

БЕЗМОДЕЛЬНАЯ ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ СЕЧЕНИЙ РОЖДЕНИЯ КУМУЛЯТИВНЫХ π -МЕЗОНОВ НА ЯДРАХ В ПРЕДСТАВЛЕНИИ МАСШТАБНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ СТАВИНСКОГО x

© 2017 г. В. Ф. Переседов*

Лаборатория физики высоких энергий им. В.И. Векслера и А.М. Балдина,
Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия

Поступила в редакцию 26.05.2017 г.

Безмодельная параметризация инвариантных дифференциальных сечений рождения кумулятивных π -мезонов на атомных ядрах с $A = 2-210$ в задней полусфере получена в представлении масштабной переменной Ставинского x на основе имеющихся в литературе сечений, измеренных для нескольких ядер и углов θ при энергиях протонного пучка $E_0 = 9-10$ ГэВ. Использование полученной параметризации в области ее применимости позволяет с приемлемой точностью рассчитывать сечения рождения π -мезонов в интервале значений переменной $x = 0.25-3.5$.

DOI: 10.7868/S0044002717060186

1. ВВЕДЕНИЕ

Целью настоящей работы является нахождение безмодельной параметризации, которую можно использовать для расчетов инвариантных дифференциальных сечений рождения кумулятивных пионов на атомных ядрах:

$$\sigma_{\text{inv}}(x, \theta, A) = \frac{E}{A} \frac{d\sigma(x, \theta, A)}{dp^3}. \quad (1)$$

Найденная параметризация может также использоваться при планировании и моделировании экспериментов на ускорителях в качестве генератора кинематических характеристик кумулятивных пионов, рождающихся в адрон-ядерных взаимодействиях в соответствии с величинами их сечений. При этом она должна обеспечивать хорошую точность расчетов, которая определяется не только качеством и количеством использованных для ее нахождения экспериментальных данных, но и качеством ее самой. Поэтому поиск оптимальных параметров фитов, которые требовались при выполнении настоящей работы, производился с помощью надежной в плане получаемых результатов программы Fumili [1–3], разработанной в ОИЯИ более полувека тому назад. В ней удачно реализован эффективный алгоритм минимизации нелинейных функционалов, поэтому она является широко применяемой, а порой и просто незаменимой при выполнении расчетов подобного рода.

Конечный вид параметризации был получен после выполнения двух последовательных этапов расчетов, детали которых описаны ниже.

2. ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ СЕЧЕНИЙ ПО ПЕРЕМЕННОЙ СТАВИНСКОГО x

На первом из этих этапов инвариантные дифференциальные и нормированные на нуклон ядра мишени сечения рождения π -мезонов — $\sigma_{1\text{inv}}(x, \theta, A)$ для некумулятивной ($x \leq 1$) и $\sigma_{2\text{inv}}(x, \theta, A)$ для кумулятивной ($x > 1$) областей — фитировались с помощью экспоненциальных функций, которые зависят от переменных x [4], θ и A и имеют вид

$$\sigma_{1\text{inv}}(x, \theta, A) \approx C_1(\theta, A) \times \exp[-(x - 0.5)/x_1(\theta, A)], \quad (2)$$

$$\sigma_{2\text{inv}}(x, \theta, A) \approx C_2(\theta, A) \times \exp[-(x - 1.0)/x_2(\theta, A)]. \quad (3)$$

Использованные при этом сечения были измерены в инклюзивных реакциях $p + A \rightarrow \pi^\pm(\theta) + X$ на установках ДИСК ЛВЭ ОИЯИ [5] и ФАС ИТЭФ [6–8] для ряда ядер и углов θ : D(180°), He(180°, 168°, 90°), Al(168°, 90°), Pb(168°, 90°) и Be, Al, Cu, Ta (119°, 97°, 59°) при энергиях первичного протонного пучка 9–10 ГэВ.

В формулах (2) и (3) $C_1(\theta, A)$, $C_2(\theta, A)$ и $x_1(\theta, A)$, $x_2(\theta, A)$ являются параметрами-функциями нормировки и наклона сечений, которые зависят от переменных θ и A , но на этапе первичной

*E-mail: dor77@yandex.ru

Таблица 1. Значения параметров C_1 (в ед. мбн $\text{с}^3 \text{ГэВ}^{-2} \text{ср}^{-1} \text{нуклон}^{-1}$) и x_1 и их ошибки для некумулятивной области $0.25 \leq x \leq 1$

θ , град	A	C_1	ΔC_1	x_1	Δx_1 , %
180	D	5.57	0.57	0.129	2.8
180	He	7.33	0.67	0.137	3.0
168	He	6.45	0.53	0.135	1.8
168	Al	4.00	0.30	0.133	9.8
168	Pb	2.46	0.21	0.135	9.6
90	He	2.45	0.48	0.103	5.3
90	Al	1.03	0.10	0.130	4.0
90	Pb	1.01	0.03	0.130	0.74
59	Be	0.612	0.045	0.102	2.1
59	Al	0.662	0.073	0.110	3.2
59	Cu	0.644	0.064	0.115	3.0
59	Ta	0.416	0.106	0.124	7.7

Таблица 2. Числовые значения параметров C_2 (в ед. мбн $\text{с}^3 \text{ГэВ}^{-2} \text{ср}^{-1} \text{нуклон}^{-1}$) и x_2 и их ошибки для кумулятивной области $x > 1$

θ , град	A	C_2	ΔC_2	x_2	Δx_2 , %
180	D	97.4E-3	15.6E-3	0.099	2.5
180	He	259.3E-3	23.6E-3	0.119	1.4
168	He	154.5E-3	8.5E-3	0.129	2.8
168	Al	174.0E-3	34.9E-3	0.136	8.0
168	Pb	124.2E-3	26.5E-3	0.140	7.5
119	Be	42.0E-3	6.0E-3	0.125	1.6
119	Al	83.0E-3	12.3E-3	0.133	2.9
119	Cu	93.7E-3	18.3E-3	0.137	2.8
119	Ta	70.9E-3	11.7E-3	0.141	2.3
97	Be	24.3E-3	1.2E-3	0.111	0.9
97	Al	35.2E-3	1.6E-3	0.127	1.0
97	Cu	37.8E-3	1.8E-3	0.130	0.57
97	Ta	28.7E-3	1.5E-3	0.137	0.73
90	Al	20.2E-3	1.0E-3	0.121	4.7
90	Pb	20.1E-3	2.6E-3	0.127	1.3

параметризации сечений (2) и (3) они рассматриваются лишь как числовые коэффициенты. Их индексы 1 и 2 соответствуют некумулятивной $0.25 \leq x \leq 1$ и кумулятивной $x > 1$ областям. Числовые значения найденных при этом параметров и их ошибок приводятся в табл. 1 и 2.

3. ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ-ФУНКЦИЙ

На втором этапе расчетов полученные для пересеченных в табл. 1 и 2 атомных ядер и углов θ числовые значения параметров-функций $C_1(\theta, A)$, $C_2(\theta, A)$ и $x_1(\theta, A)$, $x_2(\theta, A)$ фитировались с помощью функций, зависящих от переменных $\cos \theta$, A и имеющих вид

$$C_i(\theta, A) = (a_{i1} + a_{i2} \cdot e^{-a_{i5}A}) \times \exp\left(-\frac{\cos \theta}{a_{i3} + a_{i4} \cdot e^{-a_{i5}A}}\right), \quad (4)$$

$$x_i(\theta, A) = \frac{b_{i1} + b_{i2}(1 - e^{-b_{i5}A})}{1 - [b_{i3} + b_{i4}(1 - e^{-b_{i5}A})] \cos \theta}. \quad (5)$$

В результате фитирования были найдены оптимальные значения числовых параметров a_{ij} и b_{ij} ($i = 1, 2$ и $j = 1, 2, \dots, 5$). Они полностью определяют $\sigma_{\text{inv}}(x, \theta, A)$ и $\sigma_{2\text{inv}}(x, \theta, A)$, которые с приемлемой точностью описывают имеющиеся

экспериментально измеренные сечения. При этом для общности функционального представления параметров-функций $C_1(\theta, A)$, $x_1(\theta, A)$ и $C_2(\theta, A)$, $x_2(\theta, A)$ при $x \leq 1$ ($i = 1$) и при $x > 1$ ($i = 2$) использовались функции одинакового вида (4) и (5), но с разными значениями числовых параметров a_{1j} , b_{1j} и a_{2j} , b_{2j} . Функции (2)–(5) удобны для статистического розыгрыша переменных x и $\cos \theta$ в интервалах значений $x \approx 0.25$ – 3.5 и $\cos \theta = -1$ – 0 при фиксированном значении массового числа A , т.е. для генерации кинематических характеристик π -мезонов, рождающихся в конкретном атомном ядре.

Найденные значения числовых параметров для параметров-функций приводятся в табл. 3, 4. При этом значения параметров a_{2j} , b_{2j} и $\sigma_{2\text{inv}}(x, \theta, A)$ для кумулятивной области $x > 1$ и значения параметров a_{1j} , b_{1j} и $\sigma_{1\text{inv}}(x, \theta, A)$ для некумулятивной области $0.25 \leq x \leq 1$ были найдены соответственно для интервалов углов $\theta = 180^\circ$ – 90° и 180° – 59° .

4. СРАВНЕНИЕ РАСЧЕТОВ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Найденная параметризация позволяет с приемлемой точностью описывать сечения рождения кумулятивных пионов на атомных ядрах в интервале углов $\theta = 180^\circ$ – 90° , в чем можно убедиться сравнением расчетных и экспериментально измеренных сечений для ряда углов и ядер, показанных

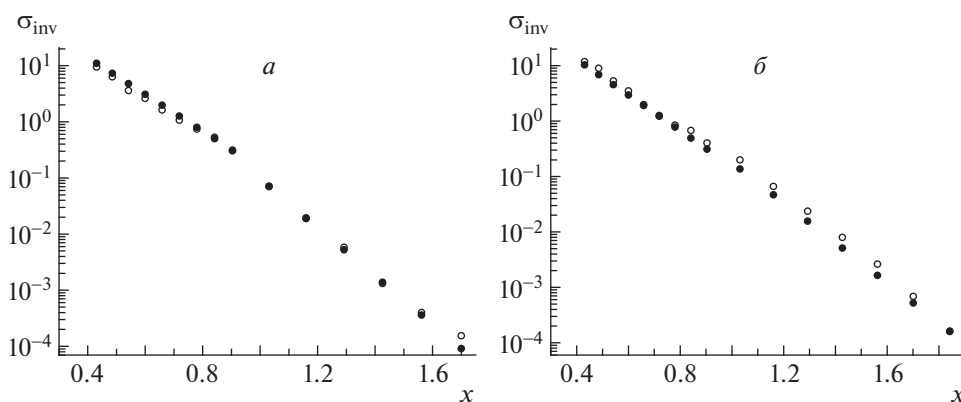


Рис. 1. Расчетные (светлые точки) и экспериментально измеренные (темные) сечения рождения π -мезонов в реакциях: $p + D \rightarrow \pi^+(\theta \approx 180^\circ) + X$ (а) и $p + He \rightarrow \pi^+(\theta \approx 180^\circ) + X$ (б).

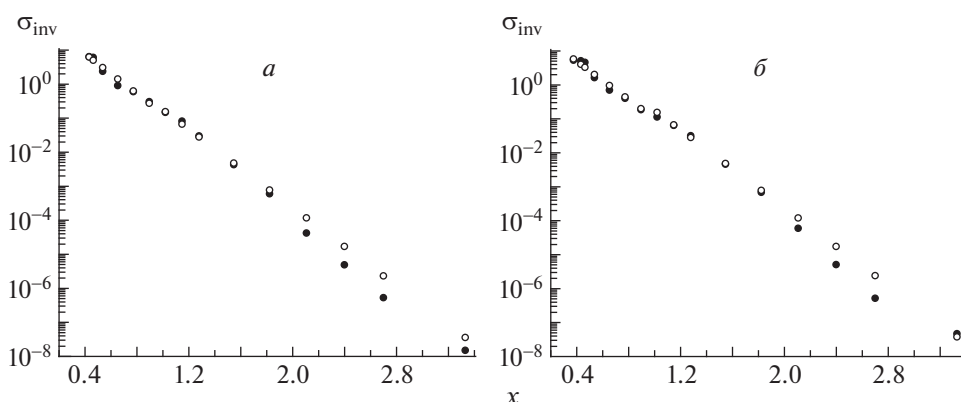


Рис. 2. То же, что и на рис. 1, но для реакций: $p + Al \rightarrow \pi^-(\theta \approx 168^\circ) + X$ (а) и $p + Pb \rightarrow \pi^-(\theta \approx 168^\circ) + X$ (б).

на рис. 1–5. Из рисунков также видно, что согласие между расчетом и экспериментом не является одинаково хорошим для разных углов и ядер. Это, видимо, связано с не вполне достаточным количеством экспериментальных данных и с наличием в некоторых из них систематических погрешностей,

что при разумном числе параметров не позволяет найти еще более точную параметризацию.

Инвариантные дифференциальные сечения рождения π -мезонов (в ед. мбн $\text{с}^3 \text{ГэВ}^{-2} \text{ср}^{-1} \text{нуклон}^{-1}$), показанные на рис. 1–5, представлены

Таблица 3. Числовые значения параметров a_{ij} и Δa_{ij} (при $i = 1, 2$ и $j = 1, 2$ в ед. мбн $\text{с}^3 \text{ГэВ}^{-2} \text{ср}^{-1} \text{нуклон}^{-1}$) для $C_i(\theta, A)$

j	a_{1j}	Δa_{1j}	a_{2j}	Δa_{2j}
1	0.993	0.028	23.9E-3	0.63E-3
2	0.383	0.083	-30.9E-3	1.68E-3
3	1.027	0.067	0.489	0.027
4	-0.413	0.084	-0.320	0.064
5	0.025	0.005	0.175	0.025
	$\chi^2 = 2.1$		$\chi^2 = 4.3$	

Таблица 4. Числовые значения параметров b_{ij} и Δb_{ij} для $x_i(\theta, A)$

j	b_{1j}	Δb_{1j}	b_{2j}	Δb_{2j}
1	0.1017	0.0026	0.0297	0.0057
2	0.0280	0.0031	0.0988	0.0062
3	-0.2199	0.0243	-0.5255	0.0576
4	0.0575	0.0466	0.3690	0.0729
5	0.05	0.01	0.175	0.025
	$\chi^2 = 1.2$		$\chi^2 = 4.1$	

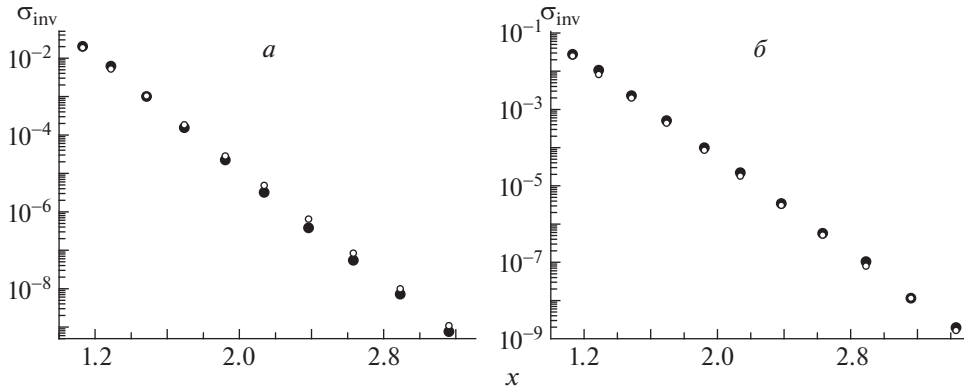


Рис. 3. То же, что и на рис. 1, но для реакций: $p + \text{Be} \rightarrow \pi^\pm(\theta \approx 119^\circ) + X$ (а) и $p + \text{Ta} \rightarrow \pi^\pm(\theta \approx 119^\circ) + X$ (б).

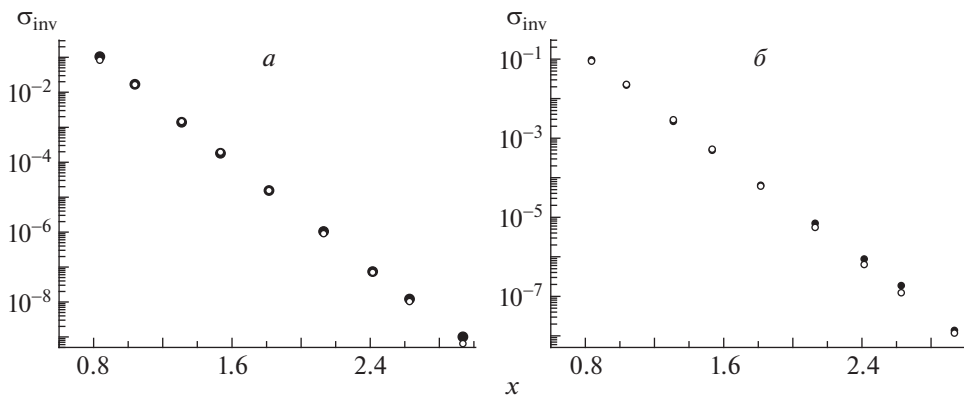


Рис. 4. То же, что и на рис. 1, но для реакций: $p + \text{Be} \rightarrow \pi^\pm(\theta \approx 97^\circ) + X$ (а) и $p + \text{Ta} \rightarrow \pi^\pm(\theta \approx 97^\circ) + X$ (б).

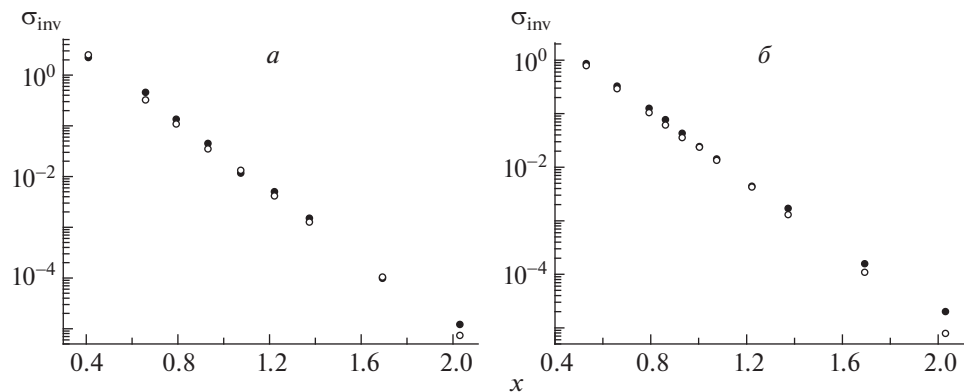


Рис. 5. То же, что и на рис. 1, но для реакций: $p + \text{Al} \rightarrow \pi^\pm(\theta \approx 90^\circ) + X$ (а) и $p + \text{Pb} \rightarrow \pi^\pm(\theta \approx 90^\circ) + X$ (б).

в зависимости от масштабной переменной Ставинского x .

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Было бы желательно расширить область применения данной параметризации до малых углов передней полусферы, а также и на более высокие

энергии первичного пучка. К сожалению, в настоящее время, несмотря на продолжительное изучение кумулятивного эффекта, для этого нет достаточно количества нужных экспериментальных данных.

Поэтому для получения оценок сечений рождения любых кумулятивных частиц при планировании экспериментов можно использовать модельные параметризации, предложенные, например, в

работах [9] и [10]. Они основаны на гипотезах о минимизированном экономичном взаимодействии сталкивающихся конstituентов и об автомодельности релятивистских ядерных столкновений. При этом нужно учитывать влияние вторичных взаимодействий рожденных в ядре кумулятивных частиц на их выход из тяжелых, средних и даже сравнительно легких ядер, которое, как показывают численные расчеты [11, 12], может быть весьма значимым.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. N. Sokolov and I. N. Silin, Preprint No. D-810, JINR (Dubna, 1961).
2. I. N. Silin, CERN Program Library, D510 (FUMILI, 1983).
3. V. S. Kurbatov and I. N. Silin, Nucl. Instrum. Methods A **345**, 346 (1994).
4. В. С. Ставинский, Сообщение ОИЯИ № P2-80-767 (Дубна, 1980).
5. A. M. Baldin, V. K. Bondarev, N. Ghiordanescu, A. N. Khrenov, A. G. Litvinenko, A. N. Manyatovsky, N. S. Moroz, Yu. A. Panebratsev, M. Pentia, S. V. Rikhvitsky, and V. S. Stavinsky, JINR Communications, No. E1-82-472 (Dubna, 1982).
6. С. В. Бояринов, С. А. Герзон, Ю. Т. Киселев, Г. А. Лексин, А. Н. Мартемьянов, В. Л. Новиков, С. В. Семенов, Ю. В. Терехов, В. А. Шейнкман, Препринт № 5, ИТЭФ (Москва, 1987); ЯФ **46**, 1472 (1987) [Sov. J. Nucl. Phys. **46**, 871 (1987)].
7. С. В. Бояринов, И. И. Евсеев, Ю. Т. Киселев, Г. А. Лексин, А. Н. Мартемьянов, К. Р. Михайлов, С. А. Поздняков, Ю. В. Терехов, В. И. Ушаков, В. А. Шейнкман, ЯФ **57**, 1452 (1994) [Phys. Atom. Nucl. **57**, 1379 (1994)].
8. Yu. T. Kiselev, V. A. Sheinkman, A. V. Akindinov, M. M. Chumakov, A. N. Martemyanov, V. A. Smirnitsky, Yu. V. Terekhov, and E. Ya. Paryev, arXiv: 1204.2669v2 [nucl-ex].
9. В. С. Ставинский, Краткие сообщения ОИЯИ, № 18-86 (Дубна, 1986).
10. А. А. Балдин, Краткие сообщения ОИЯИ, № 3[54]-92 (Дубна, 1992).
11. V. F. Peresedov and L. S. Zolin, Phys. Scr. **48**, 210 (1993).
12. В. Ф. Переседов, ЯФ **77**, 798 (2014) [Phys. Atom. Nucl. **77**, 755 (2014)].

MODEL-FREE PARAMETRIZATION OF THE CROSS SECTIONS OF THE CUMULATIVE π -MESON PRODUCTION ON THE NUCLEI IN REPRESENTATION OF A SCALE VARIABLE STAVINSKY x

V. F. Peresedov

The model-free parametrization of the invariant differential cross sections for the production of cumulative π mesons on atomic nuclei with $A = 2-210$ in the back hemisphere was obtained in a representation using the scale variable Stavinsky x based on the cross sections available in the literature measured for several nuclei and angles θ at proton beam energies $E_0 \approx 9-10$ GeV. The use of the obtained parametrization in the field of its applicability makes it possible to calculate with a reasonable accuracy the cross sections for production of π mesons in the range of the variable $x = 0.25-3.5$.