также критерий точности описания плотности одночастичных состояний вблизи поверхности Ферми и детального сравнения их энергий с экспериментальными.

В настоящей работе используется ЭФП DF3-а [15, 18]. Подробное описание различных версий ЭФП Фаянса можно найти в [15, 21]. Остановимся лишь на основных деталях, необходимых для дальнейшего обсуждения. В отличие от известных ЭФП Скирма [22, 23], зависимость от ядерной плотности ρ для ЭФП Фаянса более сложная. Для объемной и поверхностной частей ЭФП эта зависимость симулируется дробно-линейным Паде-приближением [17] — в схематической форме имеем

$$\epsilon(\rho) = (1 + h_1 \rho^\alpha) / (1 + h_2 \rho^\sigma),$$

где h_1 , h_2 , α , σ — параметры. При $h_2 = 0$ зависимость функционала от ρ более “жесткая”, как у ЭФП Скирма.

Плотность энергии спаривания ϵ_{pair} имеет вид

$$\epsilon_{\text{pair}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \sum_{\tau=n,p} \mathcal{F}^{\xi,\tau}(\rho_+(\mathbf{r})) |\nu_{\tau}(\mathbf{r})|^2,$$

где $\rho_+ = \rho_n + \rho_p$. При учете вклада в энергию взаимодействия многочастичных сил и корреляций амплитуда $\mathcal{F}^{\xi,\tau}$ зависит от нормальной плотности $x_+ = \rho_+ / 2\rho_0$, где ρ_0 — равновесная ядерная плотность:

$$\mathcal{F}^{\xi,\tau} = \mathcal{F}^{p,p} = \mathcal{F}^{n,n} = C_0 f^{\xi}(x_+).$$

В наших расчетах основные состояния ядер описываются функционалом DF3-а. Учтены плотностные и зависящие от градиента плотности компоненты спаривания; параметризация f^{ξ} имеет вид

$$f^{\xi}(x_+(\mathbf{r})) = f_{\text{ex}}^{\xi} + h^{\xi}(x_+)^q(\mathbf{r}) + f^S r_0^2 (\nabla x_+(\mathbf{r}))^2,$$

где f_{ex}^{ξ} — силовая константа нуклонного спаривания вне ядра.

Параметры функционала спаривания выбирались из оптимального описания энергий отделения нейтрона S_n и S_{2n} (рис. 1а, б). Согласие с экспериментом по S_n в изотопах Си на уровне $\approx 100\text{--}200 \text{ кэВ}$ (рис. 1а) (за исключением $^{66,68}\text{Si}$, где отклонения ≈ 600 и 700 кэВ), а для S_{2n} — на уровне $\approx 100\text{--}200 \text{ кэВ}$ (рис. 1б) (за исключением $^{65\text{--}68}\text{Si}$, где отклонения до $\approx 1300 \text{ кэВ}$). Использовалась аппроксимация $f_{\xi}^{pp} = f_{\xi}^{nn} = f_{\xi}^{np} = f_{\xi}^{\xi}$. Для

области изотопов Cu значение силового параметра $f^S = 0.28$. Нормировка $C_0 = 300$ МэВ фм³, а параметр обрезания равен 40 МэВ [19]. Для изучения чувствительности радиусов к силовому параметру градиентного спаривания он варьировался в пределах $f^S = 0.0-2.0$.

На рис. 1б приведены рассчитанные значения энергий отделения двух нейтронов S_{2n} . Корреляция между $\langle r_{\text{ch}}^2 \rangle$ и величиной S_{2n} обсуждалась в работе [18], а между $\langle r_{\text{ch}}^2 \rangle$ и вероятностями запаздывающей эмиссии двух нейтронов P_{2n} — в работе [42]. На рис. 1в также приведены значения полных энергий бета-распада Q_β , полученные с найденной параметризацией функционала спаривательной компоненты функционала.

В уравнениях ТКФС точно учтен эффект поляризации, вызывающий деформацию кора нечетным протоном (и/или нейтроном). Для простой оценки влияния деформации можно также использовать подход Бора–Моттельсона, в котором увеличение радиуса при деформации ядра описывается формулой

$$\langle r^2 \rangle = \langle r_{\text{sph}}^2 \rangle \left(1 + 5/4\pi \sum_0^\infty \beta_i^2 \right), \quad (6)$$

здесь β_i — параметры деформации i -порядка, а $\langle r_s^2 \rangle$ — среднеквадратичный радиус сферического ядра того же объема.

В работе [43], в которой для оценки вклада деформации в четных по N изотопах использовались данные по спектроскопическим квадрупольным моментам, было показано, что спад экспериментальных радиусов в области подболочки $N = 40$ не объясняется одним лишь влиянием деформации, конкурирующие вклады спаривания и многочастичных корреляций делают спад не столь резким. В ТКФС возможно учесть флуктуирующий (A -зависимый) вклад в нуклонные плотности, связанный со взаимодействием квазичастиц с фононами (низкоэнергетическими колебаниями ядра). Увеличение радиуса за счет вклада квазичастично-фононного взаимодействия, во-первых, эффективно включено в поверхностной части функционала [25]. Во-вторых, градиентный член в эффективном спаривательном взаимодействии, абсолютно необходимый для описания дрожания радиусов, также обусловлен взаимодействием с фононами.

Отметим в заключение, что оптимизационный протокол для ЭФП Фаянса включает, наряду с массами и одночастичными энергиями, также зарядовые радиусы “эталонных” ядер [17, 19]. Такой подход применялся и в работах Ю и Булгака [44], эксплуатирующих оригинальный ЭФП

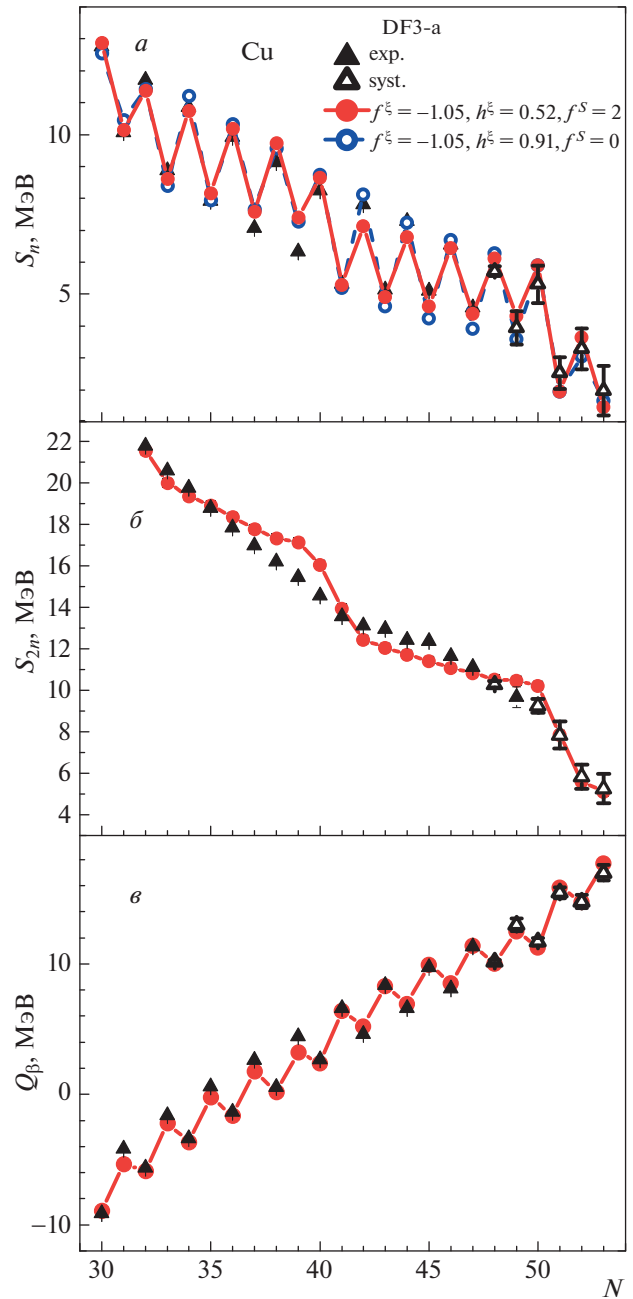


Рис. 1. *a* — Рассчитанные с DF3-а энергии отделения нейтрона для изотопов Cu (в зависимости от числа нейтронов) в сравнении с экспериментальными [41]; *б* — рассчитанные с DF3-а энергии отделения двух нейтронов для изотопов Cu (в зависимости от числа нейтронов) в сравнении с экспериментальными [41]; *в* — рассчитанные с DF3-а полные энергии бета-распада — Q_β (в зависимости от числа нейтронов) в сравнении с экспериментальными [41].

Фаянса FaNDF0. В последнее время аналогичный подход применяется в работах [26, 32], активно развивающих версию ЭФП Фаянса Fy(HFB, ∇r).

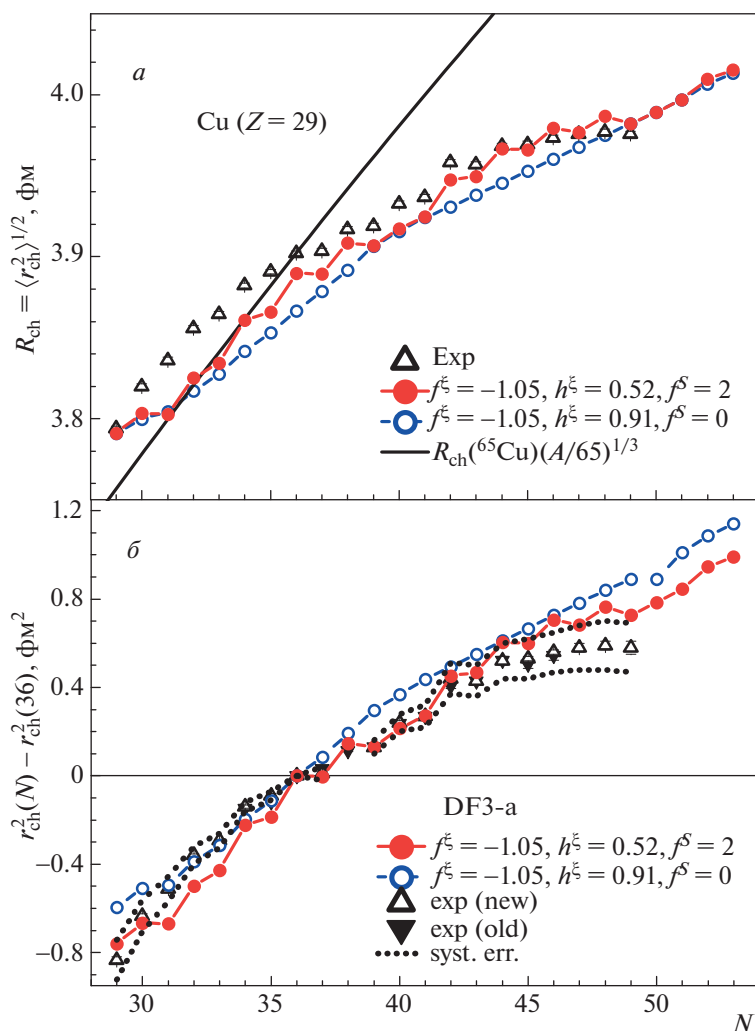


Рис. 2. *a* — Рассчитанные с DF3-a и экспериментальные среднеквадратичные зарядовые радиусы для изотопов Cu [31, 32] в зависимости от числа нейтронов; *б* — рассчитанные с DF3-a и экспериментальные дифференциальные (относительно $N = 66$) средние квадраты зарядовых радиусов для изотопов Cu [31, 32] в зависимости от числа нейтронов. Точки соответствуют диапазону систематической погрешности эксперимента.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Изотопическая цепочка Cu с $Z = 29$ находится в самой нейтронно-избыточной области ядерной карты вблизи дважды магического ^{78}Ni и включает экзотические ядра с магическими нейтронными оболочками ^{58}Cu и ^{79}Cu и магическими подоболочками $N = 32, 34, 40$. В изотопах Cu имеется нечетный протон сверх полностью заполненной оболочки $\pi f_{7/2}$. Исследования зарядовых радиусов в таких системах могут дать дополнительные детали для понимания протон-нейтронного и спаривательного взаимодействий.

3.1. Изотопическая зависимость gms-радиусов R_{ch}

Изотопическая зависимость gms-радиусов R_{ch} представлена на рис. 2а, где показаны результаты

наших расчетов в сравнении с экспериментальными данными из работы [31] для $^{58-62,67}\text{Cu}$ и новыми экспериментальными данными из работы [32] для $^{63-78}\text{Cu}$. Можно заключить, что в расчете без градиентного спаривания OES-эффект практически отсутствует. Расчеты с градиентным спариванием $f^s = 1.0-2.0$ качественно отражают основные тенденции изменения экспериментальных gms-радиусов до области главной нейтронной оболочки $N = 49-51$. Воспроизводятся основные свойства экспериментальной изотопической зависимости — более выраженный рост радиусов для изотопов с малым избытком нейтронов вплоть до $N = 32-34$ и его замедление для “межоболочечной” области $N = 36-42$. Наши расчеты предсказывают заметный “kink”-эффект при пересечении главной нейтронной оболочки $N = 50$ и существенное сгла-

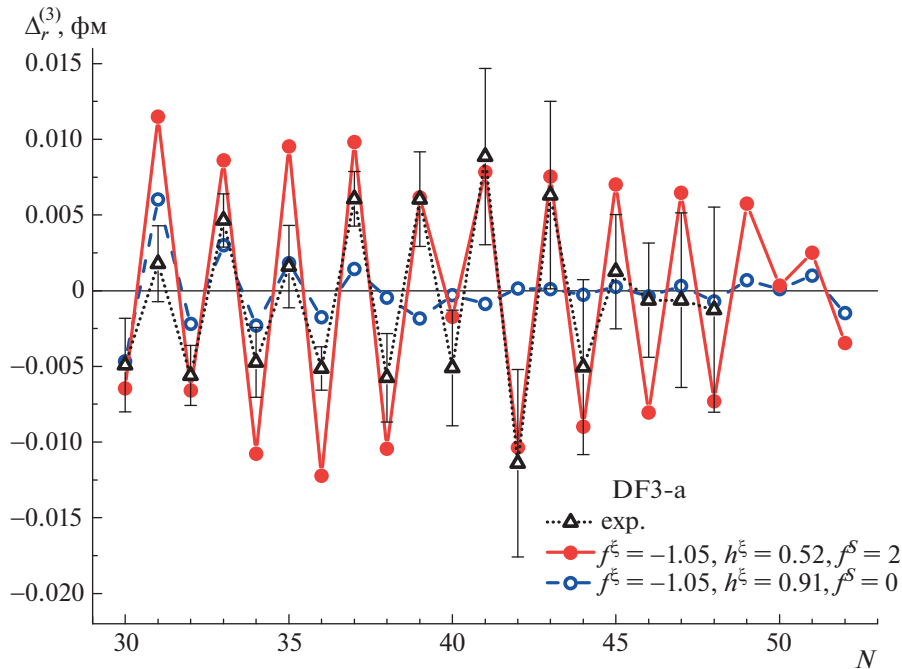


Рис. 3. Рассчитанные с DF3-a и экспериментальные [31, 32] 3-точечные OES-параметры зарядовых радиусов R_{ch} для изотопов Си в зависимости от числа нейтронов.

живание осцилляций радиусов после пересечения главной нейтронной оболочки $N = 50$.

Для сильно нейтронно-дефицитных изотопов с числом нейтронов $N = 29-30$ недооценка R_{ch} в нашем расчете составляет около 0.04 фм, т.е. $<1\%$, тогда как в области $N = 31-35$ вблизи новых магических подоболочек $N = 32, 34$ недооценка R_{ch} гораздо меньше — около 0.02 фм. Вопрос об ослабленном проявлении подоболочки $N = 40$ в изотопической зависимости радиусов подробно обсуждался в работе [31]. В нашем расчете в области замкнутой подоболочки $39 < N < 41$, где типичная амплитуда OES-осцилляций 0.015–0.020 фм, недооценка R_{ch} составляет около 0.01 фм.

Важно, что даже в предположении достаточно сильного градиентного спаривания $f^s = 2.0$, в расчете нет сглаживания R_{ch} в области вблизи $N = 50$, хотя экспериментальные rms-радиусы также описываются с точностью до 0.01 фм. Таким образом, в отличие от результата работы [32], эффект выполаживания появляется только после пересечения главной нейтронной оболочки. Такая особенность, как правило, наблюдается и в других наших расчетах [21].

3.2. Изотопическая зависимость среднеквадратичных радиусов $\langle r_{ch}^2 \rangle$ и dms-радиусов

На рис. 2б расчет представлен в стандартной форме N -зависимости среднеквадратичных радиусов $\delta r^2(N = 46, N')$ относительно референтного

ядра — стабильного изотопа с $N = 46$. Как видно, в области $44 < N < 49$, где новые измерения [32] показывают значительно меньшую амплитуду OES-осцилляций, расчет с сильным градиентным спариванием завышает данные и недостаточно полно воспроизводит сглаживание изотопической зависимости величин R_{ch} и $\delta r^2(N = 46, N')$. Следует отметить, что “эффект искажения” для дифференциальных dms-радиусов частично обусловлен влияющей на “положение” реперной точки отсчета погрешностью расчета среднеквадратичного радиуса для $N = 46$ (–0.012 фм). Вблизи магических подоболочек $N = 32, 34, 40$ (и главной оболочки $N = 50$), где спаривание несущественно, расчет занижает (завышает) значения $\delta r^2(N = 46, N')$ по сравнению с измерениями CRIS-CERN [31, 32]. По-видимому, эффекты деформации в этих областях N не играют значительной роли. Было бы интересно оценить возможную переоценку экспериментальных данных из-за неучета плотностной зависимости и $3N$ -корреляций в используемом двухчастичном спин-орбитальном эффективном взаимодействии. Величина R_{ch} изотопа с $Z = 29, N = 50$ из расчета в [27] (единственная доступная для сравнения) почти на 0.2 фм выше полученной в нашем расчете.

В системе с нечетным протоном сверх полностью заполненной $\pi f_{7/2}$ -оболочки заполнение нейтронной оболочки $\nu 1g_{9/2}$ и следующих за ней орбиталей может вызвать инверсию спина основ-

ного состояния. В экспериментах по измерениям магнитных моментов [45] было установлено, что за счет сильного нейтрон-протонного взаимодействия это происходит в изотопах Cu с $A > 75$: $2p_{3/2} \rightarrow 1f_{5/2}$. Естественно ожидать влияния инверсии на свойства основных и возбужденных состояний ядер. Именно в этой области экспериментальные значения R_{ch} в изотопах Cu обнаруживают (в пределах ошибок) тенденцию к ослаблению EOS-осцилляций. Предыдущие расчеты в формализме DF3-a + CQRPA, обобщенном для учета спиновой инверсии [46], показали, что для изотопов Cu с $A > 75$ фиксирование нечетного протона в квази-частичном состоянии $\pi 1f_{5/2}$ приводит к лучшему согласию с экспериментальными временами жизни β -распада и P_{xn} , чем для $\pi 1p_{3/2}$. В частности, такой метод лучше описывает недавние данные RIKEN для $A > 78$ [47]. Однако результаты расчета зарядовых радиусов, в которых спин основного состояния для $A > 75$ фиксировался как $2p_{3/2}$, лишь незначительно отличаются от расчета со спином $1f_{5/2}$, соответствующим минимуму полной энергии. Видимо, здесь необходимы расчеты с явным учетом деформации, несмотря на то, что в работе [31] указывалось, что в “межоболочечной” области $N = 36-42$ можно ожидать лишь небольшого влияния статической деформации на зарядовые радиусы. В ТКФС-подходе эффект поляризации, вызывающий деформацию кора нечетным протоном (и/или нейтроном), учтен точно. Этот механизм приводит к деформации на уровне $\beta_2 < 0.05$, что согласуется с систематикой экспериментальных данных по квадрупольным моментам [48]. Простая оценка максимальной деформации для изотопов меди с $A = 70-75$ по модели Бора-Моттельсона также дает $\beta_2 \sim 0.06$. Столь слабая деформация вряд ли устранит замедление роста зарядовых радиусов с увеличением числа нейтронов в этой области. (Заметим, что расчет в FRDM [49] дает для этой области деформацию $\beta_2 = 0.15-0.17$.)

Можно заключить, что для более определенных выводов необходимы детальные расчеты с учетом деформации в рамках DF3+HFBTHO [50]. Поскольку спаривание вблизи $N = 40$ ослаблено, можно предположить, по аналогии с ситуацией в изотопах Ca при $N > 28$, конкуренцию с вкладом квазичастично-фононного взаимодействия [25]. В частности, в обобщенном подходе QFRSA [51] было бы интересно оценить вклад корреляций высшего порядка между нечетными протоном и нейтронами в изотопах Cu, используя формализм, развитый в [52].

3.3. Изотопическая зависимость OES-параметров зарядовых радиусов и энергетических характеристик

На рис. 3 приведены рассчитанные величины 3-точечных OES-параметров для $\delta_R^{(3)} = (R_{A+1} - 2R_A + R_{A-1})/2$. Такое представление, во-первых, подчеркивает выполаживание изотопической зависимости радиусов после $N = 45$. Во-вторых, для дифференциальных величин имеет место сокращение поправок на движение центра масс. Видно, что в отличие от области $N = 36-42$ зависимость $\Delta_{R_{ch}}^{(3)}$ от A области $N < 35$ в нашем подходе лучше описывается с более слабым градиентным спариванием. В расчете использовались значения $f^s = 2.0$ и $f^s = 1.65$ (последнее не показано, чтобы не загружать рисунок деталями). Расчеты с более слабым градиентным спариванием лучше описывают OES-эффект при приближении к $N = 50$ (в пределах статистических ошибок) и дают заметное уменьшение осцилляций для $N > 50$.

На рис. 4а, 4б приведены рассчитанные OES-параметры для энергий связи $\Delta_{E_B}^{(3)}$ и полных энергий бета-распада — $\Delta_{Q_\beta}^{(3)}$. Расчет OES-параметров — $\Delta_{E_B}^{(3)}$ для энергий связи E_B (рис. 4а) показывает ослабление осцилляций радиусов при приближении к замкнутой оболочке $N = 50$ и усиление связи для ^{79}Cu . На рис. 4б приведены также рассчитанные OES-параметры для полных энергий бета-распада — $\Delta_{Q_\beta}^{(3)}$. Расчет демонстрирует ослабление OES-эффекта как в нейтронно-дефицитной области (где точка $N = 29$, естественно, “выпадает”), так и при приближении к $N = 50$. Таким образом, можно говорить о корреляции всех рассмотренных выше характеристик.

3.4. Сравнение результатов с существующими расчетами

В методе HFB с использованием недавней версии ЭФП Фаянса Fy(HFB, ∇r) [32] экспериментальные данные при $N < 34$ недооценены примерно на 0.4–0.6 фм, но неплохо описываются для больших N . В нашем расчете среднеквадратичный радиус r_{ch}^2 описывается для $N = 29$, а для $N = 30-34$ недооценка составляет 0.1–0.2 фм². Расчет OES-параметров для $\Delta_{R_{ch}}^{(3)}$ в HFB с версией ЭФП Фаянса Fy(std) недооценивает эффект, а для Fy(∇r) описывает OES-эффект в “деформированной” области $N = 36-42$, но дает завышенный OES-эффект в $\Delta_{E_B}^{(3)}$ при $N > 40$ и в $\Delta_{R_{ch}}^{(3)}$ для

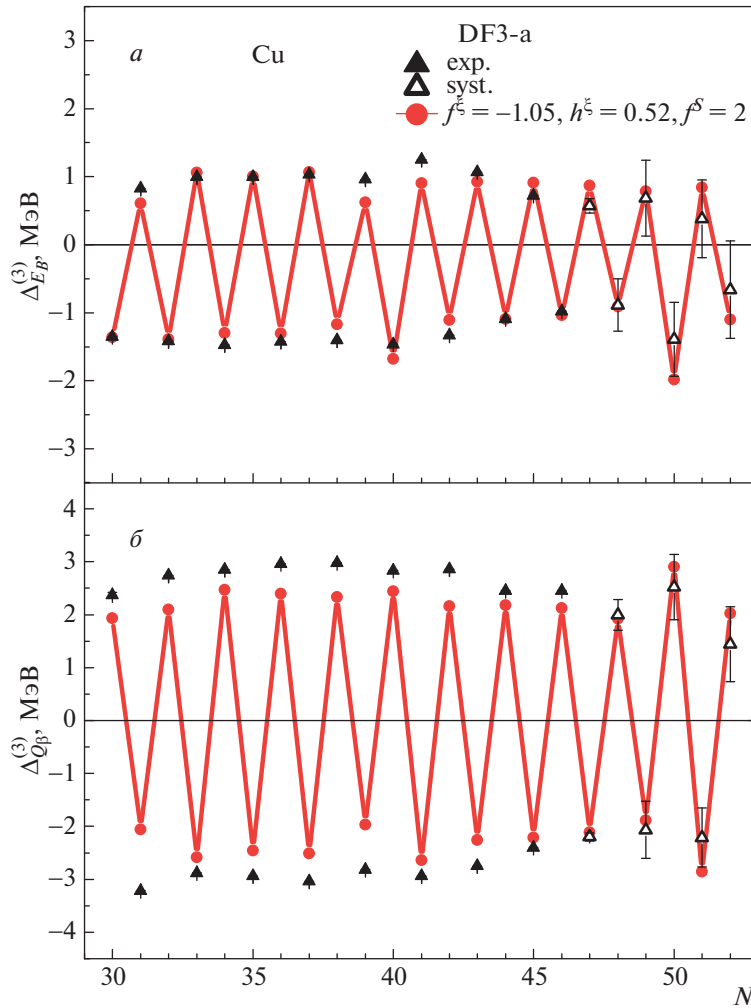


Рис. 4. *a* — Рассчитанные с DF3-a и экспериментальные [41] 3-точечные OES-параметры энергий связи E_B для изотопов Cu в зависимости от числа нейтронов; *б* — рассчитанные с DF3-a и экспериментальные [41] 3-точечные OES-параметры энерговыведений в β -распаде Q_β изотопов Cu в зависимости от числа нейтронов.

N , приближающихся к $N_{\text{mag}} = 50$, а это противоречит тенденции, наблюдаемой экспериментально. Таким образом, в целом, точность описания OES-параметров $\Delta_{E_B}^{(3)}$ и $\delta_R^{(3)}$ в настоящем расчете выше, чем в работе [32], эксплуатирующей версии функционалов Фаянса $Fy(\text{std})$ и $Fy(\nabla r)$.

В рамках метода ренорм-группы [28] абсолютные радиусы R_{ch} недооценены для взаимодействия EM1.8/2.0 и переоценены для взаимодействия PWA, так как они не воспроизводят значение ядерной равновесной плотности ρ_0 . Описываются локальные вариации $\Delta_{R_{\text{ch}}}^{(3)}$ для N , приближающихся к $N_{\text{mag}} = 50$, но для меньших N OES-эффект несколько недооценивается.

Для сравнения доступен рассчитанный в HFB с полумикроскопическим взаимодействием МЗУ-Р6-а [27] радиус распределения материи $\langle r_m^2 \rangle^{1/2}$ для ^{59}Cu (4.15 фм), в нашем расчете его значение

составляет 3.98 фм. Кроме того, на рис. 5а, 5б для изотопов Ni ($Z = 28$) приведены наши расчеты радиусов распределения материи $\langle r_m^2 \rangle^{1/2}$ и относительных зарядовых радиусов $\delta r_{\text{ch}}^2(N, 32)$. Как можно видеть, оба расчета предсказывают “kink”-эффекты при $N = 28$ и $N = 50$. При этом наш расчет $\delta r_{\text{ch}}^2(N, 32)$ для $N = 28$ на 0.2 фм ниже, а для $N = 50$ — выше, чем в [27].

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подход, основанный на самосогласованной ТКФС с ЭФП Фаянса, позволяет описать глобальное (макроскопическое) поведение зарядовых радиусов, а учет градиентного спаривания позволяет объяснить локальные (микроскопические) флуктуации: OES-осцилляции зарядовых радиусов, энергий связи и полных энергий бета-распада.

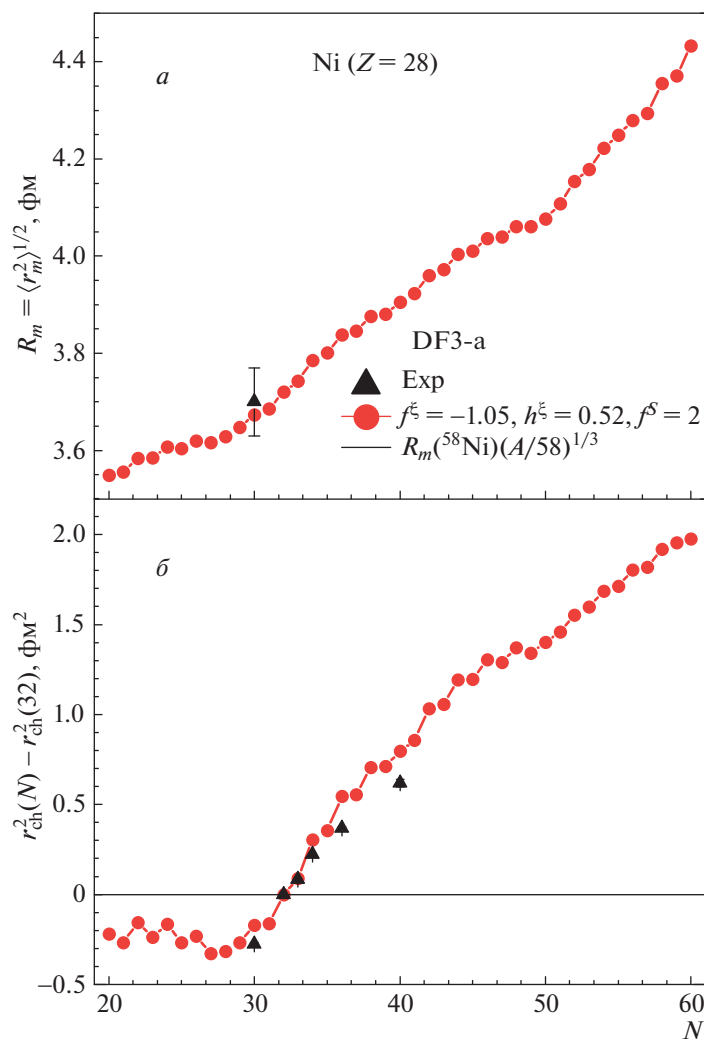


Рис. 5. *a* — Рассчитанные с DF3-а и экспериментальные [41] среднеквадратичные радиусы распределения материи для изотопов Ni в зависимости от числа нейтронов; *b* — рассчитанные с DF3-а и экспериментальные [41] дифференциальные (относительно $N = 32$) средние квадраты зарядовых радиусов для изотопов Ni в зависимости от числа нейтронов.

Наши расчеты предсказывают положительный излом (“kink”) в изотопической зависимости величин $R_{\text{ch}}(N)$ после пересечения главной нейтронной оболочки $N = 50$ и выполаживание их осцилляций. При этом в расчетах с ЭФП DF3-а сохраняется прецизионное описание масс ядер и одночастичных энергий.

Для дальнейшего развития самосогласованного подхода необходимо совершенствование структуры ядерных энергетических функционалов плотности. Значительное внимание вызывает функционал Фаянса, включающий новые спаривательные и поверхностные компоненты, зависящие от градиента плотности, что дает возможность одновременного описания четно-нечетных и “kink”-эффектов в изотопической зависимости ядерных зарядовых радиусов (см. обзоры [21] и [26]), а также энергий связи, полных энергий β -распада и порогов эмиссии запаздывающих нейтронов Q_{β}, S_{xn} .

Недавние работы по измерениям зарядовых радиусов с помощью резонансной лазерной спектроскопии (см. ссылки в [13]) существенно расширили набор данных, позволяющий провести тонкую калибровку функционала Фаянса и учесть квазичастично-фононные корреляции [25]. Получил развитие так называемый гибридный функционал плотности — Fy [26]. В нем использована “нормальная” часть функционала Скирма наряду с поверхностной и спаривательной частями функционала Фаянса, включающими зависимость от градиента плотности. Актуально дальнейшее уточнение формы и параметров спаривательных и спин-орбитальных компонентов функционала Фаянса для универсального описания четно-нечетного эффекта в зарядовых радиусах, энергиях связи и полных энергиях β -распада Q_{β} .

Остается ряд вопросов, требующих дальней-

шего уточнения. Вблизи магических подоболочек $N = 32, 34, 40$ и главной оболочки $N = 50$, где спаривание несущественно, расчет завышает значения R_{ch} по сравнению с измерениями CRIS-CERN [31, 32]. Эффекты деформации в этих областях существуют, но, по-видимому, не столь сильны. Интересна оценка влияния на зарядовые радиусы плотностной зависимости двухчастичного спин-орбитального эффективного взаимодействия. Сравнение с расчетами в модели со взаимодействием МЗУ + Р6-а могло бы прояснить ее роль, если бы в [27] содержались расчеты изотопической зависимости зарядовых радиусов для нечетных ядер.

Необходима также оценка вклада квазичастично-фоонного взаимодействия [25], в частности, обусловленного корреляцией нечетных протона и нейтрона для цепочки Cu [52].

Заслуживает внимания проблема изменения формы и размера ядер в основных и возбужденных состояниях. Представляют интерес расчеты магнитных моментов и радиусов ядер в основных и изомерных состояниях и анализ соответствующих экспериментов в деформированных ядрах [53–55].

Очень важно и то, что корреляция зарядовых радиусов с энергиями ИАР и ГТР [56], вероятностями двухнейтронной эмиссии P_{2n} [42] и величинами дипольной поляризуемости [57] дает возможность извлечения недостаточно известной энергии симметрии ядер. Эта важная величина входит в уравнение состояния нейтронной и симметричной ядерной материи, важного ингредиента, необходимого для моделирования слияния нейтронных звезд в тесных двойных системах [58], считающегося наиболее вероятным сценарием процесса быстрого астрофизического нуклеосинтеза.

Авторы благодарят Ю.С. Лютостанского и участников семинара отдела ядерной астрофизики Национального исследовательского центра “Курчатовский институт” за полезные обсуждения. Работа была частично поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ 18-02-00670) и грантом Отделения нейтринных процессов НИЦ “Курчатовский институт” (2020).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. В. Е. Фортов, Б. Ю. Шарков, Х. Штокер, УФН **182**, 621 (2012) [Phys. Usp. **55**, 582 (2012)].
2. Проект “Центр Исследований Экстремальных Световых Полей” — xcels — ИПФ РАН; <http://www.xcels.iapras.ru>
3. I. Angeli and K. P. Marinova, At. Data Nucl. Data Tables **99**, 69 (2013).
4. T. E. Cocolios, H. H. Al Suradi, J. Billowes, I. Budinčević, R. P. de Groote, S. De Schepper, V. N. Fedosseev, K. T. Flanagan, S. Franchoo, R. F. Garcia-Ruiz, H. Heylen, F. Le Blanc, K. M. Lynch, B. A. Marsh, P. J. R. Mason, G. Neyens, *et al.*, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B **317**, 565 (2013).
5. R. F. Garcia Ruiz, M. L. Bissell, K. Blaum, A. Ekström, N. Frömmgen, G. Hagen, M. Hammen, K. Hebel, J. D. Holt, G. R. Jansen, M. Kowalska, K. Kreim, W. Nazarewicz, R. Neugart, G. Neyens, W. Nörtershäuser, *et al.*, Nat. Phys. **12**, 594 (2016), <https://doi.org/10.1038/nphys3645>
6. K. Kreim, M. L. Bissell, J. Papuga, K. Blaum, M. De Rydt, R. F. Garcia Ruiz, S. Goriely, H. Heylen, M. Kowalska, R. Neugart, G. Neyens, W. Nörtershäuser, M. M. Rajabali, R. S. Alarcón, H. H. Stroke, and D. T. Yordanov, Phys. Lett. B **731**, 97 (2014).
7. G. Fricke and K. Heilig, *Nuclear Charge Radii* (Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2004).
8. G. Hagen, A. Ekström, C. Forssén, G. R. Jansen, W. Nazarewicz, T. Papenbrock, K. A. Wendt, S. Bacca, N. Barnea, B. Carlsson, C. Drischler, K. Hebel, M. Hjorth-Jensen, M. Miorelli, G. Orlandini, A. Schwenk, and J. Simonis, Nat. Phys. **12**, 186 (2016).
9. C. Gorges, L. V. Rodriguez, D. L. Balabanski, M. L. Bissell, K. Blaum, B. Cheal, R. F. Garcia Ruiz, G. Georgiev, W. Gins, H. Heylen, A. Kanellakopoulos, S. Kaufmann, M. Kowalska, V. Lagaki, S. Lechner, B. Maaß, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **122**, 192502 (2019).
10. M. M. Sharma, G. A. Lalazissis, and P. Ring, Phys. Lett. B **317**, 9 (1993).
11. K. Minamisono, D. M. Rossi, R. Beerwerth, S. Fritzsche, D. Garand, A. Klose, Y. Liu, B. Maaß, P. F. Mantica, A. J. Miller, P. Müller, W. Nazarewicz, W. Nörtershäuser, E. Olsen, M. R. Pearson, P.-G. Reinhard, E. E. Saperstein, C. Sumithrarachchi, and S. V. Tolokonnikov, Phys. Rev. Lett. **117**, 252501 (2016).
12. M. Hammen, W. Nörtershäuser, D. L. Balabanski, M. L. Bissell, K. Blaum, I. Budinčević, B. Cheal, K. T. Flanagan, N. Frömmgen, G. Georgiev, Ch. Geppert, M. Kowalska, K. Kreim, A. Krieger, W. Nazarewicz, and R. Neugart, Phys. Rev. Lett. **121**, 102501 (2018).
13. A. J. Miller, K. Minamisono, A. Klose, D. Garand, C. Kujawa, J. D. Lantis, Y. Liu, B. Maaß, P. F. Mantica, W. Nazarewicz, W. Nörtershäuser, S. V. Pineda, P.-G. Reinhard, D. M. Rossi, F. Sommer, C. Sumithrarachchi, A. Teigelhöfer, and J. Watkins, Nat. Phys. **15**, 432 (2019); <https://doi.org/10.1038/s41567-019-0416-9>
14. А. В. Смирнов, С. В. Толоконников, С. А. Фаянс, ЯФ **48**, 1661 (1988) [Sov. J. Nucl. Phys. **48**, 995 (1988)].
15. I. N. Borzov, S. A. Fayans, E. Krömer, and D. Zawischa, Z. Phys. A **355**, 117 (1996).

16. S. A. Fayans and D. Zawischa, *Phys. Lett. B* **68**, 169 (1998).
17. С. Ф. Фаянс, *Письма в ЖЭТФ* **68**, 161 (1998) [*JETP Lett.* **68**, 169 (1998)].
18. S. A. Fayans, S. V. Tolokonnikov, E. L. Trykov, and D. Zawischa, *Nucl. Phys. A* **676**, 49 (2000).
19. С. В. Толоконников, Э. Е. Саперштейн, *ЯФ* **73**, 1731 (2010) [*Phys. At. Nucl.* **73**, 1684 (2010)].
20. Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников, *ЯФ* **74**, 1306 (2011) [*Phys. At. Nucl.* **74**, 1277 (2011)].
21. Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников, *ЯФ* **79**, 703 (2016) [*Phys. At. Nucl.* **79**, 1030 (2016)].
22. E. Chabanat, P. Bonche, P. Haensel, J. Meyer, and R. Schaeffer, *Nucl. Phys. A* **635**, 231 (1998).
23. S. Goriely, N. Chamel, and J. M. Pearson, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 152503 (2009).
24. H. Grawe, K.-H. Langanke, and G. Martínez-Pinedo, *Rep. Prog. Phys.* **70**, 1525 (2007).
25. Э. Е. Саперштейн, И. Н. Борзов, С. В. Толоконников, *Письма в ЖЭТФ* **104**, 216 (2016) [*JETP Lett.* **104**, 218 (2016)].
26. P.-G. Reinhard and W. Nazarewicz, *Phys. Rev. C* **95**, 064328 (2017).
27. H. Nakada, *Phys. Rev. C* **100**, 044310 (2019).
28. S. Tsykuyama, K. Bogner, and A. Schwenk, *Phys. Rev. C* **85**, 061304(R) (2016).
29. Haruki Kasuya and Kenichi Yoshida, arXiv: 2005.03276 [nucl-th].
30. T. Marketin, L. Huther, and G. Martínez-Pinedo, *Phys. Rev. C* **93**, 025805 (2016).
31. M. L. Bissell, T. Carette, K. T. Flanagan, P. Vingerhoets, J. Billowes, K. Blaum, B. Cheal, S. Fritzsche, M. Godefroid, M. Kowalska, J. Krämer, R. Neugart, G. Neyens, W. Nörtershäuser, and D. T. Jordanov, *Phys. Rev. C* **93**, 064318 (2016).
32. R. P. de Groote, J. Billowes, C. L. Binnersley, M. L. Bissell, T. E. Cocolios, T. Day Goodacre, G. J. Farooq-Smith, D. V. Fedorov, K. T. Flanagan, S. Franchoo, R. F. Garcia Ruiz, W. Gins, J. D. Holt, Á. Koszorús, K. M. Lynch, T. Miyagi, *et al.*, arXiv: 1911.08765 [nucl-ex].
33. H. de Vries, C. W. de Jager, and C. de Vries, *At. Data Nucl. Data Tables* **36**, 495 (1987).
34. J. Heisenberg, J. Lichtenstadt, C. N. Papanicolas, and J. S. McCarthy, *Phys. Rev. C* **25**, 2292 (1982).
35. A. Papouliou, B. Carlson, and J. Ekman, *Phys. Rev. A* **94**, 042502 (2016).
36. W. Bertozzi, J. Frair, J. Heisenberg, and J. W. Negele, *Phys. Lett. B* **41**, 408 (1972).
37. H. Chandra and G. Sauer, *Phys. Rev. C* **13**, 245 (1976).
38. J. L. Friar, J. Martorell, and D. W. L. Sprung, *Phys. Rev. A* **56**, 4579 (1997).
39. <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?rp>
40. S. Kopecky, J. A. Harvey, N. W. Hill, M. Krenn, M. Pernicka, P. Riehs, and S. Steiner, *Phys. Rev. C* **56**, 2229 (1997).
41. Meng Wang, G. Audi, F. G. Kondev, W. J. Huang, S. Naimi, and Xing Xu, *Chin. Phys. C* **41**, 030003 (2017).
42. И. Н. Борзов, *ЯФ* **81**, 627 (2018) [*Phys. At. Nucl.* **81**, 680 (2018)].
43. P. Vingerhoets, K. T. Flanagan, J. Billowes, M. L. Bissell, K. Blaum, B. Cheal, M. De Rydt, D. H. Forest, Ch. Geppert, M. Honma, M. Kowalska, J. Krämer, K. Kreim, A. Krieger, R. Neugart, G. Neyens, *et al.*, *Phys. Lett. B* **703**, 34 (2011).
44. Youngle Yu and A. Bulgac, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 222501 (2003).
45. K. T. Flanagan *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 142501 (2009).
46. J. A. Winger, S. V. Ilyushkin, K. P. Rykaczewski, C. J. Gross, J. C. Batchelder, C. Goodin, R. Grzywacz, J. H. Hamilton, A. Korgul, W. Krolas, S. N. Liddick, C. Mazzocchi, S. Padgett, A. Piechaczek, M. M. Rajabali, D. Shapira, E. F. Zganjar, and I. N. Borzov, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 142502 (2009).
47. Z. Y. Xu *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 032505 (2014).
48. N. J. Stone, INDC(NDS)-0658, IAEA (Vienna, 2014).
49. P. Muller, M. R. Mumpower, T. Kawano, and W. D. Myers, *At. Data Nucl. Data Tables* **125**, 1 (2018).
50. S. V. Tolokonnikov, I. N. Borzov, M. Kortelainen, Yu. S. Lutostansky, and E. E. Saperstein, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **42**, 075102 (2015).
51. A. P. Severyukhin, V. V. Voronov, I. N. Borzov, N. N. Arsenyev, and Nguyen Van Giai, *Phys. Rev. C* **90**, 044320 (2014).
52. K. Muto, E. Bender, and H.-V. Klapdor, *Z. Phys. A* **334**, 177 (1989).
53. L. Xie, X. F. Yang, C. Wraith, C. Babcock, J. Bieroń, J. Billowes, M. L. Bissell, K. Blaum, B. Cheal, L. Filippin, K. T. Flanagan, R. F. Garcia Ruiz, W. Gins, G. Gaigalas, M. Godefroid, C. Gorges, *et al.*, *Phys. Lett. B* **797**, 134805 (2019).
54. B. A. Marsh, T. Day Goodacre, S. Sels, Y. Tsunoda, B. Andel, A. N. Andreyev, N. A. Althubiti, D. Atanasov, A. E. Barzakh, J. Billowes, K. Blaum, T. E. Cocolios, J. G. Cubiss, J. Dobaczewski, G. J. Farooq-Smith, D. V. Fedorov, *et al.*, *Nat. Phys.* **14**, 1163 (2018); <https://doi.org/10.1038/s41567-018-0292-8>
55. A. Voss, F. Buchinger, B. Cheal, J. E. Crawford, J. Dilling, M. Kortelainen, A. A. Kwiatkowski, A. Leary, C. D. P. Levy, F. Mooshammer, M. L. Ojeda, M. R. Pearson, T. J. Procter, and W. Al Tamimi, *Phys. Rev. C* **91**, 044307 (2015).
56. И. Н. Борзов, С. В. Толоконников, *ЯФ* **82**, 471 (2019) [*Phys. At. Nucl.* **82**, 560 (2019)].
57. S. Kaufmann *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **124**, 132502 (2020).
58. А. В. Тутуков, А. М. Черепашук, <https://doi.org/10.3367/UFNr.2019.03.038547>

SELF-CONSISTENT CALCULATION OF THE CHARGE RADII IN A LONG ISOTOPIC CHAIN OF $^{58-82}\text{Cu}$

I. N. Borzov^{1),2)}, S. V. Tolokonnikov^{1),3)}

¹⁾*National Research Center “Kurchatov Institute”, Moscow, Russia*

²⁾*Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, Joint Institute for Nuclear Research,
Dubna, Russia*

³⁾*Moscow Institute of Physics and Technology (State University), Dolgoprudny, Russia*

The charge radii in a long isotopic chain of copper, including exotic nuclei ^{58}Cu , ^{79}Cu close to doubly-magic ^{56}Ni , ^{78}Ni and nuclei near magic sub-shells $N = 32, 34, 40$ are calculated. The self-consistent theory of finite Fermi systems and the family of density energy functionals proposed by Fayans et al. (DF3, DF3-a) are used. A comparison is made with experiment and similar calculations in self-consistent models using new versions of the Fayans functional with parameters obtained using the extended optimization protocol: Fy (std) and Fy (HFB, ∇r), as well as with calculations in the renormalization group method and with density dependent spin-orbit interaction. The weakening of the even-odd “staggering” in isotopes approaching the semi-magic nucleus of ^{79}Cu found in ISOLDE-CERN experiments is analyzed. The correlation of the isotopic dependences of charge radii and total beta decay energies is shown.