

УДК 539.169

ИЗУЧЕНИЕ ПРИМЕНИМОСТИ КВАЗИКЛАССИЧЕСКОГО ПОДХОДА К ТРЕХТЕЛЬНОМУ РАСПАДАМ

© 2020 г. О. М. Сухарева^{1, *}, Л. В. Григоренко², Д. А. Костылева³, М. В. Жуков⁴

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
“Омский государственный технический университет”, Омск, Россия

²Международная межправительственная организация Объединенный институт ядерных исследований,
Лаборатория ядерных реакций имени Г.Н. Флёрва, Дубна, Россия

³Центр по изучению тяжелых ионов имени Гельмгольца, Дармштадт, Германия

⁴Технический университет Чалмерса, Гётеборг, Швеция

*E-mail: suhareva_om@mail.ru

Поступила в редакцию 30.10.2019 г.

После доработки 25.11.2019 г.

Принята к публикации 27.12.2019 г.

Метод гиперсферических гармоник хорошо подходит для изучения истинно трехчастичных распадов. Редукция системы гиперсферических уравнений к одноканальному приближению дает возможность использовать стандартное квазиклассическое выражение для определения ширин резонансов. Мы показываем, что сам квазиклассический подход достаточно точен в приложении к трехчастичным эффективным потенциалам. Однако редукция до одного канала в результате приводит к значительной переоценке ширины распада.

DOI: 10.31857/S036767652004033X

ВВЕДЕНИЕ

Общепринятые методы определения ширин резонансных состояний, такие как зависимость упругого фазового сдвига от энергии или положение полюса S-матрицы в комплексной энергетической плоскости, могут оказаться технически сложными для очень малых ширин $\Gamma \ll E$. Поэтому изучение таких радиоактивных распадов требует специфических методов определения ширин. Среди таких методов упомянем “естественное” определение ширины через волновую функцию с асимптотикой чистой выходящей волны [1], интегральные формулы типа Кадменского [2] и квазиклассический подход Гамова [3].

Гамовский подход в последние годы часто использовался для определения ширин трехчастичных распадов, например, в работах [3, 4]. Использование квазиклассического подхода требует сведения задачи трех тел к задаче о движении одной эффективной частицы в некотором (сильно деформированном) поле. Здесь необходимо обсуждать отдельно как саму справедливость усечения задачи до одночастичного подхода, так и применимость квазиклассического приближения для барьеров специфической формы, характерных для физики нескольких тел.

ШИРИНА ДВУХПРОТОННОГО РАСПАДА ПЕРВОГО ВОЗБУЖДЕННОГО СОСТОЯНИЯ $^{17}\text{Ne } 3/2^-$

В данной работе применимость гамовского приближения обсуждается на примере первого возбужденного состояния $^{17}\text{Ne } 3/2^-$. Это ядро известно как испытывающее истинно двухпротонный распад [1, 5]. Примеров таких распадов среди легких ядер весьма немного. Двухпротонная ширина этого состояния важна для определения скорости захвата в астрофизической реакции радиоактивного захвата $^{15}\text{O} + p + p \rightarrow ^{17}\text{Ne} + \gamma$, дающей возможность обхода точки ожидания ^{15}O [6, 7].

Теоретические расчеты этой ширины, представляемые разными научными группами в течение значительного промежутка времени, весьма противоречивы [2–4, 8]. Недавно эта спорная величина была заново оценена экспериментально [9] с полученным верхним пределом $\Gamma < 8.8 \cdot 10^{-13}$ МэВ.

В случае трехтельного распада, когда два протона испускаются одновременно, стандартное квазиклассическое приближение (ВКБ-приближение) требует обобщения. В методе гиперсферических гармоник (МГГ) движение такой системы может рассматриваться в определенном приближении как движение одной частицы массой M (масса нуклона) по гиперрадиусу ρ в поле эффек-

тивного потенциала V_{eff} . Тогда интеграл Гамова по подбарьерной траектории может быть определен как

$$\Gamma = \left(2M \int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{d\rho}{p} \right)^{-1} \exp \left(2i \int_{\rho_2}^{\rho_3} p d\rho \right), \quad (1)$$

где $p(\rho) = \sqrt{2M[E_T - V_{eff}(\rho)]}$ – гиперимпульс, ρ_1 , ρ_2 – внутренние и ρ_3 – внешняя классические точки поворота для потенциала $V_{eff}(\rho)$.

Существует несколько более сложный подход для определения ширин распадов, основанный на использовании интегральной формулы (иногда упоминаемой как формула Кадменского) [2], позволяющий решать уравнение Шрёдингера только для одной (резонансной) энергии. Его мы используем для перекрестной проверки результатов, полученных в квазиклассическом подходе. Ширина по интегральной формуле (ИФ) в простом случае определяется как

$$\Gamma = \frac{4M}{k} \left| \int_0^{\rho_{in}} F_l(k\rho) (V_{eff} - \bar{V}) \tilde{\Psi}_l(k\rho) d\rho \right|^2, \quad (2)$$

где k – импульс при энергии резонанса, ρ_{in} – гиперрадиус, начиная с которого выполняется $V_{eff} - \bar{V} \equiv 0$, $\bar{V} = V_{Coul} + V_{cf} = Z_{eff}\alpha/\rho + l(l+1)/2M\rho$, F_l – регулярная в нуле кулоновская функция, $\tilde{\Psi}_l(k\rho)$ – квазистационарная волновая функция, нормированная на единицу во “внутренней области” ρ_{in} и полученная решением уравнения Шрёдингера с потенциалом V_{eff} и квазистационарным граничным условием $\tilde{\Psi}_l(k\rho_{in}) \sim G_l(k\rho_{in})$, где G_l – нерегулярная в нуле кулоновская функция. В МГГ эффективный угловой момент $l = K + 3/2$ и для $^{17}\text{Ne } 3/2^-$ нужно использовать гипермомент $K \geq 2$ (т.к. это возбужденное состояние).

В первую очередь мы тестируем совпадение результатов, получаемых обоими методами, в широком диапазоне энергий на примере двухчастичных резонансов (с ядерным взаимодействием, описываемым потенциалом Вудса–Саксона). Результаты, показанные на рис. 1, позволяют заключить, что квазиклассическая формула достаточно точна сама по себе (расхождение с интегральной формулой от нескольких процентов до нескольких десятков процентов), причем точность повышается с увеличением барьера и с уменьшением энергии. Также нет проблем с использованием потенциалов с большими диффузностями, которые характерны для случая эффективных трехчастичных потенциалов.

При использовании квазиклассического подхода для трехчастичных распадов необходимо сформировать эффективный потенциал в гипер-

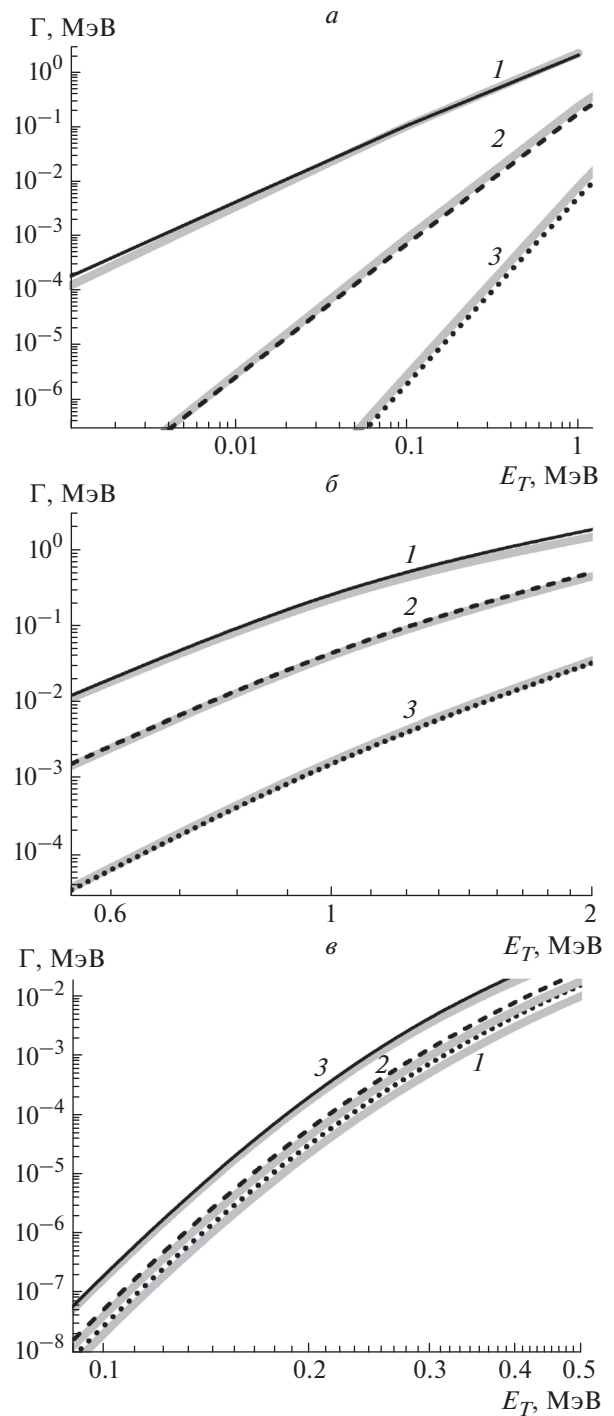


Рис. 1. Зависимость ширины распада от энергии двухчастичного резонанса. Черные линии – расчет в квазиклассическом приближении (1), серые – по интегральной формуле (2). а – Система $2n + 2n$ с параметрами ядерного потенциала $r_0 = 4$ фм и диффузностью $a = 0.001$ фм для следующих значений углового момента: $1-l=1, 2-l=2, 3-l=3$; б – система $^{15}\text{F} \rightarrow ^{14}\text{O} + p$ с $r_0 = 2.96$ фм и $a = 0.001$ фм для $l-l=0, 2-l=1, 3-l=2$; в – та же система $^{15}\text{F} \rightarrow ^{14}\text{O} + p$ с $r_0 = 2.96$ фм и угловым моментом $l=0$ для следующих значений диффузности: $1-a=0.75$ фм, $2-a=1.5$ фм, $3-a=3.0$ фм.

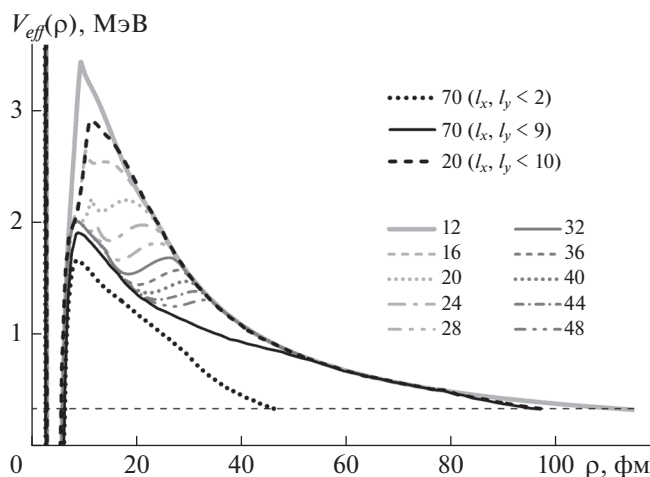


Рис. 2. Эффективные одноканальные потенциалы для квазиклассических расчетов ширины двухпротонного распада состояния $^{17}\text{Ne } 3/2^-$. Энергия двухпротонного распада $E_T = 0.34$ МэВ показана горизонтальной штриховой линией. Серые линии – потенциалы, полученные диагонализацией матрицы потенциалов, рассчитанных в МГГ [2], для разных размеров базиса K_{max} ; черные линии – потенциалы, полученные в рамках МГАР [4]. Соответствующие размеры базиса (а также угловые моменты для МГАР) указаны на графике.

сферическом пространстве, что можно сделать, например, в рамках метода гиперсферического адиабатического разложения (МГАР) [3, 4] или метода гиперсферических гармоник [10].

В работе [4], использующей МГАР, приведены результаты расчетов ширины двухпротонного распада состояния $^{17}\text{Ne } 3/2^-$ в ВКБ-приближе-

нии. Прежде всего, мы обнаружили, что не можем связать значения ширины, приведенные в [4], с кривыми потенциалов, представленными в этой работе, см рис. 2 и табл. 1. Наши квазиклассические расчеты и расчеты по интегральной формуле с теми же V_{eff} хорошо согласуются друг с другом, но находятся в сильном противоречии с результатами, приведенными в [4]. Потенциал, приведенный как финальный результат этого исследования (сплошная черная кривая на рис. 2) дает для распада состояния $^{17}\text{Ne } 3/2^-$ (согласно нашим расчетам) значение ширины $\Gamma = 6.3 \cdot 10^{-12}$ МэВ. Эта величина на порядок превосходит недавний экспериментальный предел [9]. Все это позволяет сделать предположение об ошибочности либо результатов расчета ширины, либо эффективных потенциалов, приведенных в [4].

Чтобы исключить вариант ошибочного представления потенциалов в [4], мы провели собственные расчеты одноканальных эффективных потенциалов с помощью МГГ для различных размеров гиперсферического базиса. Полученные потенциалы также приведены на рис. 2. Несмотря на то, что эти потенциалы получены в рамках другого теоретического метода, имеются большие области совпадения с потенциалами из [4], и размер областей совпадения увеличивается с ростом размера гиперсферического базиса K_{max} . Результаты расчета ширины по этим потенциалам для некоторых значений K_{max} приведены в табл. 2. Колонка “Асимпт.” содержит величины, полученные возможными экстраполяциями к бесконечному базису. Значения ширины, вычисленные обоими способами (как ВКБ, так и ИФ), хорошо согласуются друг с другом, что позволяет сделать вывод о применимости квазиклассического подхода для потен-

Таблица 1. Ширины состояния $^{17}\text{Ne } 3/2^-$ (в МэВ), приведенные авторами [4] и полученные нами с помощью уравнения (1) и (2) для гиперсферических адиабатических эффективных потенциалов V_{eff} из [4]

	$K_{max} = 70, l_x, l_y \leq 2$	$K_{max} = 70, l_x, l_y \leq 9$	$K_{max} = 20, l_x, l_y \leq 10$
[4]	$3.6 \cdot 10^{-12}$	$1.7 \cdot 10^{-14}$	$5.4 \cdot 10^{-16}$
ВКБ (1)	$5.6 \cdot 10^{-6}$	$6.3 \cdot 10^{-12}$	$7.2 \cdot 10^{-14}$
ИФ (2)	$5.1 \cdot 10^{-6}$	$5.7 \cdot 10^{-12}$	$7.7 \cdot 10^{-14}$

Таблица 2. Ширина состояния $^{17}\text{Ne } 3/2^-$ в единицах 10^{-15} МэВ как функция размера гиперсферического базиса K_{max}

K_{max}	12	16	20	24	32	40	48	Асимпт.
ИФ (2)	14.1	27.0	49.9	81.7	171	285	420	1100
ВКБ (1)	9.83	21.8	42.2	71.0	151	251	369	971
МГГ [2]	0.91	1.32	1.70	2.15	3.04	3.86	4.55	6.90
Отношение ВКБ/МГГ	10.8	16.5	24.9	33.0	49.6	65.0	81.0	141

циалов, форма которых характерна для трехчастичных взаимодействий.

Однако, если мы посмотрим на результаты полностью динамических трехчастичных расчетов из работы [2], также приведенные в табл. 2, то увидим, что они дают существенно меньшие значения ширины. Видно, что результаты, полученные квазиклассически с диагонализированными гиперсферическими потенциалами из [2], более чем на порядок превышают результаты полного трехчастичного расчета [2], выполненного динамически. Поэтому мы заключаем, что сведение задачи к одноканальному приближению приводит к значительному повышению ширины распада по сравнению с полностью динамическими трехчастичными расчетами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Наши результаты показывают некорректность применения квазиклассического подхода для определения значений ширины двухпротонного распада состояния $^{17}\text{Ne } 3/2^-$. Этот результат также ставит под вопрос правильность всех результатов, касающихся трехчастичных ширины, полученных в квазиклассическом приближении.

Работа частично поддержана РНФ (проект № 17-12-01367).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Pfützner M., Karny M., Grigorenko L.V., Riisager K.* // *Rev. Mod. Phys.* 2012. V. 84. P. 567.
2. *Grigorenko L.V., Zhukov M.V.* // *Phys. Rev. C.* 2007. V. 76. Art. № 014008.
3. *Garrido E., Fedorov D., Jensen A.* // *Nucl. Phys. A.* 2004. V. 733. P. 85.
4. *Garrido E., Jensen A., Fedorov D.* // *Phys. Rev. C.* 2008. V. 78. Art. № 034004.
5. *Grigorenko L.V., Johnson R.C., Mukha I.G. et al.* // *Phys. Rev. Lett.* 2000. V. 85. P. 22.
6. *Parfenova Y., Grigorenko L., Egorova I. et al.* // *Phys. Rev. C.* 2008. V. 98. Art. № 034608.
7. *Görres J., Wiescher M., Thielemann F.-K.* // *Phys. Rev. C.* 1995. V. 51. P. 392.
8. *Grigorenko L., Mukha I., Zhukov M.* // *Nucl. Phys. A.* 2003. V. 713. № 3–4. P. 372.
9. *Sharov P.G., Fomichev A.S., Bezbakh A.A. et al.* // *Phys. Rev. C.* 2017. V. 96. Art. № 025807.
10. *Grigorenko L.V., Wiser T.D., Mercurio K. et al.* // *Phys. Rev. C.* 2009. V. 80. Art. № 034602.