

УДК 539.143

## ПЛОТНОСТЬ УРОВНЕЙ ЯДЕР С $Z = 112–120$

© 2020 г. А. Н. Безбах<sup>1, \*</sup>, А. Рахмати Неджид<sup>1</sup>, Т. М. Шнейдман<sup>1, 2</sup>, Н. В. Антоненко<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Международная межправительственная организация  
Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия

<sup>2</sup>Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
“Казанский (Приволжский) федеральный университет”, Казань, Россия

\*E-mail: bezbakh@theor.jinr.ru

Поступила в редакцию 02.03.2020 г.

После доработки 15.04.2020 г.

Принята к публикации 27.04.2020 г.

Плотности уровней сверхтяжелых ядер с  $Z = 112–120$  для основного состояния и в седловой точке рассчитаны с использованием одночастичных спектров, полученных в макроскопическо-микроскопической модели на основе одночастичного потенциала Вудса–Саксона. Параметры плотности уровней вычислены путем фитирования полученных результатов выражением ферми-газа. Изучена роль эффектов оболочки и спаривания в поведении параметра плотности уровней в основном состоянии и в седловой точке. Результаты расчетов сравниваются с феноменологическими выражениями. Представлено отношение параметра плотности уровней в седловой точке к его значениям в основном состоянии.

DOI: 10.31857/S0367676520080098

### ВВЕДЕНИЕ

Информация о структуре сверхтяжелых элементов важна для понимания образования и существования этих многочастичных квантовых систем. Знание плотности возбужденных уровней необходимо для вычисления выживаемости сверхтяжелых ядер, получаемых в реакциях полного слияния. Эти данные особенно интересны для планирования экспериментов по изучению “острова стабильности”, а также для предсказания поведения свойств еще не открытых более тяжелых элементов периодической таблицы. Выживаемость возбужденного ядра по отношению к эмиссии частиц (преимущественно нейтронов) определяется плотностью уровней в основном состоянии дочернего ядра, а выживаемость по отношению к делению определяется плотностью уровней на седловой точке барьера деления.

При возрастании энергии возбуждения, ядерная система переходит от состояния системы спаренных частиц к системе невзаимодействующих фермионов (газ Ферми). В феноменологической модели эффект спаривания учитывается через зависящий от температуры  $T$  параметр  $\Delta$ . В модели ферми-газа среднее значение параметра плотности, который устанавливает связь между энергией возбуждения и температурой ядра, часто предполагается имеющим линейную зависимость от массового числа [1]. В реальности, параметр плотности уровней зависит от энергии и постепенно достига-

ет асимптотического значения при энергиях выше, чем энергия отделения нейтрона. Феноменологическое выражение зависимости параметра плотности уровней от энергии и оболочечной поправки было введено в работе [2].

В нашей работе мы использовали модель Бардина–Купера–Шриффера (БКШ) [3] для расчетов плотности уровней ядер с  $Z = 112–120$ . Данный формализм успешно применялся в работах [4–6]. В расчетах использовались массы ядер и одночастичные энергии протонов и нейтронов, полученные в макроскопическо-микроскопической модели [7, 8], в которой энергия ядра рассчитывается как сумма плавно меняющейся макроскопической части (включающей в себя кулоновскую, поверхностную энергии и энергию симметрии), рассчитанной с помощью модели жидкой капли, и микроскопической поправки, учитывающей оболочечный и спаривательный эффекты [9, 10]. Оболочечная поправка вычисляется по методу Струтинского с использованием одночастичных состояний в потенциалах Вудса–Саксона, соответствующих основному состоянию ядра и седловой точки барьера деления [11, 12]. В работе [7] основное состояние и седловая точка определялись при расчете поверхности потенциальной энергии как функции параметров деформации, определяющих форму поверхности ядра. Основное состояние соответствует минимуму потенциальной поверхности.

### ФОРМАЛИЗМ

В данной работе мы используем формализм сверхтекучей модели ядра [3]. В рамках этой модели ядро описывается как газ невзаимодействующих квазичастиц с энергиями  $E_{kv} = \sqrt{(\epsilon_{kv} - \lambda_k)^2 + \Delta_k^2}$ , где  $k = Z$  для протонов и  $k = N$  для нейтронов. Квазичастичные энергии рассчитывались с использованием одночастичных энергий  $\epsilon_{kv}$  в потенциале Вудса—Саксона [7]. Для рассматриваемого нами диапазона энергий возбуждения ( $U = 10\text{--}40$  МэВ) количество одночастичных уровней  $\nu$ , используемых в наших расчетах, достаточно ограничить равным  $Z$  для протонной системы и  $N$  для нейтронной системы каждого ядра.

Величины  $2\Delta_k$  определяют щель в спектре квазичастиц, отделяющую основное состояние системы от возбужденных состояний (иначе говоря, энергию связи нейтронных и протонных куперовских пар вблизи поверхности Ферми).

При заданной температуре  $T = 1/\beta$  величины  $\Delta_k$  и энергии Ферми  $\lambda_k$  ( $k = Z, N$ ) определялись путем решения системы уравнений [4, 5]:

$$N = \sum_{\nu} \left( 1 - \frac{\epsilon_{N\nu} - \lambda_N}{E_{N\nu}} \operatorname{th} \frac{\beta E_{N\nu}}{2} \right), \quad (1)$$

$$\frac{2}{G_N} = \sum_{\nu} \frac{1}{E_{N\nu}} \operatorname{th} \frac{\beta E_{N\nu}}{2} \quad (2)$$

для нейтронов и

$$Z = \sum_{\nu} \left( 1 - \frac{\epsilon_{Z\nu} - \lambda_Z}{E_{Z\nu}} \operatorname{th} \frac{\beta E_{Z\nu}}{2} \right), \quad (3)$$

$$\frac{2}{G_Z} = \sum_{\nu} \frac{1}{E_{Z\nu}} \operatorname{th} \frac{\beta E_{Z\nu}}{2} \quad (4)$$

для протонов, где  $G_Z$  и  $G_N$  — константы парных взаимодействий для протонов и нейтронов соответственно. В выражениях (1)–(4) суммирование производится по всем одночастичным уровням. Так как значения  $G_k$  точно не известны, то их значения для каждого ядра выбираются так, чтобы при нулевой температуре описать экспериментальные величины энергетических щелей, полученные по разностям масс соседних ядер [3, 13]:

$$\Delta(N, Z) = -\frac{1}{2}[B(N-1, Z) + B(N+1, Z) - 2B(N, Z)], \quad (5)$$

$$\Delta(N, Z) = -\frac{1}{2}[B(N, Z-1) + B(N, Z+1) - 2B(N, Z)], \quad (6)$$

где  $B(N, Z)$  — энергия связи ядра  $(N, Z)$ . В дальнейшем значения  $G_k$  не изменяются и не зависят от температуры.

Аналогично, с использованием тех же значений для констант спаривания, но используя одночастичный спектр в седловой точке барьера деления, вычислялись величины  $\Delta_k$  и  $\lambda_k$  ( $k = Z, N$ ).

Величина щели уменьшается с ростом температуры и при температуре выше критической  $T_{cr}$  обращается в ноль. Ядро переходит из сверхтекучего состояния в нормальное, и все термодинамические величины принимают значения, характерные для газа невзаимодействующих ферми-частиц.

Используя полученные данные  $\Delta(T)$  и  $\lambda(T)$ , были рассчитаны энергия возбуждения  $U = U_Z + U_N$ , энтропия  $S = S_Z + S_N$  и плотности  $\rho$  возбужденных состояний:

$$E_k(T) = \sum_{\nu} \epsilon_{kv} \left( 1 - \frac{\epsilon_{kv} - \lambda_k}{E_{kv}} \operatorname{th} \frac{\beta E_{kv}}{2} \right) - \frac{\Delta_k^2}{G_k}, \quad (7)$$

$$U_k(T) = E_k(T) - E_k(0), \quad (8)$$

$$S_k(T) =$$

$$= 2 \sum_{\nu} \left\{ \ln [1 + \exp(-\beta E_{kv})] + \frac{\beta E_{kv}}{1 + \exp(\beta E_{kv})} \right\}, \quad (9)$$

$$\rho = \frac{\exp(S)}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{D}}, \quad (10)$$

где  $D$  — определитель матрицы, состоящей из вторых производных энтропии по  $\beta$  и  $\mu_k = \beta \lambda_k$ .

При вычислении полной энергии ядер с нечетным массовым числом  $A$  был принят во внимание эффект блокировки [3], который учитывает влияние неспаренного нуклона на свойства ядра. Если на каком-либо дважды вырожденном одночастичном уровне среднего поля уже находится один нуклон, то этот уровень исключается (блокируется) при суммировании в выражениях (7) и (9).

Как правило, большая плотность одночастичных состояний вблизи поверхности Ферми в седловой точке приводит к большим парным корреляциям и, следовательно, к большему значению  $T_{cr}$  по сравнению с основным состоянием [3]. В области ядер с  $Z = 112\text{--}120$ , рассмотренной в наших расчетах, средняя  $T_{cr}$  нейтронной и протонной систем составляет до 0.48 МэВ для основного состояния и 0.6 МэВ для седловой точки. Соответствующие полные энергии возбуждения составляют  $U_{cr} \approx 6.23$  МэВ для основного состояния и  $U_{cr} \approx 13.44$  МэВ для седловой точки.

### ПАРАМЕТРЫ ПЛОТНОСТИ УРОВНЕЙ

Для нахождения величины параметра плотности уровней необходимо описать наши расчеты моделью ферми-газа. Мы получили, что наилучшее согласие между плотностями возбужденных

состояний, вычисленных в рамках сверхтекучей модели и моделью ферми-газа

$$\rho_{Fg}(U) = \frac{\sqrt{\pi}}{12a^{1/4}U^{5/4}} \exp(2\sqrt{aU}) \quad (11)$$

можно получить при использовании параметра плотности уровней  $a(U)$ , зависящего от энергии возбуждения  $U$ . Эту зависимость можно описать следующим феноменологическим выражением [2]:

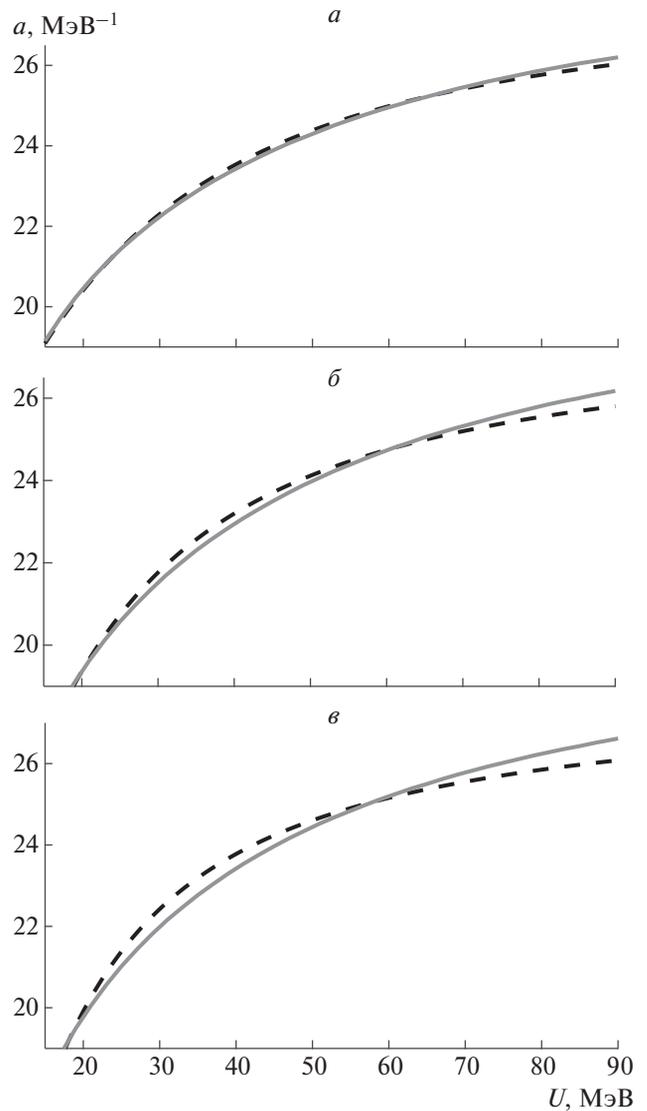
$$a(A,U) = \tilde{a}(A) \left[ 1 + \frac{1 - \exp\left(-\frac{U}{E'_D}\right)}{U} \delta E_{sh} \right], \quad (12)$$

где  $\delta E_{sh}$  – оболочечная поправка при  $T=0$  и  $E'_D$  – параметр затухания оболочечных эффектов, описывающий уменьшение влияния оболочки на параметр плотности уровней с увеличением энергии,  $\tilde{a}$  – асимптотическое значение параметра плотности уровней. Для каждого ядра значения  $E'_D$  и  $\tilde{a}$  были получены из анализа рассчитанной энергетической зависимости параметра плотности уровней с помощью выражения (12). Значение  $\tilde{a}$  плавно зависит от массового числа и параметризуется следующей функцией [2]:

$$\tilde{a} = \alpha_1 A + \alpha_2 A^2. \quad (13)$$

Наши расчеты показывают, что выражение (12) дает хорошее согласие с микроскопическими расчетами для основного состояния, для которого значения оболочечных поправок являются значительными. В качестве примера на рис. 1 дано сравнение значений  $a$ , полученных для изотопов  $^{292}\text{Fl}$ ,  $^{296}\text{Lv}$  и  $^{300}120$  для основного состояния, путем фитирования результатов микроскопических расчетов выражением (11) и результатов, полученных из выражения (12). Как видно, наблюдается хорошее согласие при  $U > 15$  МэВ. Для основного состояния значения констант в (13) равны соответственно  $\alpha_1 = 0.128$  МэВ $^{-1}$  и  $\alpha_2 = -1.098 \cdot 10^{-4}$  МэВ $^{-1}$ . Величина параметра затухания оболочечных эффектов  $E'_D$  варьируется между 5.26 и 20.05 МэВ.

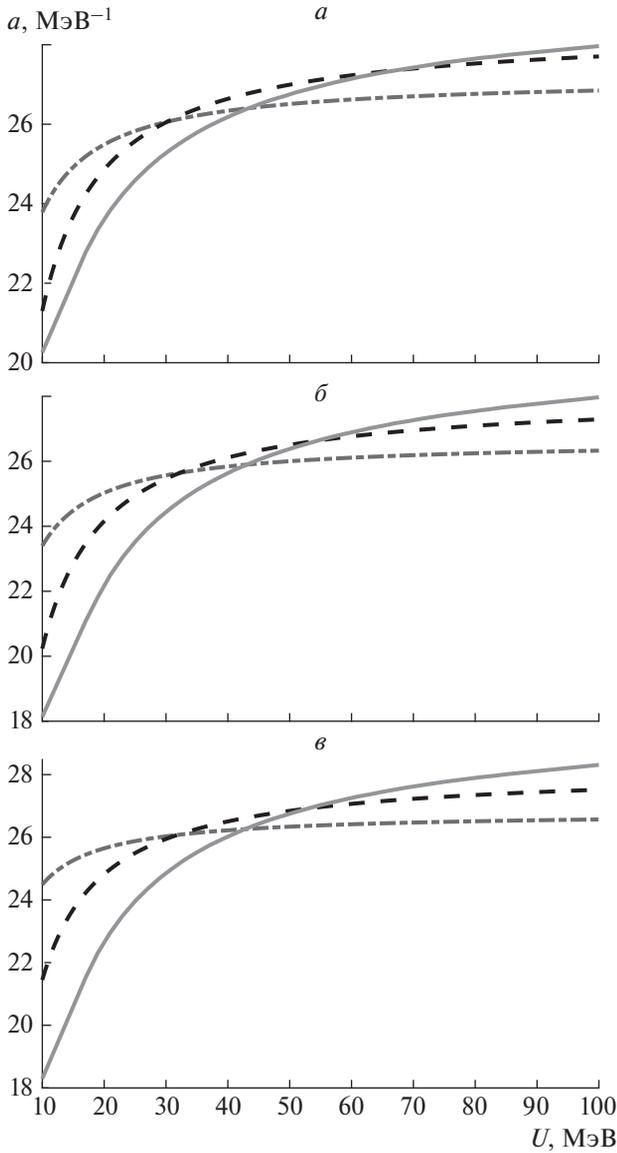
Для седловой точки со значениями оболочечных поправок меньшими, чем  $|\delta E_{sh}| = 1.7$  МэВ, выражение (12) не может хорошо описать рассчитанные значения  $a(A,U)$ . В этих случаях замена параметра оболочечной поправки  $\delta E_{sh}$  в выражении (12) на  $(\delta E_{sh} - \Delta)$  приводит к лучшему согласию с результатами микроскопических расчетов. Здесь  $\Delta = \Delta_N + \Delta_Z$ . На рис. 2 зависимость  $a(U)$  для ядер  $^{292}\text{Fl}$ ,  $^{296}\text{Lv}$  и  $^{300}120$  для седловой точки, полученная путем фитирования результатов микро-



**Рис. 1.** Зависимость от энергии возбуждения  $U$  параметра  $a$  плотности уровней для изотопов  $^{292}\text{Fl}$  (а),  $^{296}\text{Lv}$  (б) и  $^{300}120$  (в) для основного состояния, полученная путем фитирования результатов микроскопических расчетов выражением (11) (сплошные линии) и результатов, полученных с помощью феноменологического выражения (12) (штриховые линии).

скопических расчетов выражением (11) (сплошные линии), сравнивается с результатами феноменологической модели (12) с учетом (штриховые линии) и без учета (штрих-пунктирные линии) эффекта спаривания. Как показано на рис. 2, учет эффекта спаривания в выражении (12) улучшает согласие со значениями, полученными из (11).

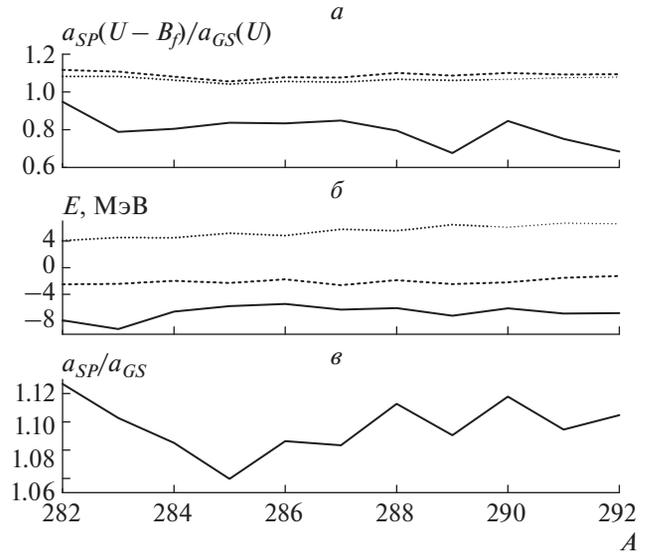
Значения констант  $\alpha_1 = 0.075$  МэВ $^{-1}$  и  $\alpha_2 = 0.69 \cdot 10^{-4}$  МэВ $^{-1}$  были получены для седловой точки с учетом эффекта спаривания для изотопов с  $|\delta E_{sh}| < 1.7$  МэВ. Найденные значения парамет-



**Рис. 2.** То же, что на рис. 1, но для седловой точки. Зависимость  $a(U)$ , полученная путем фитирования результатов микроскопических расчетов выражением (11) (сплошные линии) сравнивается с результатами феноменологической модели (12) с учетом (штриховые линии) и без учета (штрих-пунктирные линии) эффекта спаривания.

ра  $E'_D$  для седловой точки варьируются от 0.1 до 13.68 МэВ.

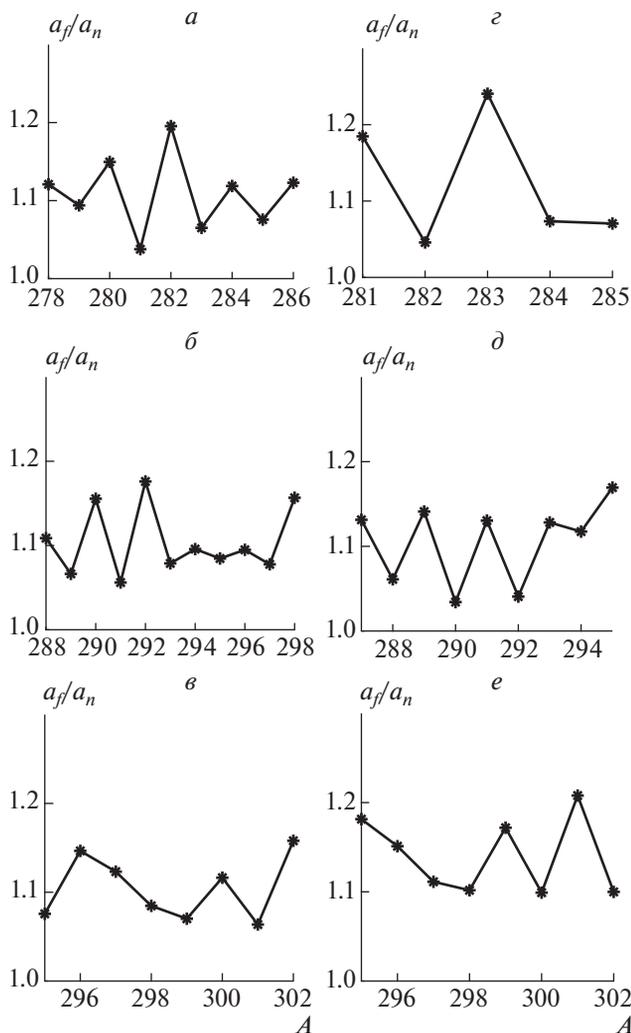
На рис. 3а показано отношение параметра плотности уровней в седловой точке  $a_{SP}$  для энергии возбуждения  $(U - B_f)$  (где  $B_f$  – высота барьера деления) к его значению в основном состоянии  $a_{GS}$  в зависимости от массового числа  $A$  изотопа ядра с  $Z = 114$  при  $U = 10$  МэВ (сплошная линия), 30 МэВ (штриховая линия) и 60 МэВ (точечная линия). Отношение  $a_{SP}/a_{GS}$  заметно меняется в зави-



**Рис. 3.** Для изотопа ядра с  $Z = 114$  представлены: (а) отношение  $a_{SP}/a_{GS}$  при одночастичных энергиях возбуждения 10 МэВ (сплошная линия), 30 МэВ (штриховая линия) и 60 МэВ (точечная линия) соответственно с учетом энергии  $B_f$ ; (б) значения оболочных поправок для основного состояния (сплошная линия), для седловой точки (штриховая линия) и высота барьера деления (точечная линия) как функции от массового числа  $A$ ; (в) то же, что (а), но для  $a_{SP}/a_{GS}$  в интервале энергий между  $U = 10$  и 40 МэВ.

симости от  $A$  при  $U = 10$  МэВ. Это отражает сильное влияние оболочечной структуры на поведение отношения  $a_{SP}/a_{GS}$  при малых энергиях возбуждения. С ростом энергии возбуждения ( $U = 30, 60$  МэВ) зависимость отношения  $a_{SP}/a_{GS}$  от  $A$  ослабевает (оболочечные эффекты затухают). Чтобы получить  $a_{SP}/a_{GS}$ , надо учесть, что часть энергии возбуждения тратится на разрыв нуклон-нуклонной пары, т.е. в выражении (11) надо заменить  $U$  на  $(U - \Delta)$ , где энергия  $\Delta = 24/\sqrt{A}, 12/\sqrt{A}, 0$  для четно-четных, четно-нечетных и нечетно-нечетных изотопов соответственно. В области энергий возбуждения (10–40 МэВ) параметр плотности уровней слабо зависит от энергетического интервала, включенного в расчеты.

На рис. 3б приведены значения оболочных поправок в основном состоянии ядер изотопной цепочки  $Z = 114$  (сплошная линия) и в седловой точке (штриховая линия). Высота барьера деления показана (пунктирная линия) как функция массового числа. Для основного состояния величины оболочечных поправок меняются от  $-5$  до  $-9$  МэВ. Для седловой точки оболочечная поправка приблизительно  $-3$  МэВ во всех рассмотренных изотопах.



**Рис. 4.** (а, б, е) Отношение параметра плотности уровней материнского ядра в седловой точке  $a_f$  к  $a_n$  дочернего ядра после нейтронной эмиссии в основном состоянии ( $a_f/a_n$ ), рассчитанное для  $Z = 112$  (а), 116 (б), 120 (е). (з, д, е) Рассчитанное отношение  $a_f/a_n$  для  $Z = 113$  (з), 115 (д), 119 (е). В этих расчетах интервалы одночастичных энергий возбуждения составляют  $U = 10-40$  МэВ для основного состояния и  $(U - B_f)$  для седловой точки.

На рис. 3в приведено отношение  $a_{SP}/a_{GS}$  в зависимости от массового числа изотопов ядер с  $Z = 114$ . На данном рисунке хорошо видны проявления четно-нечетного эффекта, что отражается в появлении минимумов и максимумов отношения  $a_{SP}/a_{GS}$  в рассматриваемом диапазоне массовых чисел.

На рис. 4 приведены значения параметра плотности уровней нейтронов для ядер с  $Z$  от 112 до 120, которые определяются как отношение параметра  $a_f$  материнского ядра в седловой точке к  $a_n$

дочернего ядра после эмиссии нейтронов в основном состоянии:

$$\frac{a_f}{a_n} = \frac{a_{SP}(Z, N)}{a_{GS}(Z, N - 1)}. \tag{14}$$

В этих расчетах учтено уменьшение энергии возбуждения  $U$  в седловой точке на высоту барьера деления  $B_f$ . На рисунке видно, что отношение (14) варьируются от 1.03 до 1.2. Стоит отметить, что на этом рисунке хорошо видно проявление четно-нечетного эффекта.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе были рассчитаны плотности уровней и параметры плотности уровней сверхтяжелых ядер с  $Z = 112-120$ . Показано, что зависимость параметров плотности уровней в основных состояниях этих ядер от энергии возбуждения и оболочечной поправки хорошо описывается известным феноменологическим выражением. Можно также использовать это выражение и в седловой точке барьера деления, учитывая эффект спаривания. Продемонстрировано, что в рассматриваемых ядрах, четно-нечетный эффект отражается в характере поведения отношения  $a_f/a_n$ , изменяющимся между 1.03 и 1.2.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проекты №№ 17-52-12015, 20-02-00176). Авторы благодарны М. Ковалю за предоставление рассчитанных одночастичных спектров в сверхтяжелых ядрах.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соколов Ю.В. Плотности уровней атомных ядер. М.: Энергоиздат, 1990.
2. Игнатюк А.Б., Смиренкин Г.Н., Тишин А.С. // ЯФ. 1975. Т. 21. С. 485.
3. Соловьев В.Г. // Теория сложных ядер. М.: Наука, 1971. С. 560.
4. Decowski P. // Nucl. Phys. A. 1968. V. 110. P. 129.
5. Адеев Г.Д., Черданцев П.А. // ЯФ. 1975. Т. 21. С. 491.
6. Bezbakh A.N., Shneidman T.M., Adamian G.G., Antonenko N.V. // Eur. Phys. J. A. 2014. V. 6. P. 50.
7. Kowal M., Jachimowicz P., Sobieczewski A. // Phys. Rev. C. 2010. V. 82. Art. № 014303.
8. Jachimowicz P., Kowal M., Skalski J. // Phys. Rev. C. 2017. V. 95. Art. № 014303.
9. Muntian I., Patyk Z., Sobieczewski A. // Acta. Phys. Pol. B. 2001. V. 32. P. 691.
10. Parkhomenko A., Sobieczewski A. // Acta. Phys. Pol. B. 2005. V. 36. P. 3115.
11. Strutinsky V.M. // Nucl. Phys. A. 1967. V. 95. P. 420.
12. Strutinsky V.M. // Nucl. Phys. A. 1968. V. 122. P. 1.
13. Satuła W., Dobaczewski J., Nazarewicz W. // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 81. P. 3599.