

ПРАВИЛО СУММ ГОТТФРИДА В КХД-НЕСИНГЛЕТНОМ АНАЛИЗЕ ДАННЫХ ПО ГНР

© 2018 г. А. В. Котиков*, В. Г. Кривохижин, Б. Г. Шайхатденов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия

*E-mail: kotikov@theor.jinr.ru

Поступила в редакцию 30.10.2017 г.

Данные для структурной функции F_2 , полученные в экспериментах с фиксированной мишенью, проанализированы в приближении валентных кварков с точностью до второго порядка по константе взаимодействия, при этом партонные функции распределения параметризованы с использованием правила сумм Готтфрида. Для константы сильного взаимодействия получено значение $\alpha_s(M_Z^2) = 0.1180 \pm 0.0020$ (полная эксп. ошибка), что находится в прекрасном согласии со средним мировым значением $\alpha_s^{\text{PDG}}(M_Z^2) = 0.1181 \pm 0.0011$. Также получен результат для второго момента разности между u - и d -кварковыми распределениями $\langle x \rangle_{u-d} = 0.187 \pm 0.021$, хорошо согласующийся с недавним значением, полученным в расчетах на решетке $\langle x \rangle_{u-d}^{\text{LATTICE}} = 0.208 \pm 0.024$.

DOI: 10.7868/S0044002718020113

1. ВВЕДЕНИЕ

Глубоконеупругое лептон-адронное рассеяние (ГНР) — это основной процесс для изучения свойств партонных функций распределения (ПФР), которые являются универсальными в используемой схеме вычислений и могут быть применены в последующих анализах различных процессов.

Распределение валентных кварков¹⁾ является самым простым из-за отсутствия вклада глюонов в его эволюцию. При использовании других ПФР существуют сильные корреляции между значениями константы сильного взаимодействия $\alpha_s(M_Z^2)$ и глюонной плотности, выделяемых из экспериментальных данных. Поэтому НС-приближение очень хорошо подходит для оценки константы сильной связи.

Современный уровень анализа обычно основан на учете первых трех порядков теории возмущений (ТВ) (так называемое next-to-next-to-leading-order (NNLO) приближение). Первый НС-анализ на NNLO-уровне [1] показал небольшое снижение средних значений $\alpha_s(M_Z^2)$ по отношению к полученным в соответствующем next-to-leading-order (NLO) анализе, где были учтены только первые два порядка ТВ. Аналогичное поведение было обнаружено и в других анализах (см., например, недавний обзор [2]).

Отметим, что NNLO-анализ в [1] содержал лишь данные Коллаборации VCDMS, которые, как правило, приводят к заниженным значениям константы сильной связи, что иногда называется

эффектом VCDMS. Как недавно было показано в [3, 4], VCDMS-данные [5–7] могут быть ответственными за большие различия как в результатах для сечений, так и в величинах извлеченных параметров, полученных в различных исследованиях с использованием ПФР-групп ABM [8] и JR [9], с одной стороны, и ПФР-групп CTEQ [10], NN21 [11] и MSTW [12], с другой²⁾. Действительно, результаты в [8, 9] были получены путем фитирования в основном данных процесса ГНР, в то время как другие группы [10–12] использовали в своих анализах также экспериментальные данные иных процессов (см. [14] и приведенные там ссылки).

В работе [15] было показано, что данные Коллаборации VCDMS были получены с большими систематическими ошибками в некоторых областях кинематических переменных, которые, предположительно, могут отвечать за эффективное снижение величины $\alpha_s(M_Z^2)$ (см. [3, 4, 15–18]).

Цель настоящей работы состоит в том, чтобы наложить дополнительные ограничения на ПФР с помощью правила сумм Готтфрида [19] и определить значения константы сильной связи и второго момента Меллина $\langle x \rangle_{u-d}$. Последняя величина представляет особый интерес для исследователей, работающих в рамках решеточной КХД.

Заметим, что без использования правила сумм Готтфрида результаты фитов, выполненных

¹⁾ Часто его называют несинглетным приближением (НС).

²⁾ Низкие значения $\alpha_s(M_Z^2)$ в [8, 9] могут быть также частично объяснены [13] как результат использования схемы с фиксированным числом ароматов.

в нашей предыдущей статье [3], приводили к очень большой погрешности при оценке значения второго момента Меллина. В настоящей работе мы включим это правило сумм явно в параметризацию плотностей партонов (см. разд. 2.1 ниже), чтобы уменьшить эту погрешность.

2. МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ

Как мы уже упоминали во Введении, одной из наиболее удобных величин для аккуратного извлечения $\alpha_s(M_Z^2)$ является Q^2 -эволюция валентной части структурной функции (СФ) F_2 ГНР. Такой процесс определения константы сильной связи свободен от каких-либо корреляций с глюонной плотностью. Поэтому в нашем анализе сконцентрируемся на изучении этой валентной части.

Так как мы ограничиваем наш анализ только большими значениями переменной Бьеркена x , экспериментальные данные для полной структурной функции $F_2(x, Q^2)$ могут быть рассмотрены при работе с НС-приближением. В этом наше исследование следует оригинальному анализу Коллаборации VCDMS, сделанному в [20], где было показано, что НС-аппроксимация справедлива при больших значениях x (см. также предыдущее изучение плотности глюонов в [21]) при исследовании так называемого наклона СФ F_2 , т.е. $d \ln F_2(x, Q^2)/d \ln Q^2$.

Теоретически это можно объяснить следующим образом. Исследование Q^2 -эволюции СФ F_2 с целью извлечения (нормировки) константы сильного взаимодействия основано на уравнении Докшицера–Грибова–Липатова–Алтарелли–Паризи (ДГЛАП) [22], где наклоны ПФР, $d \ln f_a(x, Q^2)/d \ln Q^2$, ($a = q, g$), связаны с интегралами плотностей партонов, которые учитываются вместе с соответствующими ядрами $P_{ab}(x)$ ($a, b = q, g$). Ведущий вклад в СФ F_2 обеспечивается плотностью кварков $f_q(x, Q^2)$, тогда как глюонное распределение дает прямой вклад только в следующем за лидирующим порядке.

В ведущем порядке ТВ глюоны дают вклад в СФ F_2 только через эволюцию кварковых распределений. В согласии с предсказаниями правил кваркового счета [23] при больших значениях x глюонная плотность существенно мягче, чем кварковая, $f_g(x, Q^2)/f_q(x, Q^2) \sim (1-x)$. Более того, она дает вклад в величину наклона распределения кварков $d \ln f_q(x, Q^2)/d \ln Q^2$ вместе с ядром $P_{qq}(x)$, что приводит к дополнительному подавлению $\sim(1-x)$ для больших значений x . Конечно, это незначительный вклад по сравнению с соответствующим кварковым, поскольку последний более жесткий и, более того, усиливается с ядром $P_{qq}(x)$,

имеющим поведение $\sim \ln(1-x)$ при больших значениях x .

За пределами ведущего порядка теории возмущения плотность глюонов дает вклад непосредственно в СФ F_2 , но с подавляющим фактором $\sim \alpha_s$ по сравнению с кварковым вкладом. Более того, существует еще и дополнительное подавление относительного вклада плотности глюонов. Действительно, заметим, что вклад плотности кварков в СФ F_2 умножается на коэффициентные функции, при больших значениях x растущие как $\sim \alpha_s \ln^2(1-x)$ и $\sim \alpha_s^2 \ln^4(1-x)$ [24] в NLO и NNLO соответственно, в то время как коэффициенты перед плотностью глюонов имеют следующий вид: $\sim (1-x)\alpha_s \ln(1-x)$ и $\sim (1-x)\alpha_s^2 \ln^3(1-x)$ (см. [25]). Эти асимптотические выражения дают наглядное объяснение наблюдаемой близости результатов для значений констант сильной связи, полученных в рамках НС-подхода и полного анализа, проведенных в NLO-приближении (см. [16, 20, 21]). Более того, их вид позволяет ожидать подобного поведения вкладов плотностей глюонов и кварков в NLO и NNLO при достаточно больших значениях x . Тем не менее такие спекулятивные соображения должны быть проверены соответствующими численными исследованиями. Мы планируем проанализировать их в наших последующих работах с помощью ПФР, сгенерированных из кодов, созданных группами [8–12].

Итак, структурная функция $F_2(x, Q^2)$ ГНР исследуется путем анализа экспериментальных данных [5–7, 26–28] Коллабораций SLAC, NMC и VCDMS в NNLO-приближении в рамках безмассовой КХД. Как и в наших предыдущих работах, функция $F_2(x, Q^2)$ представлена как сумма вкладов ведущего (второго) и четвертого твистов:

$$F_2(x, Q^2) = F_2^{p\text{QCD}}(x, Q^2) \left(1 + \frac{\tilde{h}_4(x)}{Q^2} \right), \quad (1)$$

где $F_2^{p\text{QCD}}(x, Q^2)$ обозначает вклад второго твиста с включенной поправкой за счет массы мишени. Вторым слагаемым $\sim \tilde{h}_4(x)$ представлена ненулевая поправка за счет четвертого твиста. Более подробная информация о деталях анализа экспериментальных данных может быть найдена в работах [16, 18].

2.1. Партонные плотности

Моменты $\mathbf{f}_i(n, Q^2)$ ПФР ($i = \text{NS}, q, g$) при некотором значении Q_0^2 являются исходными данными в нашем анализе. При накладывании ограничения $x \geq 0.25$ должна быть учтена только НС-партонная плотность и мы используем следующие параметризации ее нормировки: для дейтронной

$\tilde{f}_D(x, Q^2)$, углеродной $\tilde{f}_C(x, Q^2)$ и протонной $\tilde{f}_H(x, Q^2)$ плотностей:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(n, Q^2) &= \int_0^1 dx x^{n-2} \tilde{\mathbf{f}}(x, Q^2), \quad (2) \\ \tilde{f}_{D,C}(x, Q^2) &= \\ &= A_{D,C}(Q^2) [1-x]^{b_{D,C}(Q^2)} [1+d_{D,C}(Q^2)x], \\ \tilde{f}_H(x, Q^2) &= \tilde{f}_D(x, Q^2) + \\ &+ \frac{I_2}{N_H} x^{\lambda_H(Q^2)} [1-x]^{b_H(Q^2)} [1+d_H(Q^2)x], \end{aligned}$$

где $A(Q^2)$, $\lambda(Q^2)$, $b(Q^2)$ и $d(Q^2)$ – некоторые коэффициентные функции. Нормировочная константа N_H имеет вид

$$\begin{aligned} N_H &= \int_0^1 \frac{dx}{x} x^{\lambda_H(Q^2)} [1-x]^{b_H(Q^2)} [1+d_H(Q^2)x] = (3) \\ &= \frac{\Gamma(\lambda_H(Q^2)) \Gamma(1+b_H(Q^2))}{\Gamma(1+\lambda_H+b_H(Q^2))} \times \\ &\times \left[1 + d_H(Q^2) \frac{\lambda_H(Q^2)}{1+\lambda_H+b_H(Q^2)} \right], \end{aligned}$$

а фактор I_2 связан с правилом сумм Готтфрида I_G [19] (см. также обзор [29]) следующим образом:

$$\begin{aligned} I_G(Q^2) &= C_{NS}(a_s(Q^2)) I_2(Q^2) = (4) \\ &= (1 + B_G a_s^2(Q^2)) I_2(Q^2), \quad a_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi}, \end{aligned}$$

где [30–32]

$$B_G \equiv B_{NS}^{(2)}(n=1) \approx -0.615732. \quad (5)$$

Как видно из формул (2), правило сумм Готтфрида непосредственно включено в нормировку плотностей партонов. Здесь мы придерживаемся стандартного приближения, что плотности дейтрона и углерода содержат только синглетные части, а разница дейтронной и протонной плотностей является чисто несинглетной.

Заметим, что результат (5) не может быть получен непосредственно в стандартных вычислениях меллиновских моментов СФ F_2 с помощью оптической теоремы и результатов для сечения рассеяния вперед (см., например, обзор [33] и обсуждения в нем). Такой стандартный подход

обеспечивает вычисление только четных моментов Меллина. Величина B_G в (5) получается из аналитического продолжения [32, 34] результатов для четных моментов Меллина или через интегралы соответствующих ядер расщепления в x -пространстве, полученных в свою очередь из четных моментов Меллина и некоторых дополнительных свойств симметрии [30, 31]. Оба подхода приводят к одинаковым результатам.

Правило сумм Готтфрида I_G имеет вид:

$$I_G(Q^2) = 1 - 2 \int_0^1 \frac{dx}{x} (\mathbf{f}_d(x, Q^2) - \mathbf{f}_u(x, Q^2)). \quad (6)$$

Экспериментально при $Q_c^2 = 4 \text{ ГэВ}^2$ было получено (см. [35])

$$I_G(Q_c^2) = 0.705 \pm 0.078, \quad (7)$$

следовательно, существует достаточно большой вклад от второго слагаемого правой части (6), т.е. от асимметричного моря.

2.2. Процедура фитирования

Как и во всех предыдущих наших работах по данной теме, мы используем метод полиномов Якоби (см., например, [36–38]). Из КХД-выражения для моментов Меллина $M_n^{p\text{QCD}}(Q^2)$ (см., например, [18]) СФ $F_2^{p\text{QCD}}(x, Q^2)$ реконструируются с помощью метода разложения по полиномам Якоби:

$$\begin{aligned} F_2^{p\text{QCD}}(x, Q^2) &= x^a (1-x)^b \sum_{n=0}^{N_{\max}} \Theta_n^{a,b}(x) \times \\ &\times \sum_{j=0}^n c_j^{(n)}(a, b) M_{j+2}^{p\text{QCD}}(Q^2), \end{aligned}$$

где $\Theta_n^{a,b}$ – полиномы Якоби, а a, b – параметры, определяемые из фитов экспериментальных данных, на которые накладывается требование минимальной погрешности при реконструкции структурных функций. Как обычно, используется пакет MINUIT [39] для минимизации значения χ^2 в описании двух переменных, а именно самой СФ F_2 и ее логарифмического “наклона” $d \ln F_2(x, Q^2) / d \ln \ln(Q^2 / \Lambda^2)$. Разложение на твисты считается применимым выше $Q^2 \sim 1 \text{ ГэВ}^2$, поэтому нами введено глобальное ограничение $Q^2 \geq 1 \text{ ГэВ}^2$ для всего анализа.

Как уже было найдено в [18, 37], результаты НС-анализов независимы от значения N_{\max} , если $N_{\max} \geq 8$. Таким образом, в настоящей работе мы берем $N_{\max} = 8$.

Для различных экспериментов мы используем свободную нормировку данных. В качестве эталонного набора используются наиболее стабильные данные Коллаборации VCDMS при рассеянии на дейтроне для значения начальной энергии пучка $E_0 = 200$ ГэВ. Если другие наборы данных принимаются в качестве эталонных, изменение конечных результатов оказывается незначительным. В случае фиксированной нормировки для каждого набора данных фиты, как правило, дают немного худшее значение χ^2 .

3. Q^2 -ЗАВИСИМОСТЬ МОМЕНТОВ СФ F_2

Q^2 -зависимость части моментов СФ, содержащей только твист-2,

$$M_n(Q^2) = \int_0^1 x^{n-2} F_2(x, Q^2) dx, \quad (8)$$

имеет следующий вид:

$$M_n^{\text{NS}}(Q^2) = R_n^{\text{NS}} \times \tilde{M}_n^{\text{NS}}(Q^2), \quad (9)$$

где R_n^{NS} – нормировочная константа, а величина \tilde{M} , рассчитываемая в рамках ТВ, содержит произведение коэффициентной функции $C_{\text{NS}}(n, a_s(Q^2))$ и “ренормгрупповой экспоненты” $h^{\text{NS}}(n, Q^2)$:

$$\tilde{M}_n^{\text{NS}}(Q^2) = C_{\text{NS}}(n, a_s(Q^2)) h^{\text{NS}}(n, Q^2), \quad (10)$$

с

$$C_{\text{NS}}(n, a_s(Q^2)) = 1 + a_s(Q^2) B_{\text{NS}}^{(1)}(n) + a_s^2(Q^2) B_{\text{NS}}^{(2)}(n) + \mathcal{O}(a_s^3(Q^2)) \quad (11)$$

и

$$h^{\text{NS}}(n, Q^2) = a_s(Q^2)^{\frac{\gamma_{\text{NS}}^{(0)}(n)}{2\beta_0}} \times \left[1 + a_s(Q^2) Z_{\text{NS}}^{(1)}(n) + a_s^2(Q^2) Z_{\text{NS}}^{(2)}(n) + \mathcal{O}(a_s^3(Q^2)) \right], \quad (12)$$

где

$$Z_{\text{NS}}^{(1)}(n) = \frac{1}{2\beta_0} \left[\gamma_{\text{NS}}^{(1)}(n) - \gamma_{\text{NS}}^{(0)}(n) b_1 \right], \quad b_i = \frac{\beta_i}{\beta_0}, \quad (13)$$

$$Z_{\text{NS}}^{(2)}(n) = \frac{1}{4\beta_0} \left[\gamma_{\text{NS}}^{(2)}(n) - \gamma_{\text{NS}}^{(1)}(n) b_1 + \gamma_{\text{NS}}^{(0)}(n) (b_1^2 - b_2) \right] + \frac{1}{2} \left(Z_{\text{NS}}^{(1)}(n) \right)^2.$$

Здесь $\gamma_{\text{NS}}^{(k)}(n)$ – коэффициенты перед степенями a_s в разложении аномальной размерности $\gamma_{\text{NS}}(n, a_s)$.

Эволюция моментов $M_n(f, Q^2)$ внутри интервала с одинаковым значением f активных кварков имеет простой вид [17]:

$$\frac{M_n(f, Q_1^2)}{M_n(f, Q_2^2)} = \frac{\tilde{M}_n(f, Q_1^2)}{\tilde{M}_n(f, Q_2^2)}. \quad (14)$$

4. ПОРОГИ РОЖДЕНИЯ КВАРКОВ

Следуя [17], на пороге рождения кварка сорта f , $Q^2 = Q_f^2$, СФ $F_2(x, Q^2)$ (1) и все ее моменты (8) демонстрируют гладкое поведение в НС-приближении (здесь фактор f обозначает область s - f -активными кварками):

$$M_n(f, Q_f^2) = M_n(f-1, Q_f^2). \quad (15)$$

Как результат, получаем связь между нормировками $R_n(f)$ при разных значениях f (в этом разделе индекс NS опустим для упрощения восприятия формул):

$$\frac{R_n(f)}{R_n(f-1)} = \frac{\tilde{M}_n(f-1, Q_f^2)}{\tilde{M}_n(f, Q_f^2)}. \quad (16)$$

Таким образом, если Q^2 и Q_0^2 – такие величины, которые соответствуют интервалам с различными значениями активных кварков, например, $f = 4$ и $f = 5$, то соответственно эволюция моментов СФ от Q_0^2 к Q^2 должна содержать следующий фактор:

$$\frac{M_n(f=4, Q^2)}{M_n(f=4, Q_{f=5}^2)} \frac{M_n(f=5, Q_{f=5}^2)}{M_n(f=5, Q_0^2)}, \quad (17)$$

который согласно (15) будет выглядеть как

$$\frac{M_n(f=4, Q^2)}{M_n(f=5, Q_0^2)} = \frac{\tilde{M}_n(f=4, Q^2) R_n(f=4)}{\tilde{M}_n(f=5, Q_0^2) R_n(f=5)}, \quad (18)$$

а константа сильного взаимодействия приобретает дополнительные члены (см. [40] и ссылки в ней)

$$\frac{a_s(f-1, Q_f^2)}{a_s(f, Q_f^2)} = 1 - \frac{2}{3} l_f a_s(f, Q_f^2) + \frac{4}{3} \left(l_f^2 - \frac{57}{2} l_f + \frac{11}{2} \right) a_s^2(f, Q_f^2), \quad (19)$$

$$\frac{a_s(f, Q_f^2)}{a_s(f-1, Q_f^2)} = 1 + \frac{2}{3} l_f a_s(f-1, Q_f^2) + \frac{4}{3} \left(l_f^2 + \frac{57}{2} l_f - \frac{11}{2} \right) a_s^2(f-1, Q_f^2) \quad (20)$$

с

$$l_f = \ln(Q_f^2/m_f^2), \quad (21)$$

где m_f обозначает массу кварка сорта f .

Аналогично, если значения Q^2 и Q_0^2 относятся к интервалам с $f = 3$ и $f = 5$, тогда эволюция M_n от Q_0^2 к Q^2 должна содержать следующий фактор:

$$\frac{M_n(f=3, Q^2)}{M_n(f=3, Q_{f=4}^2)} \frac{M_n(f=4, Q_{f=4}^2)}{M_n(f=4, Q_{f=5}^2)} \frac{M_n(f=5, Q_{f=5}^2)}{M_n(f=5, Q_0^2)}, \quad (22)$$

который согласно (15) упрощается как

$$\frac{M_n(f=3, Q^2)}{M_n(f=5, Q_0^2)} = \frac{\tilde{M}_n(f=3, Q^2)}{\tilde{M}_n(f=5, Q_0^2)} \frac{R_n(f=3)}{R_n(f=5)}. \quad (23)$$

Другими словами, значения моментов на самих порогах вклада не дают, так как всегда сокращаются согласно (15)³⁾.

Таким образом, если значение $Q^2(Q_0^2)$ принадлежит интервалу с числом $f(f_0)$ активных кварков, то эволюция оказывается очень простой:

$$\frac{M_n(f, Q^2)}{M_n(f_0, Q_0^2)} = \frac{\tilde{M}_n(f, Q^2)}{\tilde{M}_n(f_0, Q_0^2)} \frac{R_n(f)}{R_n(f_0)}. \quad (24)$$

Возвращаясь к правилу сумм Готтфрида, получаем, что $I_G(f, Q^2) \equiv M_{n=1}(f, Q^2)$ является гладким в точке $Q^2 = Q_f^2$:

$$I_G(f, Q_f^2) = I_G(f-1, Q_f^2), \quad (25)$$

и эволюция имеет вид (если значение $Q^2(Q_0^2)$ принадлежит интервалу с числом $f(f_0)$ активных кварков)

$$\frac{I_G(f, Q^2)}{I_G(f_0, Q_0^2)} = \frac{\tilde{M}_{n=1}(f, Q^2)}{\tilde{M}_{n=1}(f_0, Q_0^2)} \frac{R_{n=1}(f)}{R_{n=1}(f_0)}. \quad (26)$$

Заметим, что значение \tilde{M}_n упрощается при $n = 1$, так как $B_{NS}^{(1)}(n = 1) = 0$ и $\gamma_{NS}^{(0)}(n = 1) = 0$.

³⁾ Это утверждение верно только формально, поскольку нормировка $R_n(f)$ переопределяется значениями моментов на порогах (см. (16)). Таким образом, значения моментов на порогах дают вклад через нормировку $R_n(f)$.

Действительно,

$$C_{NS}(n = 1, a_s(Q^2)) = 1 + a_s^2(Q^2) B_G + \mathcal{O}(a_s^3(Q^2)) \quad (27)$$

и

$$h^{NS}(n, Q^2) = 1 + a_s(Q^2) d_1 + \quad (28)$$

$$+ \frac{1}{2} a_s^2(Q^2) [d_2 + (d_1 - b_1) d_1],$$

$$b_1 = \frac{\beta_1}{\beta_0}, \quad d_i = \frac{\gamma_{NS}^{(i)}(n = 1)}{2\beta_0},$$

с ([32, 41])

$$\gamma_{NS}^{(1)}(n = 1) = \frac{8}{9} [13 + 8\zeta_3 - 12\zeta_2] \approx 7.28158, \quad (29)$$

$$\gamma_{NS}^{(2)}(n = 1) \approx 161.713785 - 2.429260f$$

(см. также уравнения (4) и (5)).

Заметим, что $I_2(Q^2)$ может быть получен для любого значения Q^2 путем обращения уравнения (4):

$$I_2(Q^2) = \frac{I_G(Q^2)}{1 + B_G a_s^2(Q^2)}, \quad (30)$$

где B_G дается в (5).

5. РЕЗУЛЬТАТЫ

Поскольку анализ основан на рассмотрении распределений валентных кварков и не связан с глюонами, мы накладываем ограничение на переменную Бьеркена $x \geq 0.25$, что эффективно исключает область, где плотность глюонов ненулевая. Так как разложение по твистам применимо только при значениях Q^2 , больших чем ~ 1 ГэВ², ограничение $Q^2 \geq 1$ ГэВ² накладывается на все данные.

В качестве стартовой взята точка эволюции при $Q_0^2 = 90$ ГэВ². Это значение Q_0^2 близко к среднему значению Q^2 анализируемых экспериментальных данных. Пороги рождения тяжелых кварков взяты при $Q_f^2 = m_f^2$ с $m_c = 1.27$ ГэВ и $m_b = 4.28$ ГэВ (см. [42]).

5.1. Партонные функции распределения, константа сильного взаимодействия и поправки за счет высших твистов

Как и в работах [16, 17], данные с большими систематическими ошибками исключены из рассмотрения путем введения некоторых ограничений на кинематическую переменную Y . Последние введены для $x \geq 0.25$ и $N_{Y_{cut}} = 5$ (см. табл. 1 в [16, 17]). Таким образом, полный набор данных состоит из 756 точек.

Таблица 1. Значения параметра $\tilde{h}_4(x)$

x	$\lambda_H = 0.5$	Произвольное λ_H
0.275	-0.167 ± 0.011	-0.167 ± 0.013
0.35	-0.205 ± 0.007	-0.205 ± 0.007
0.45	-0.161 ± 0.020	-0.162 ± 0.020
0.55	-0.137 ± 0.040	-0.138 ± 0.040
0.65	-0.129 ± 0.072	-0.132 ± 0.074
0.75	-0.148 ± 0.117	-0.148 ± 0.121

В результате анализа получены следующие значения параметров для ПФР (2) при $Q_0^2 = 90$ ГэВ²:

1) в случае фиксированного значения $\lambda_H(Q^2) = 0.5$:

$$A(D_2) = 2.362 \pm 0.068,$$

$$A(C) = 3.301 \pm 0.065,$$

$$b(H_2) = 4.256 \pm 0.059,$$

$$b(D_2) = 4.228 \pm 0.022,$$

$$b(C) = 4.224 \pm 0.041,$$

$$d(H_2) = 12.16 \pm 2.35,$$

$$d(D_2) = 3.956 \pm 0.258,$$

$$d(C) = 1.990 \pm 0.252;$$

2) в случае произвольного значения $\lambda_H(Q^2)$:

$$\lambda_H = 0.742 \pm 0.043,$$

$$A(D_2) = 2.362 \pm 0.070,$$

$$A(C) = 3.294 \pm 0.054,$$

$$b(H_2) = 4.314 \pm 0.065,$$

$$b(D_2) = 4.228 \pm 0.023,$$

$$b(C) = 4.226 \pm 0.041,$$

$$d(H_2) = 3.979 \pm 0.941,$$

$$d(D_2) = 3.957 \pm 0.266,$$

$$d(C) = 2.001 \pm 0.248.$$

Как видно, эти результаты очень близки к полученным в [17].

Значения параметров поправки за счет твиста-4 представлены в табл. 1. Хорошо видно, что они практически совпадают и, более того, очень близки к полученным в [17].

Итак, проведя анализ, основанный на несинглетной эволюции, экспериментальных данных Коллабораций SLAC, NMC и VCDMS для СФ F_2

при фиксированном значении $\lambda_H = 0.5$, мы получаем (с $\chi^2/\text{dof} = 1.03$)

$$\alpha_s(M_Z^2) = 0.11795 + \begin{cases} \pm 0.0004 \text{ (стат.)} \pm 0.0018 \text{ (сист.)} \pm 0.0006 \text{ (норм.)}, \\ \pm 0.0019 \text{ (полная эксп. ошибка)}. \end{cases} \quad (31)$$

При произвольном $\lambda_H(Q^2)$ был получен следующий результат (с $\chi^2/\text{dof} = 0.88$):

$$\alpha_s(M_Z^2) = 0.11798 + \begin{cases} \pm 0.0003 \text{ (стат.)} \pm 0.0019 \text{ (сист.)} \pm 0.0005 \text{ (норм.)}, \\ \pm 0.0020 \text{ (полная эксп. ошибка)}. \end{cases} \quad (32)$$

Видно, что в пределах ошибок значения константы связи сильного взаимодействия $\alpha_s(M_Z^2)$ практически одинаковы в случаях с фиксированным и произвольным значениями λ_H .

5.2. Второй момент $n = 2$

Второй момент $n = 2$, характеризующий разницу валентных частей распределений u - и d -кварков, активно изучается также в решеточных моделях. Следуя [43–45], оценим его значения.

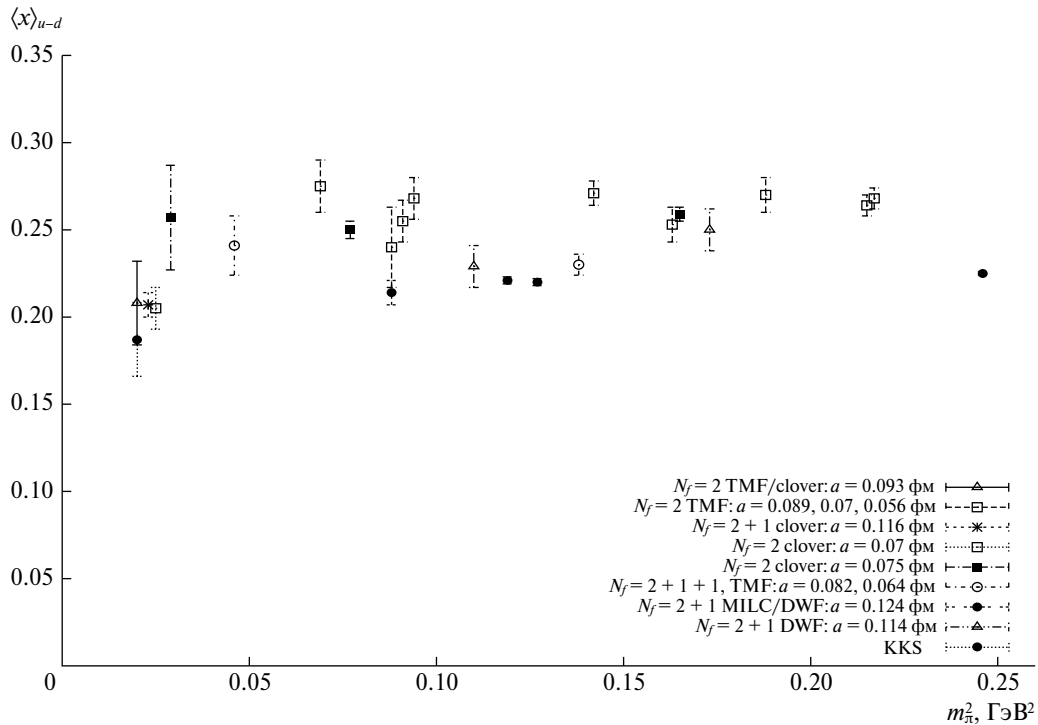
Разница распределений валентных u - и d -кварков может быть извлечена при больших значениях x напрямую из НС-плотностей партонов в протоне и дейтроне:

$$\tilde{f}_u^v(x, Q^2) - \tilde{f}_d^v(x, Q^2) \approx \tilde{f}_H^v(x, Q^2) - \tilde{f}_D^v(x, Q^2), \quad (33)$$

так как здесь вклад морских кварков и антикварков пренебрежим. Действительно, в согласии с правилами кваркового счета [23] при больших значениях x плотность морских кварков подавлена дополнительными факторами, $\sim(1-x)$ и $\sim(1-x)^2$ по сравнению с глюонами и валентными кварками

Таблица 2. Разность $f_u^v(2, Q^2) - f_d^v(2, Q^2)$

Q^2 , ГэВ ²	$\lambda_H = 0.5$	Произвольное λ_H
90	0.110 ± 0.012	0.115 ± 0.013
4	0.139 ± 0.016	0.145 ± 0.016
2	0.150 ± 0.017	0.157 ± 0.017
1	0.179 ± 0.020	0.187 ± 0.021



Результаты вычислений на решетке для второго момента в зависимости от массы пиона m_π , взятые из работы [46]; KKS – наши данные для $\langle x \rangle_{u-d} \equiv \mathbf{f}_u^v(2, Q^2) - \mathbf{f}_d^v(2, Q^2)$, полученные при $Q^2 = 1 \text{ ГэВ}^2$.

соответственно. Видно, что вклад морских кварков и антикварков еще менее важен, чем вызванный глюонами, и оба этих вклада являются пренебрежимыми при больших значениях x .

Таким образом, используя результаты, приведенные в (31) и (32), получаем для разности вторых моментов $\mathbf{f}_u^v(2, Q^2) - \mathbf{f}_d^v(2, Q^2)$ значения, которые приведены в табл. 2.

Следуя [3], хотелось бы отметить, что результаты, полученные на решетке, строго непertурбативные, и поэтому корректнее сравнивать их с нашим результатом, полученным при $Q^2 = 1 \text{ ГэВ}^2$, что соответствует в настоящем анализе границе между пертурбативным и непertурбативным режимами КХД. Сравнение наших результатов (при $Q^2 = 1 \text{ ГэВ}^2$) с полученными в рамках решеточной КХД показано на рисунке. Точки, полученные на решетке, взяты из недавней работы [46].

Хорошо видно, что результат анализа с произвольным значением λ_H практически совпадает с представленным в [3]. Однако полученные здесь результаты демонстрируют значительно меньшие неопределенности, что является прямым следствием использования в анализе новой формы (2) и (3), принятой для параметризации ПФР.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе метод, основанный на разложении моментов структурных функций нуклона по полиномам Якоби и разработанный в [36,37], был использован для анализа Q^2 -эволюции структурной функции F_2 ГНР путем фитирования данных, полученных в экспериментах с фиксированной мишенью и удовлетворяющих ограничению $x \geq 0.25$. Одним из результатов анализа стало значение константы сильного взаимодействия, полученное в точке нормировки.

Результаты, полученные в данной работе, вполне согласуются с результатами, найденными в наших предыдущих работах [17, 3]. Кроме того, они практически совпадают для обоих рассмотренных случаев (с фиксированной $\lambda_H = 0.5$ и произвольной λ_H), так как их средние значения совпадают, а полученная разница содержится лишь в ошибках. Для $\lambda_H = 0.5$ получаем

$$\alpha_s(M_Z^2) = 0.1180 \pm 0.0019 \text{ (полная эксп. ошибка).} \tag{34}$$

При произвольных значениях λ_H имеем

$$\alpha_s(M_Z^2) = 0.1180 \pm 0.0020 \text{ (полная эксп. ошибка).} \tag{35}$$

Наш результат практически совпадает также с центральным средним мировым значением

$$\alpha_s(M_Z^2)|_{\text{среднее мировое}} = 0.1181 \pm 0.0011, \quad (36)$$

представленным в [42].

Для результатов второго момента $\langle x \rangle_{u-d}$ наблюдается хорошее согласие с недавним результатом, полученным в КХД на решетке [46] (см. рисунок).

В качестве следующих шагов наших исследований мы планируем выполнить N^3LO -анализ при больших значениях x . Для этого будем использовать известные трехпетлевые результаты для коэффициентных функций [47], а также четырехпетлевые поправки для нескольких первых моментов аномальных размерностей (см. работы [48, 49] и обсуждения в них). Знание нескольких первых моментов аномальных размерностей достаточно для проведения анализа такого типа. В некотором смысле такое исследование будет похоже на первый NNLO-анализ, выполненный в [1]. Отметим, что несколько N^3LO -анализов уже было проведено в работах [44, 50], где авторы предположили, что четырехпетлевые аномальные размерности, полностью неизвестные в то время, дают пренебрежимо малый вклад.

Мы также планируем исследовать влияние некоторых пересуммирований в рамках ТВ, к которым приводит применение метода эффективных зарядов Грюнберга [51] (как это уже было сделано в [52] в NLO-приближении), а также использование “замороженной” и аналитической модификаций константы сильной связи (см. [53] и ссылки). Заметим, что такие пересуммирования и применение эффективных констант сильного взаимодействия, имеющих хорошее инфракрасное поведение, часто приводят к значительному улучшению согласия между экспериментальными данными и теоретическими предсказаниями (см. [52, 54] и [53, 55] соответственно и ссылки, и обсуждения в них). Мы надеемся, что аналогичные свойства будут подтверждены и в ходе предстоящих исследований.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 16-02-00790-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- G. Parente, A. V. Kotikov, and V. G. Krivokhizhin, Phys. Lett. B **333**, 190 (1994).
- A. Accardi, S. Alekhin, J. Blümlein, M.V. Garzelli, K. Lipka, W. Melnitchouk, S. Moch, J. F. Owens, R. Plačákytė, E. Reya, N. Sato, A. Vogt, and O. Zenaiev, Eur. Phys. J. C **76**, 471 (2016).
- A. V. Kotikov, V. G. Krivokhizhin, and B. G. Shaikhatdenov, J. Phys. G **42**, 095004 (2015).
- A. V. Kotikov, V. G. Krivokhizhin, B. G. Shaikhatdenov, Письма в ЖЭТФ **101**, 155 (2015) [JETP Lett. **101**, 141 (2015)].
- BCDMS Collab. (A. C. Benvenuti *et al.*), Phys. Lett. B **223**, 485 (1989).
- BCDMS Collab. (A. C. Benvenuti *et al.*), Phys. Lett. B **237**, 599 (1990).
- BCDMS Collab. (A. C. Benvenuti *et al.*), Phys. Lett. B **195**, 91 (1987).
- S. Alekhin, J. Blümlein, and S. Moch, Phys. Rev. D **89**, 054028 (2014).
- P. Jimenez-Delgado and E. Reya, Phys. Rev. D **89**, 074049 (2014).
- J. Gao, M. Guzzi, J. Huston, H.-L. Lai, Z. Li, P. Nadolsky, J. Pumplin, D. Stump, and C.-P. Yuan, Phys. Rev. D **89**, 033009 (2014).
- NNPDF Collab. (R. D. Ball *et al.*), Nucl. Phys. B **867**, 244 (2013).
- A. D. Martin, A. J. Th. M. Mathijssen, W. J. Stirling, R. S. Thorne, B. J. A. Watt, and G. Watt, Eur. Phys. J. C **73**, 2318 (2013); L. A. Harland-Lang, A. D. Martin, P. Motylinski, and R. S. Thorne, Eur. Phys. J. C **75**, 204 (2015).
- R. S. Thorne, Eur. Phys. J. C **74**, 2958 (2014).
- G. Watt, JHEP **1109**, 069 (2011).
- V. Genchev *et al.*, in *Proceedings of the VII International Seminar on High Energy Physics Problems, Dubna, 1988*, Vol. 2, p. 6.
- V. G. Krivokhizhin, A. V. Kotikov, ЯФ **68**, 1935 (2005) [Phys. Atom. Nucl. **68**, 1873 (2005)].
- B. G. Shaikhatdenov, A. V. Kotikov, V. G. Krivokhizhin, and G. Parente, Phys. Rev. D **81**, 034008, 079904 (Erratum) (2010).
- В. Г. Кривохижин, А. В. Котиков, ЭЧАЯ **40**, 226 (2009) [Phys. Part. Nucl. **40**, 1059 (2009)].
- K. Gottfried, Phys. Rev. Lett. **18**, 1174 (1967).
- BCDMS Collab. (A. C. Benvenuti *et al.*), Phys. Lett. B **223**, 490 (1989).
- BCDMS Collab. (A. C. Benvenuti *et al.*), Phys. Lett. B **195**, 97 (1987); J. J. Aubert *et al.* (European Muon Collab.), Nucl. Phys. B **259**, 189 (1985); **272**, 158 (1986); H. Abramowicz *et al.* (CDHS Collab.), Z. Phys. C **17**, 283 (1983); F. Bergsma *et al.* [CHARM Collab.], Phys. Lett. B **123**, 269 (1983); **153**, 111 (1985).
- В. Н. Грибов, Л. Н. Липатов, ЯФ **15**, 781, 1218 (1972) [Sov. J. Nucl. Phys. **15**, 438, 675 (1972)]; Л. Н. Липатов, ЯФ **20**, 181 (1975) [Sov. J. Nucl. Phys. **20**, 94 (1975)]; G. Altarelli and G. Parisi, Nucl. Phys. B **126**, 298 (1977); Ю. Л. Докшицер, ЖЭТФ **73**, 1216 (1977) [Sov. Phys. JETP **46**, 641 (1977)].
- V. A. Matveev, R. M. Muradian, and A. N. Tavkhelidze, Lett. Nuovo Cimento **7**, 719 (1973); S. J. Brodsky and G. R. Farrar, Phys. Rev. Lett. **31**, 1153 (1973); S. J. Brodsky, J. Ellis, E. Gardi, M. Karliner, and M. A. Samuel, Phys. Rev. D **56**, 6980 (1997).
- W. L. van Neerven and A. Vogt, Nucl. Phys. B **568**, 263 (2000).
- W. L. van Neerven and A. Vogt, Nucl. Phys. B **568**, 345 (2000).

26. L. W. Whitlow, E. M. Riordan, S. Dasu, S. Rock, and A. Bodek, *Phys. Lett. B* **282**, 475 (1992).
27. L. W. Whitlow, PhD Thesis (Stanford University, 1990); SLAC Report № 357.
28. New Muon Collab. (M. Arneodo *et al.*), *Nucl. Phys. B* **483**, 3 (1997).
29. S. Kumano, *Phys. Rept.* **303**, 183 (1998).
30. D. A. Ross and C. T. Sachrajda, *Nucl. Phys. B* **149**, 497 (1979); G. Curci, W. Furmanski, and R. Petronzio, *Nucl. Phys. B* **175**, 27 (1980).
31. A. L. Kataev and G. Parente, *Phys. Lett. B* **566**, 120 (2003).
32. A. V. Kotikov and V. N. Velizhanin, hep-ph/0501274.
33. A. B. Котиков, ЭЧАЯ **38**, 5 (2007) [*Phys. Part. Nucl.* **38**, 1, 828 (Erratum) (2007)].
34. D. I. Kazakov and A. V. Kotikov, *Nucl. Phys. B* **307**, 721 (1988); *Nucl. Phys. B* **345**, 299 (Erratum) (1990); A. B. Котиков, ЯФ **57**, 142 (1994) [*Phys. Atom. Nucl.* **57**, 133 (1994)].
35. M. Arneodo *et al.* (New Muon Collab.), *Phys. Rev. D* **50**, R1 (R) (1994).
36. G. Parisi and N. Surlas, *Nucl. Phys. B* **151**, 421 (1979); I. S. Barker, C. S. Langensiepen, and G. Shaw, *Nucl. Phys. B* **186**, 61 (1981). I. S. Barker, B. R. Martin, and G. Shaw, *Z. Phys. C* **19**, 147 (1983); I. S. Barker and B. R. Martin, *Z. Phys. C* **24**, 255 (1984).
37. V. G. Krivokhizhin, S. P. Kurlovich, R. Lednicky, S. Nemecek, V. V. Sanadze, I. A. Savin, A. V. Sidorov, and N. B. Skachkov, *Z. Phys. C* **48**, 347 (1990); V. G. Krivokhizhin, S. P. Kurlovich, V. V. Sanadze, I. A. Savin, A. V. Sidorov, and N. B. Skachkov, *Z. Phys. C* **36**, 51 (1987).
38. A. L. Kataev, A. V. Kotikov, G. Parente, and A. V. Sidorov, *Phys. Lett. B* **388**, 179 (1996); *Phys. Lett. B* **417**, 374 (1998); A. L. Kataev, G. Parente, and A. V. Sidorov, *Nucl. Phys. B* **573**, 405 (2000).
39. F. James and M. Ross, *MINUIT*, CERN Computer Center Library, D 505 (Geneve, 1987).
40. B. A. Kniehl, A. V. Kotikov, A. I. Onishchenko, and O. L. Veretin, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 042001 (2006).
41. D. J. Broadhurst, A. L. Kataev, and C. J. Maxwell, *Phys. Lett. B* **590**, 76 (2004).
42. C. Patrignani *et al.* (Particle Data Group), *Chin. Phys. C* **40**, 100001 (2016).
43. S. Alekhin, J. Blümlein, and S. Moch, *Phys. Rev. D* **86**, 054009 (2012).
44. J. Blümlein, H. Böttcher, and A. Guffanti, *Nucl. Phys. B* **774**, 182 (2007).
45. S. Alekhin, J. Blümlein, L. Caminada, K. Lipka, K. Lohwasser, S. Moch, R. Petti, and R. Plačákytė, *Phys. Rev. D* **91**, 094002 (2015).
46. A. Abdel-Rehim, C. Alexandrou, M. Constantinou, P. Dimopoulos, R. Frezzotti, K. Hadjiyiannakou, K. Jansen, Ch. Kallidonis, B. Kostrewa, G. Koutsou, M. Mangin-Brinet, M. Oehm, G. C. Rossi, C. Urbach, and U. Wenger, *Phys. Rev. D* **92**, 114513 (2015); **93**, 039904 (Erratum) (2016).
47. J. A. M. Vermaseren, A. Vogt, and S. Moch, *Nucl. Phys. B* **724**, 3 (2005).
48. V. N. Velizhanin, arXiv: 1411.1331 [hep-ph]; *Nucl. Phys. B* **860**, 288 (2012).
49. P. A. Baikov, K. G. Chetyrkin, and J. H. Kühn, *Nucl. Part. Phys. Proc.* **261–262**, 3 (2015); J. Davies, A. Vogt, B. Ruijl, T. Ueda, and J. A. M. Vermaseren, *Nucl. Phys. B* **915**, 335 (2017).
50. A. L. Kataev, G. Parente, A. V. Sidorov, ЭЧАЯ **34**, 43 (2003) [*Phys. Part. Nucl.* **34**, 20 (2003); **38**, 827 (Erratum) (2007)].
51. G. Grunberg, *Phys. Lett. B* **95**, 70 (1980); **110**, 501 (Erratum) (1982); *Phys. Rev. D* **29**, 2315 (1984).
52. A. V. Kotikov, G. Parente, and J. Sánchez Guillen, *Z. Phys. C* **58**, 465 (1993).
53. A. V. Kotikov, V. G. Krivokhizhin, and B. G. Shaikhatdenov, ЯФ **75**, 543 (2012) [*Phys. Atom. Nucl.* **75**, 507 (2012)].
54. A. V. Kotikov, *Phys. Lett. B* **338**, 349 (1994); A. B. Котиков, Б. Г. Шайхатденов, ЯФ **78**, 563 (2015) [*Phys. Atom. Nucl.* **78**, 525 (2015)].
55. G. Cvetič, A. Yu. Illarionov, B. A. Kniehl, and A. V. Kotikov, *Phys. Lett. B* **679**, 350 (2009); A. V. Kotikov, A. V. Lipatov, and N. P. Zotov, ЖЭТФ **128**, 938 (2005) [*J. Exp. Theor. Phys.* **101**, 811 (2005)]; A. V. Kotikov and B. G. Shaikhatdenov, ЭЧАЯ **44**, 1049 (2013) [*Phys. Part. Nucl.* **44**, 543 (2013)]; arXiv: 1606.07888 [hep-ph]. C. Ayala, G. Cvetič, A. V. Kotikov, and B. G. Shaikhatdenov, arXiv: 1708.06284 [hep-ph].

GOTTFRIED SUM RULE IN QCD NS ANALYSIS OF DIS FIXED TARGET DATA

A. V. Kotikov, V. G. Krivokhizhin, B. G. Shaikhatdenov

Deep inelastic scattering data on F_2 structure function obtained in the fixed-target experiments were analyzed in the valence quark approximation with a next-to-next-to-leading-order accuracy. Parton distribution functions are parametrized by using information from the Gottfried sum rule. The strong coupling constant is found to be $\alpha_s(M_Z^2) = 0.1180 \pm 0.0020$ (total exp. error), which coincides very well with the average world value $\alpha_s^{\text{PDG}}(M_Z^2) = 0.1181 \pm 0.0011$ updated recently in a PDG report. The result for the second moment of the difference in u and d quark distributions $\langle x \rangle_{u-d} = 0.187 \pm 0.021$ is seen to be well compatible with the latest LATTICE result $\langle x \rangle_{u-d}^{\text{LATTICE}} = 0.208 \pm 0.024$.