= ЯДРА =

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ОПИСАНИЕ НЕПОЛНОГО СЛИЯНИЯ ЯДЕР И РЕАКЦИЙ КЛАСТЕРНЫХ И НУКЛОННЫХ ПЕРЕДАЧ

© 2018 г. В. В. Самарин^{*}

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия; Университет "Дубна", Россия Поступила в редакцию 11.01.2018 г.

Численное решение нестационарного уравнения Шредингера применено для изучения динамики неполного слияния ядер, кластерных и нуклонных передач при энергиях вблизи кулоновского барьера. Эволюция волновых функций всех нуклонов использована для описания многонейтронных и многопротонных передач в реакции 40 Ca + 124 Sn. Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Эволюция волновой функции ${}^{\alpha}$ са + 124 Sn использована для вычисления сечений неполного слияния в реакции 12 C + 51 V. Получено согласие с экспериментальными данными (12 C, ${}^{\alpha}$) и (12 C, ${}^{2\alpha}$).

DOI: 10.1134/S0044002718040177

1. ВВЕДЕНИЕ

Касательные неупругие столкновения атомных ядер сопровождаются передачей нуклонов и деформацией поверхностей ядер — возбуждением коллективных степеней свободы. При этом относительное движение тяжелых ядер можно рассматривать на основе классической механики с использованием понятий траектории и угла рассеяния, зависящих от прицельного параметра столкновения. Для внутренних степеней свободы — одночастичных состояний, низколежащих колебаний поверхностей ядер (квадрупольных, октупольных и т.д.) и высоколежащих колебаний (гигантских резонансов) — должно применяться квантовое описание. Характерным параметром при этом может служить минимальное расстояние R_{\min} между центрами ядер. При достаточно больших R_{min} вероятности передач нуклонов и коллективных возбуждений малы, что позволяет использовать приближенные подходы (теорию возмущений, линейные части разложений в ряды, эмпирические модели и т.п.). При малых прицельных параметрах столкновения после преодоления кулоновского барьера происходит захват ядра-снаряда ядроммишенью, который может завершиться неполным или полным слиянием ядер. Касанию и частичному пересечению ядерных поверхностей отвечают глубоконеупругие реакции и значительные передачи нуклонов. В последних случаях значительные изменения волновых нуклонов не позволяют применять теорию возмущений и требуется решение нестационарного уравнения Шредингера. В данной работе такой нестационарный подход применяется как к отдельным нуклонам сталкивающихся ядер, так и к их сильно связанным альфа-кластерам.

2. НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ПОДХОД ДЛЯ ОПИСАНИЯ РЕАКЦИЙ ПЕРЕДАЧ И НЕПОЛНОГО СЛИЯНИЯ ЯДЕР

Численное решение нестационарного уравнения Шредингера [1, 2] дает возможность наглядного изучения динамики неполного слияния, кластерных и нуклонных передач при низкоэнергетических ядро-ядерных столкновениях. Классические уравнения движения центров двух ядер с массами m_1, m_2

$$m_{1}\ddot{\mathbf{r}}_{1} = -\nabla_{\mathbf{r}_{1}}V_{12}\left(|\mathbf{r}_{1} - \mathbf{r}_{2}|\right), \qquad (1)$$
$$m_{2}\ddot{\mathbf{r}}_{2} = -\nabla_{\mathbf{r}_{2}}V_{12}\left(|\mathbf{r}_{1} - \mathbf{r}_{2}|\right)$$

включают ядро-ядерный потенциал V_{12} . Легкая частица массы m движется в зависящем от времени поле $V_1(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1(t)) + V_2(\mathbf{r} - \mathbf{r}_2(t))$ ядерных остовов. Передача легкой частицы с нулевым спином в ходе ядро-ядерного столкновения описывается нестационарным уравнением Шредингера [1]:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V_1(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1(t)) + (2) + V_2(\mathbf{r} - \mathbf{r}_2(t)) \right\} \Psi(\mathbf{r}, t).$$

Передача нуклона описывается нестационарным уравнением Шредингера со спин-орбитальным

^{*}E-mail: samarin@jinr.ru

взаимодействием [2]:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V_1(\mathbf{r}, t) + (3) + V_2(\mathbf{r}, t) + \hat{V}_{LS}^{(1)}(\mathbf{r}, t) + \hat{V}_{LS}^{(2)}(\mathbf{r}, t) \right\} \Psi(\mathbf{r}, t).$$

Потенциальная энергия нуклона и полный оператор спин-орбитального взаимодействия $\hat{V}_{LS}(\mathbf{r},t)$ представлялись в виде суммы центральных потенциалов $V_i(r)$ и операторов $\hat{V}_{LS,i}(\mathbf{r},t)$ для ядраснаряда (i = 1) и ядра-мишени (i = 2). Операторы спин-орбитального взаимодействия имели вид

$$\hat{V}_{LS,i} = -\lambda \frac{\hbar}{\left(2mc\right)^2} \boldsymbol{\sigma} \left[(\nabla V_i) \hat{\mathbf{p}} \right], \qquad (4)$$

где $\hat{\mathbf{p}}$ — оператор импульса, $\boldsymbol{\sigma} = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z\}$ — матрицы Паули, c — скорость света, λ — безразмерная постоянная спин-орбитального взаимодействия. В проведенных расчетах остаточное взаимодействие нуклонов и силы спаривания не учитывались.

Вероятности неполного слияния (i = 1), передачи кластера (i = 2), нуклона (i = 3) и пары нуклонов (i = 4), а также многонуклонных передач $(i = 5, ...) P_i(b)$ при столкновениях с прицельным параметром b могут быть найдены на основе анализа волновой функции Ψ . Соответствующие сечения σ_i вычисляются интегрированием [3, 4] по прицельным параметрам касательных столкновений $b > b_{min}$:

$$\sigma(E) = \int_{b_{\min}}^{\infty} p(b, E) \, b db, \qquad (5)$$

где прицельный параметр b_{\min} соответствует траектории, приводящей к касанию ядерных поверхностей с радиусами $R_i = r_{0i} A_i^{1/3}$.

3. МНОГОНУКЛОННЫЕ ПЕРЕДАЧИ В РЕАКЦИИ ⁴⁰Ca + ¹²⁴Sn

В модели независимых нуклонов начальные волновые функции

$$\Psi(\mathbf{r}, t=0) = \begin{pmatrix} \psi_0(\mathbf{r}) \\ \varphi_0(\mathbf{r}) \end{pmatrix}$$
(6)

определялись из оболочечной модели со средним полем в форме Вудса—Саксона:

$$V_2(r) = -U_0 \left[1 + \exp\left(\frac{r - R_V}{a_V}\right) \right]^{-1},$$
 (7)

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 81 № 4 2018



Рис. 1. Протонные (ε_p) и нейтронные (ε_n) уровни оболочечной модели ядра-снаряда ⁴⁰Са и ядра-мишени ¹²⁴ Sn; самые длинные отрезки — уровни Ферми, самые короткие — незанятые уровни.

с различной глубиной $U_{0,p,n}$ для протонов (p) и для нейтронов (n):

$$U_{0,p} = V_{0,p} \left[1 - c_0 (Z - N) / A \right], \qquad (8)$$

$$U_{0,n} = V_{0,n} \left[1 + c_0 (Z - N) / A \right], \qquad (9)$$

где $R_V = r_0 A^{1/3}$, $c_0 = 0.63$. Значения параметров V_0 , r_0 , a_V , λ среднего поля оболочечной модели были выбраны из условия соответствия теоретических значений среднеквадратичного зарядового радиуса и энергий отделения протонов и нейтронов экспериментальным данным (см., например, [5]). Несколько верхних протонных и нейтронных уровней ядер 40 Са и 124 Sn показаны на рис. 1. Всего же в ядре 40 Са заполнены шесть протонных и нейтронным уровнем $1d_{3/2}$, в ядре 124 Sn заполнены одиннадцать протонных и шестнадцать нейтронных оболочек.

При постановке начальных условий для волновой функции протона был учтен дальнодействующий характер кулоновского взаимодействия с



Рис. 2. Плотность вероятности для протонов ядра ⁴⁰Са с начальными состояниями $1d_{3/2}(a)$ и $2s_{1/2}(b)$ и плотность вероятности для нейтронов ядра ¹²⁴Sn с начальными состояниями $2d_{3/2}(a)$ и $3s_{1/2}(a)$ в момент наибольшего сближения ядер ⁴⁰Са и ¹²⁴Sn при столкновении с энергией в системе центра масс 128 МэВ и прицельным параметром $b = 4 \, \Phi$ м. Расстояние между центрами ядер 12 Φ м, радиусы окружностей равны радиусам ядер.

ядром-мишенью. Волновая функция протона в изолированном ядре-снаряде, помещенном на конечное расстояние от ядра-мишени, предварительно подвергалась медленному (адиабатическому) включению кулоновского взаимодействия с ядроммишенью. Таким образом, эффекты поляризации протонного облака уже были учтены в начальном условии.

Примеры плотности вероятности для внешних протонов ядра ⁴⁰Ca с начальными состояниями $1d_{3/2}$, $2s_{1/2}$ и плотности вероятности для внешних нейтронов ядра ¹²⁴Sn с начальными состояниями $2d_{3/2}$, $3s_{1/2}$ в момент наибольшего сближения ядер ⁴⁰Ca и ¹²⁴Sn показаны на рис. 2. По структуре максимумов и минимумов плотности вероятности легко видеть, что наиболее вероятным является переход внешних протонов из ядра ⁴⁰Ca в ядро ¹²⁴Sn с заселением свободного состояния $2d_{5/2}$. Этому способствует сравнительно небольшая энергия отделения протона от ядра ⁴⁰Ca (8.3 МэВ [5]), небольшая разница в энергиях начальных уровней $1d_{3/2}$, $2s_{1/2}$, $1d_{5/2}$ ядра ⁴⁰Са и конечного уровня $2d_{5/2}$ ядра ¹²⁴Sn. Переходам из начального состояния $2s_{1/2}$ благоприятствует отсутствие центробежного барьера. Аналогичная ситуация имеет место для перехода в состояние $2p_{3/2}$ ядра ⁴⁰Са внешних нейтронов ядра ¹²⁴Sn из состояний $3s_{1/2}$, $2d_{3/2}$, $2d_{5/2}$, $1g_{7/2}$, $1h_{11/2}$. Обратным переходам протонов из ядра ¹²⁴Sn на свободные уровни ядра ⁴⁰Ca и нейтронов из ядра ⁴⁰Ca на свободные уровни ядра ¹²⁴Sn препятствует большая разница в энергиях начальных и конечных уровней.

Пример эволюции плотности вероятности для всех нуклонов при центральном столкновении ядер ${}^{40}\text{Ca} + {}^{124}\text{Sn}$ с энергией в системе центра масс $E_{\text{c.m.}} = 128 \text{ МэВ}$ показан на рис. 3.

Вероятности переходов одного нуклона на свободные уровни другого ядра могут быть найдены по



Рис. 3. Эволюция плотности вероятности всех нуклонов ядер ⁴⁰Са и ¹²⁴Sn при столкновении с энергией в системе центра масс 128 МэВ и прицельным параметром b = 6 Фм. Ходу времени соответствует порядок рисунков (a, δ, β).

приближенной формуле, предложенной в работе [3]

$$p(b, E) = \lim_{t \to \infty} \sum_{k} |a_k(t)|^2, \qquad (10)$$

где a_k – коэффициенты разложения нестационарной волновой функции по волновым функциям одночастичных состояний. Для трех вышеперечис-

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 81 № 4 2018

ленных протонных состояний ядра 40 Са вероятности переходов одного протона на свободные уровни ядра 124 Sn показаны на рис. 4a как функции минимального расстояния между центрами ядер R_{\min} . На дистанциях до вершины кулоновского барьера при $R_{\min} > R_{\rm B}$ логарифмы вычисленных вероятностей с хорошей точностью могут быть сглажены линейной зависимостью

$$\lg p_i(R_{\min}) \approx A_i - B_i R_{\min}.$$
 (11)

На промежутке $R_1 + R_2 \le R_{\min} \le R_B$, как и в работе [3], была использована аппроксимация $p_i = p_i(R_B)$.

Вероятности $P(\Delta Z, R_{\min})$ передачи ΔZ протонов из двенадцати находящихся на оболочках $1d_{3/2}$, $2s_{1/2}$, $1d_{5/2}$ ядра ⁴⁰Са вычисляются стандартными методами с использованием биномиального распределения в сочетании с теоремами сложения и умножения вероятностей. Результаты показаны на рис. 46. Сравнение (на рис. 4*в*) результатов расчетов сечений срыва протонов с экспериментальными данными из работы [6] показывает их удовлетворительную согласованность. Аналогичные результаты для подхвата нейтронов ядром ⁴⁰Са показаны на рис. 5. Согласие результатов расчетов с экспериментальными данными оказывается таким же, как и для срыва протонов.

Для расчета сечений многонуклонных передач достаточно широко применяется разработанная Винтером [7, 8] квазиклассическая модель процессов малонуклонных передач с малой диссипацией энергии, реализованная в программе GRAZING [9]. В основе универсальных расчетных формул этой модели лежат следующие физические предположения: одночастичные передачи независимы и их вероятности малы по сравнению с единицей. Удобную возможность выполнения расчетов массовых и зарядовых распределений с представлением результатов в графической форме дает запуск программы GRAZING на Интернетсервере NRV [5, 10]. Как видно из рис. 5в, оба теоретических подхода, данной работы и модели GRAZING, достаточно хорошо описывают передачи небольшого числа нейтронов (менее четырех)[10]. Для передачи четырех и пяти нейтронов лучшее согласие с экспериментальными данными дает нестационарная модель, а модель GRAZING занижает сечения. Для передач протонов (рис. 4*в*) нестационарная модель удовлетворительно описывает передачи большого числа протонов, в то время как модель GRAZING очень сильно занижает сечения передач более одного протона.

4. α-КЛАСТЕРНЫЕ МОДЕЛИ ЯДРА ¹²С

При энергиях вблизи кулоновского барьера наряду с реакциями нуклонных передач возможны



Рис. 4. Срыв протонов при столкновении ядер ⁴⁰Са + + ¹²⁴Sn с энергией в системе центра масс E = 128 МэВ: a — вероятности p передачи протона ядру ¹²⁴Sn из начальных уровней $1d_{3/2}$ (сплошная кривая), $2s_{1/2}$ (штриховая), $1d_{5/2}$ (штрихпунктирная) ядра ⁴⁰Са как функции минимального расстояния R_{\min} между центрами ядер; δ — вероятности P передачи ΔZ протонов от ядра ⁴⁰Са ядру ¹²⁴Sn — сплошные кривые 1, 2, 3, 4, 5, 6, с номерами, равными ΔZ ; вероятность столкновения без передач протонов $\Delta Z = 0$ — штриховая кривая, стрелки на a, δ указывают дистанцию касания поверхностей ядер $R_1 + R_2$; a — сечения реакций со срывом ΔZ протонов без нейтронных передач ($\Delta N = 0$). Точки: \blacktriangle — экспериментальные данные из работы [6], • — расчет настоящей работы, • — расчет с помощью кода GRAZING [5].



Рис. 5. Подхват нейтронов при столкновении ядер 40 Ca + 124 Sn с энергией в системе центра масс E == 128 МэВ: a — вероятности p передачи нейтрона ядру 40 Са из начальных уровней $1h_{11/2}$ (сплошная кривая), $3s_{1/2}$ и $2d_{3/2}$ (общая штрихпунктирная кривая, кривые совпадают), $2d_{5/2}$ (точечная кривая), $1g_{7/2}$, (штриховая кривая) как функции минимального расстояния R_{min} между центрами ядер; б — вероятности P передачи ΔN нейтронов от ядра ¹²⁴Sn ядру ⁴⁰Са — сплошные кривые 1, 2, 3, 4, 5, с номерами, равными ΔN , вероятность столкновения без передач нейтронов $\Delta N = 0$ — штриховая кривая, стрелки на $a, \, \delta$ указывают дистанцию касания поверхностей ядер $R_1 + R_2; \, s$ — сечения реакций с подхватом ΔZ протонов без нейтронных передач ($\Delta N = 0$). Точки: △ — экспериментальные данные из работы [6]. ● расчет настоящей работы, О — расчет с помощью кода GRAZING [5].



Рис. 6. Плотность вероятности $|\Psi_0|^2$ для альфа-кластерной модели ядра 12 С в координатах Якоби; α -кластеры обозначены кружками радиуса, равного среднеквадратичному зарядовому радиусу ядра 4 Не (1.7 Фм). Наиболее вероятной является треугольная конфигурация, линейная конфигурация имеет малую вероятность.

и передачи кластеров: дейтрона, альфа-частицы и других. Передача *α*-кластеров имеет важное значение для легких ядер, таких, как ¹²C, ¹⁶O, ²⁰Ne, ²⁴Mg, которые можно рассматривать, как состоящие из альфа-кластеров (альфа-частиц) (см., например, [11–14]).

Рассмотрим две α -кластерные модели ядра ¹²С: задача трех тел для α -кластеров и движение кластеров в среднем поле ядра. В первой предполагается, что ядро ¹²С состоит из трех бесспиновых α -кластеров, взаимодействующих друг с другом кулоновскими и ядерными силами. Ядерную часть эффективного потенциала выберем в виде в форме суммы двух функций Вудса—Саксона:

$$V_{\alpha-\alpha}(r) = -\frac{V_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R_V}{a_V}\right)} +$$
(12)
+
$$\frac{U_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R_U}{a_U}\right)}.$$

Значения параметров V_0 , U_0 , R_V , R_U , a_V , a_U ядерной части эффективного потенциала взаимо-

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 81 № 4 2018

действия α -кластеров друг с другом $V_{\alpha-\alpha}(r)$ могут быть выбраны на основе сравнения экспериментальных значений энергии отделения *а*-кластеров от ядер ¹²С и ¹⁶О и результатов расчетов энергии основного состояния E_0 систем из двух, трех и четырех а-кластеров. Отсутствие связанного состояния ⁸Ве в системе двух α -кластеров позволяет сузить область возможных значений искомых параметров. Энергия основного состояния систем трех и четырех *а*-кластеров вычислена с помощью фейнмановских континуальных интегралов в работе [15]. Были найдены следующие значения параметров: $U_0 = 38$ МэВ, $R_V = 3.73$ Фм, $R_U = 2.71$ Фм, $a_V = a_U = 0.512$ Фм при близких значениях $V_0 = 29.75$ МэВ для ядра 12 С и $V_0 = 29.0$ МэВ для ядра 16 О. Распределение плотности вероятности $|\Psi_0(\mathbf{x}, \mathbf{y})|^2 = |\Psi_0(x, y, \cos \theta)|^2$ для трехтельных конфигураций ${}^{12}C(\alpha + \alpha + \alpha)$ показано на рис. 6 в координатах Якоби:

$$\mathbf{x} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1, \quad \mathbf{y} = \mathbf{r}_3 - \frac{1}{2} \left(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 \right), \qquad (13)$$

где \mathbf{r}_i — радиус-вектора кластеров, θ — угол меж-



Рис. 7. *а* — Потенциальная энергия альфа-кластера в среднем поле для ядер: ¹⁶О (сплошная кривая), ¹²С (штриховая), ⁸Ве (штрихпунктирная) и уровни энергии альфа-кластеров (соответствующие горизонтальные отрезки). *б* — Радиальная плотность распределения центров альфа-кластеров в модели взаимодействующих кластеров (сплошная кривая) и в модели альфа-кластеров в среднем поле (штриховая). *в* — Экспериментальное зарядовое распределение в ядре ⁴Не [5, 20]. *г* — Зарядовое распределение в ядре ¹²С: экспериментальное [5, 20] (сплошная кривая) и рассчитанное в модели альфа-кластеров в среднем поле (штриховая).

ду векторами **x** и **y**. Энергии и волновые функции трехкластерной системы можно найти также с помощью разложения по гиперсферическим функциям [16, 17].

В более простой модели ядра ¹²С можно рассматривать состояния независимых α -кластеров в среднем поле, создаваемом остальными кластерами. Для ядерной части среднего поля V(r) была использована форма (12). Графики потенциальной энергии альфа-кластера в легких ядрах показаны на рис. 7а. Они имеют некоторое сходство с потенциалами взаимодействия альфа-частиц с ядром ¹⁶О, приведенными в работах [18, 19]. Параметры среднего поля V(r) были определены с учетом результатов решения трехчастичной задачи (рис. 6, 76), свойств зарядовых распределений в ядрах 12 C, ⁴Не (рис. 7в, 7г). Энергия основного состояния α-кластера равна по модулю энергии отделения альфа-частицы от ядра ¹²С (-7.37 МэВ, [5]). Численное решение радиального уравнения Шредингера с потенциалом $V_1(r)$ дает начальные волновые функции α -кластеров для применения нестационарного подхода к реакциям передачи α -кластеров.

5. ПЕРЕДАЧА α -КЛАСТЕРА И НЕПОЛНОЕ СЛИЯНИЕ ЯДЕР В РЕАКЦИИ 12 C + 51 V

В тяжелых α -радиоактивных ядрах предполагается формирование альфа-частиц в объеме всего ядра (в модели из работ [21, 22]) или в поверхностном слое ядра [23–26]. При распаде альфачастицы благодаря туннельному эффекту преодолевают кулоновский барьер и покидают ядро. Эксперименты по рассеянию альфа-частиц на ядрах [18, 19] позволяют определять потенциал взаимодействия альфа-частицы с ядром более точно до кулоновского барьера и менее точно за барьером внутри ядра (примерно до глубины — 10 МэВ [27]).

Для описания внешней части как потенциала взаимодействия альфа-частицы с остовом тяжело-



Рис. 8. Потенциальная энергия взаимодействия альфа-частицы с ядрами ⁵¹V (сплошная кривая), ⁵⁵Mn (штриховая), ⁵⁹Co (штрихпунктирная) и уровни энергии альфа-кластеров (соответствующие горизонтальные отрезки) в ядрах ⁵⁵Mn (⁵¹V + α), ⁵⁹Cu (⁵⁵Mn + α), ⁵⁵Mn (⁵¹V + α). Точечная кривая — мнимая часть потенциала, описывающая развал (диссоциацию) на нуклоны внутри ядра.

го ядра, так и взаимодействия двух атомных остовов можно применить потенциалы оптической модели (см. например, [5]) или феноменологический ядро-ядерный потенциал Акюза-Винтера [7, 8], построенный на основе фолдинг-потенциалов и включающий кулоновскую (С) и ядерные (N) части

$$V_{\text{AW}}(R) = U_{\text{C}}(R) + U_{N}(R), \quad R \ge R_{1} + R_{2}, \quad (14)$$

$$U_{\rm C}(R) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R},$$
 (15)

$$U_N(r) = -\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \times$$
(16)

$$\times \frac{16\pi\gamma a}{1+\exp\left[(r-R_1-R_2)/a\right]}.$$

Параметры ядерной части потенциала, соответствующие размерам ядер и их поверхностных областей,

$$1/a = 1.17 \Big[1 + 0.53 \Big(A_1^{-1/3} + (17) + A_2^{-1/3} \Big) \Big] [\Phi_{\rm M}^{-1}],$$
$$R_i = \Big(1.20 A_i^{1/3} - 0.09 \Big) \ [\Phi_{\rm M}], \qquad (18)$$

определены путем сравнения с экспериментальными данными по упругому рассеянию и с данными по кулоновскому возбуждению коллективных состояний, параметр γ имеет смысл поверхностного натяжения

$$\gamma = 0.95 \left(1 - 1.8 \frac{N_1 - Z_1}{A_1} \times \right)$$
(19)

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 81 № 4 2018

$$\times \frac{N_2 - Z_2}{A_2} \bigg) \, [\mathsf{M} \mathfrak{s} \mathsf{B} / \Phi_\mathsf{M}^2].$$

Для альфа-частиц с энергиями от 0 до 50 МэВ параметры потенциалов оптической модели для ядер Ar, Cu, Pb приведены в [27]. В простейшей теории альфа-распада тяжелых ядер потенциальная энергия барьеров внутри ядра может быть выбрана двумя способами. В традиционной модели Престона [21, 22] потенциальная энергия альфачастицы постоянна во всем внутреннем объеме ядра. В поверхностной модели Уинслоу [23] потенциальная энергия альфа-частицы постоянна в поверхностном слое ядра, а прониканию альфачастицы внутрь ядерного остова препятствует бесконечно высокая потенциальная стенка при R = $= R_0$. Обоснованием такой модели могут служить несжимаемость ядерной материи из-за отталкивательной сердцевины нуклон-нуклонного потенциала и принцип Паули, а также то, что во внутренней части ядра кластеры с большой вероятностью разваливаются (диссоциируют) на нуклоны. В работе [28] вместо высокой потенциальной стенки был использован мягкий отталкивательный кор, соответствующий кулоновскому полю заряженного шара, радиус которого являлся варьируемым параметром. В настоящей работе реальная часть потенциала включала мягкий отталкивательный кор с радиальной зависимостью типа Вудса-Саксона (рис. 8).

"Собственные" альфа-кластеры тяжелого ядра с энергией, существенно меньшей высоты кулоновского барьера, формируются (из стационарных состояний его нуклонов) и диссоциируют в поверхностном (кластерном) слое. Проникнувшая в ядро извне (при рассеянии на ядре или в реакциях передачи) "внешняя" альфа-частица с энергией, сопоставимой с высотой кулоновского барьера или выше его, может развалиться на нуклоны или нуклонные пары во внутренней части ядра. Такое "поглощение" может быть описано с помощью мнимой части потенциала так же, как в оптической модели. Мнимая часть потенциала может быть задана в виде ступеньки с радиусом действия несколько меньшим радиуса ядра. Поэтому графики энергии взаимодействия внешней альфа-частицы с тяжелыми ядрами могут быть выбраны аналогично тому, как показано на рис. 8. Параметры потенциалов (радиус остова, высоту и крутизну нарастания потенциальной ступеньки для действительной части потенциала, радиус, диффузность и величину для мнимой части потенциала типа Вудса-Саксона) можно определить с учетом экспериментальных данных по сечениям неполного слияния при разных энергиях [29].

Нестационарное уравнение Шредингера было численно решено в работе [30] для волновой функ-



Рис. 9. Плотность вероятности α -кластера ядра ¹²С при столкновении с ядром ⁵¹V при энергии в лабораторной системе $E_{\text{lab}} = 51 \text{ МэВ}$: передача α -кластера с образованием нестабильного ядра ⁸Ве и возбужденного ядра ⁵⁵Мп* (a-a) при прицельном параметре b = 6.5 Фм; передача двух α -кластеров с образованием ядра ⁴Не и возбужденного ядра ⁵⁹Со* (c-e) при b = 5.5 Фм. Радиусы окружностей равны радиусам ядер $R_i = r_0 A_i^{1/3}$, $r_0 = 1.25 \text{ Фм}$.

ции α -кластера ядра ¹²С при столкновении ядер ¹²С + ⁵¹V при энергиях вблизи и выше кулоновского барьера. Динамика перераспределения независимых α -кластеров учитывалась путем видоизменения зависящего от времени потенциала (рис. 7*a* и 8). После касания и пересечения условных ядерных поверхностей система ¹²С(кор + α) + + ⁵¹V трансформировалась в систему ⁸Be(α + α) + + ⁵⁵Mn и, далее, в систему ⁴He + ⁵⁹Co. Это приближение может рассматриваться как обобщение подхода раздельных интервалов орбитального момента для различных каналов: слияния, неполного слияния (¹²С, α), передачи (¹²С, 2α) и развала (¹²С, 3α)[31].

Плотность вероятности для одного из трех α кластеров ядра ¹²С показана на рис. 9. При касательных столкновениях (рис. 9a-e) передача α кластера происходит с вероятностью p(b). При близком контакте ядер (рис. 9e-e) возможны испускание α -кластера из-за развала ядра-снаряда или распада высоковозбужденных состояний переданного α -кластера в ядре-мишени, что уменьшает вероятность передачи p(b). Вероятность передачи α -кластера p(b) показана на рис. 10a. Вероятности полного слияния $P_0(b)$, неполного слияния ("захвата ⁸Be") или канала (¹²C, α) $P_1(b)$ и передачи α -кластера (" α -захват") для канала (¹²C, 2α) $P_2(b)$ равны:

$$P_0(b) = p^3(b), \quad P_1(b) = 3p^2(b) \left[1 - p(b)\right], \quad (20)$$
$$P_2(b) = 3p(b) \left[1 - p(b)\right]^2.$$

Теоретические сечения (5) показывают удовлетворительное согласие с экспериментальными данными работы [32] для каналов (12 C, α) и (12 C, 2α) (рис. 10*б*). Результат для сечения полного слияния при энергиях выше кулоновского барьера ниже, чем экспериментальные значения и теоретические значения, вычисленные для прохождения через кулоновский барьер парциальных волн ядра 12 C [5]. По-видимому приближение независимой передачи α -кластеров не вполне корректно для описания полного слияния. Однако предложенная модель может быть использована для анализа экспериментальных данных для реакций неполного слияния с 12 C, 16 O и другими α -кластерными ядрами.



Рис. 10. *а* — Вероятность передачи α -кластера p(b) для $E_{lab} = 26$, 30, 36, 51 и 100 МэВ (сплошная, штриховая, точечная, штрихпунктирная и штриховая с двумя точками кривые соответственно); δ — экспериментальные сечения для полного слияния (\blacksquare), неполного слияния в канале (12 С, α) (\circ) и α -передачи в канале (12 С, 2α) (\blacktriangle) из работы [32]. Точечная, штриховая и штрихпунктирная кривые — соответствующие теоретические сечения, вычисленные по формуле (5); сплошная — результат расчета сечения слияния в одномерной модели прохождения ядра 12 С через кулоновский барьер [5].

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Нестационарный квантовый подход успешно применен для описания ряда важных процессов при низкоэнергетических ядро-ядерных столкновениях. Он позволяет исследовать как реакции многонуклонных передач с участием тяжелых и сверхтяжелых ядер, так и передачи альфакластеров в реакциях со сравнительно легкими ядрами ¹²C, ¹⁶O. Метод может быть полезен при исследовании не только низкоэнергетических ядерных реакций.

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 81 № 4 2018

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. V. I. Zagrebaev, V. V. Samarin, and W. Greiner, Phys. Rev. C 75, 035809 (2007).
- В. В. Самарин, ЯФ 78, 133 (2015) [Phys. Atom. Nucl. 78, 128 (2015)].
- М. А. Науменко, В. В. Самарин, Ю. Э. Пенионжкевич, Н. К. Скобелев, Изв. РАН Сер. физ. 80, 294 (2016) [Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 80, 264 (2016)].
- М. А. Науменко, В. В. Самарин, Ю. Э. Пенионжкевич, Н. К. Скобелев, Изв. РАН Сер. физ. 81, 784 (2017) [Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 81, 710 (2017)].
- В. И. Загребаев, А. С. Деникин, А. В. Карпов и др., Сетевая база знаний NRV по ядерной физике низких энергий [NRV web knowledge base on low-energy nuclear physics, http://nrv.jinr.ru/].
- L. Corradi, J. H. He, D. Ackermann, A. M. Stefanini, A. Pisent, S. Beghini, G. Montagnoli, F. Scarlassara, G. F. Segato, G. Pollarolo, C. H. Dasso, and A. Winther, Phys. Rev. C 54, 201 (1996).
- 7. A. Winther, Nucl. Phys. A 594, 203 (1995).
- 8. A. Winther, Nucl. Phys. A 572, 191 (1994).
- 9. http://personalpages.to.infn.it/~nanni/grazing/
- 10. В. В. Самарин, Изв. РАН Сер. физ. 77, 904 (2013) [Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 77, 820 (2013)].
- 11. H. Horiuchi, K. Ikeda, and K. Kato, Prog. Theor. Phys. Suppl. **192**, 1 (2012).
- 12. T. Ichikawa, J. A. Maruhn, N. Itagaki, and S. Ohkubo, Phys. Rev. Lett. **107**, 112501 (2011).
- С. Б. Дубовиченко, Свойства легких атомных ядер в потенциальной кластерной модели (Данекер, Алматы, 2004).
- 14. M. Freer, R. R. Betts, and A. H. Wuosmaa, Nucl. Phys. A 587, 36 (1995).
- В. В. Самарин, М. А. Науменко, ЯФ 80, 473 (2017) [Phys. Atom. Nucl. 80, 877 (2017)].
- Р. И. Джибути, К. В. Шитикова, Метод гиперсферических функций в атомной и ядерной физике (Энергоиздат, Москва, 1993).
- 17. V. V. Samarin, Nuclear Theory 36, 233 (2017).
- K. Langanke, R. Stademann, and D. Frekers, Phys. Rev. C 29, 40 (1984).
- 19. K. Langanke, Nucl. Phys. A 373, 493 (1982).
- 20. I. Sick, Phys. Lett. B 116, 212 (1982).
- 21. М. Престон, *Физика ядра* (Мир, Москва, 1964) [M. A. Preston, *Physics of the nucleus* (Addison-Wesley Publishing Company, London, 1962)].
- 22. M. A. Preston, Phys. Rev. 71, 865 (1947).
- 23. G. H. Winslow, Phys. Rev. 96, 1032 (1954).
- 24. H. J. Mang, Phys. Rev. 119, 1069 (1960).
- G. G. Adamian, N. V. Antonenko, R. V. Jolos, Yu. V. Palchikov, W. Scheid, and T. M. Shneidman, *A*Φ **67**, 1729 (2004) [Phys. Atom. Nucl. **67**, 1701 (2004)].
- G. G. Adamian, N. V. Antonenko, R. V. Jolos, Yu. V. Palchikov, W. Scheid, and T. M. Shneidman, *β*Φ **67**, 1737 (2004) [Phys. Atom. Nucl. **67**, 1709 (2004)].
- 27. G. Igo, Phys. Rev. 115, 1665 (1959).
- 28. В. В. Самарин, Изв. РАН Сер. физ. **78**, 1388 (2014) [Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **78**, 1124 (2014)].

- Pushpendra P. Singh, B. P. Singh, Manoj Kumar Sharma, Unnati, Devendra P. Singh, R. Prasad, Rakesh Kumar, and K. S. Golda, Phys. Rev. C 77, 014607 (2008).
- 30. V. V. Samarin, J. Phys.: Conf. Ser. **863**, 012041 (2017).
- K. Siwek-Wilczyńska, E. H. du Marchie van Voorthuysen, J. van Popta, R. H. Siemssen, and J. Wilczyński, Nucl. Phys. A 330, 150 (1979).
- 32. D. J. Parker, J. Asher, T. W. Conlon, and I. Naqib, Phys. Rev. C **30**, 143 (1984).

TIME-DEPENDENT DESCRIPTION OF INCOMPLETE FUSION, CLUSTER AND NEUTRON TRANSFER REACTIONS

V. V. Samarin

The numerical solution of the time-dependent Schrödinger equation is applied to analysis of dynamics of incomplete fusion of nuclei, cluster and nucleon transfer at energies near the Coulomb barrier. The evolution of wave functions of all nucleons is used for the description of multineutron and multiproton transfer in reaction ${}^{40}\text{Ca} + {}^{124}\text{Sn}$. The results of calculations are in satisfactory agreement with experimental data. The evolution of the α -cluster wave function of ${}^{12}\text{C}$ nucleus is used for calculation of incomplete fusion cross sections for reaction ${}^{12}\text{C} + {}^{51}\text{V}$. Agreement with experimental data for channels (${}^{12}\text{C}, \alpha$) and (${}^{12}\text{C}, 2\alpha$) is obtained.