ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА, 2017, том 80, № 5, с. 573–580

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ

ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ КВАРКОВ ПРИ ПОМОЩИ УРАВНЕНИЯ ДИРАКА С КОРНЕЛЛСКИМ ПОТЕНЦИАЛОМ

А. Я. Силенко[1),2)*, О. В. Теряев[2)]**

Поступила в редакцию 18.01.2017 г.

Дано феноменологическое описание взаимодействия релятивистских кварков при помощи уравнения Дирака с корнеллским потенциалом. Использован общий вид исходного уравнения, содержащего векторную и скалярную части корнеллского потенциала при произвольном соотношении между ними. В общем случае выведен гамильтониан в представлении Фолди–Ваутхойзена с учетом электромагнитного взаимодействия. В отличие от предшествующих исследований, он является релятивистским и точным для членов нулевой и первой степени и для тех членов второй степени по постоянной Планка, которые описывают контактное взаимодействие. Выведены общие квантовомеханические уравнения движения для импульса и спина и впервые найден классический предел гамильтониана и уравнений движения. Определена связь между угловой скоростью прецессии спина кварка и действующей на него силой. Энергия спин-орбитального взаимодействия достаточно велика (порядка 100 МэВ). Для векторной и скалярной частей корнеллского потенциала слагаемые, описывающие спин-орбитальное и контактное взаимодействия, имеют противоположные знаки. Рассчитаны эволюция спиральности кварков и их спин-спиновое взаимодействие.

DOI: 10.7868/S0044002717050233

1. ВВЕДЕНИЕ

Корнеллский потенциал находит многочисленные приложения в физике тяжелых кварков. В числе этих приложений мы можем указать столкновения тяжелых ионов, которые позволяют обнаружить новые свойства кварк-глюонной материи (см. [1] и цитируемую там литературу). Естественно использовать общепринятый корнеллский потенциал для феноменологического описания этих свойств в первом приближении. Он может быть включен в уравнение Дирака двумя различными путями. Наиболее естественно рассматривать сильное взаимодействие кварков в качестве аналога электромагнитного взаимодействия, поскольку кванты этих взаимодействий, глюоны и фотоны, имеют один и тот же спин, равный 1. В этом случае корнеллский потенциал включается в четырехвекторный потенциал уравнения Дирака. Другой возможностью является его введение в уравнение Дирака в качестве скалярного потенциала [2]. Часто одновременно реализуют обе эти возможности и вводят корнеллский потенциал в двух формах — скалярной и векторной [3–7]. Естественно, векторный корнеллский потенциал является четырехвектором. Использование традиционных методов квантовой механики позволяет решить полученное уравнение только в частных случаях, при наличии специфической связи между параметрами скалярного и векторного потенциалов [4–7].

В настоящей работе мы также используем как скалярный, так и векторный корнеллский потенциал и решаем более общую задачу феноменологического описания сильно взаимодействующей дираковской частицы (кварка). В отличие от других исследований [2–7], мы используем подход, основанный на релятивистском преобразовании Фолди-Ваутхойзена (ФВ), и находим общее решение проблемы для произвольных коэффициентов, с которыми скалярный и векторный потенциалы входят в уравнение Дирака. Разработанные в последние годы методы [8–10] (см. также [11–13] и цитированную там литературу) позволяют применять его для релятивистских и ультрарелятивистских частиц в сколь угодно сильных внешних полях. Хотя эти методы не использовались для описания сильных взаимодействий, они прекрасно зарекомендовали себя при анализе электромагнитных [12, 14, 15], гравитационных [16–22] и электрослабых [23, 24] эффектов.

В работе используется система единиц $\hbar = 1$,

[1)]Институт ядерных проблем Белорусского государственного университета, Минск, Беларусь.
[2)]Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.
[*]E-mail: alsilenko@mail.ru
[**]E-mail: teryaev@theor.jinr.ru

$c = 1$. В некоторых случаях мы явно включаем постоянную Планка в получаемые выражения.

2. КОРНЕЛЛСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ И ЕГО ВКЛЮЧЕНИЕ В УРАВНЕНИЕ ДИРАКА

Стандартным способом феноменологического описания взаимодействия кварков является использование корнеллского потенциала, который имеет вид

$$\mathfrak{V}(r) = -\frac{a(r)}{r} + br. \tag{1}$$

В первом приближении a и b можно считать постоянными, равными $a \approx 100$ МэВ фм, $b \approx \approx 400$ МэВ фм$^{-1}$. При малых r второе слагаемое в корнеллском потенциале становится пропорциональным r^2 [25].

Для феноменологического описания взаимодействия кварков корнеллский потенциал необходимо включить в уравнение Дирака. Это можно сделать различными способами. Сильное взаимодействие кварков имеет определенное сходство с электромагнитным взаимодействием и также переносится безмассовой частицей со спином 1 (глюоном). Поэтому наиболее естественным является включение потенциала (1) в четырехвекторный потенциал $\mathcal{A}^\mu = (\mathbb{F}, \boldsymbol{\mathcal{A}})$, аналогично электромагнитному взаимодействию. Здесь $\mathbb{F}$ и $\boldsymbol{\mathcal{A}}$ — скалярный и векторный потенциалы поля источника (оба определяются векторным корнеллским потенциалом). По аналогии с электродинамикой, зависимость этих потенциалов от скорости источника поля (кварка) $\mathbf{V}$ определяется преобразованиями Лоренца:

$$\mathbb{F} = \gamma \mathbb{F}_0, \quad \boldsymbol{\mathcal{A}} = \gamma \mathbb{F}_0 \frac{\mathbf{V}}{c}, \tag{2}$$

где $\gamma = (1 - \mathbf{V}^2/c^2)^{-1/2}$, а $\mathbb{F}_0$ — потенциал поля покоящегося источника. Если используется только векторный корнеллский потенциал, то $\mathbb{F}_0 = \mathfrak{V}(r)$.

Другим способом является включение корнеллского потенциала в уравнение Дирака в качестве скалярного потенциала. В этом случае корнеллский потенциал домножается на матрицу β, и его включение означает эффективную модификацию массы кварка. Следует учитывать, что в статическом пределе скалярный и векторный корнеллские потенциалы аддитивны. Поэтому дираковский гамильтониан со скалярным и векторным потенциалами приобретает вид

$$\mathcal{H} = \beta[mc^2 + C_0 \mathfrak{V}(r)] + e\Phi + \mathbb{F} + \boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{\pi}, \quad \boldsymbol{\pi} = \mathbf{p} - e\mathbf{A} - \boldsymbol{\mathcal{A}}, \tag{3}$$

где $\mathbf{p} = -i\hbar\nabla$ — оператор импульса. Учитывается также наличие электромагнитного взаимодействия, характеризуемого скалярным Φ и векторным $\mathbf{A}$ потенциалами. Скалярный и векторный потенциалы сильного взаимодействия в рассматриваемом случае определяются уравнениями (2) и (3), в которых

$$\mathbb{F}_0 = C_1 \mathfrak{V}(r), \quad C_0 + C_1 = 1. \tag{4}$$

Таким образом, в статическом пределе взаимодействие кварков описывается потенциалом (1).

Корнеллский потенциал включался в качестве и векторного, и скалярного потенциалов в большинстве работ, в которых использовалось уравнение Дирака с этим потенциалом [4–7]. При этом в векторном корнеллском потенциале оставлялась только скалярная часть четырехвекторного потенциала, а векторная часть полагалась равной нулю. В некоторых случаях векторная часть считалась ненулевой, но не зависимой от скалярной части четырехвекторного потенциала и называлась тензорным потенциалом [5]. Тем не менее мы не видим физического обоснования отличию векторной части четырехвекторного потенциала от величины, заданной уравнениями (2) и (4).

В [4–7] исследовались частные случаи специфических соотношений между двумя потенциалами (в частности, их равенство). Хотя такие соотношения не имеют достаточного физического обоснования, но в этом случае удается найти точные решения [4–7]. В действительности векторный и скалярный корнеллские потенциалы — это два различных независимых способа феноменологического описания сильного взаимодействия. В работе [2] использовался только скалярный потенциал и производилось преобразование ФВ, но только для нерелятивистского случая в приближении слабого поля. В настоящей работе, благодаря использованию релятивистского метода преобразования ФВ, решается существенно более общая задача прецизионного описания релятивистского кварка в произвольно сильном поле.

3. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ СИЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С ПОМОЩЬЮ ВЕКТОРНОГО КОРНЕЛЛСКОГО ПОТЕНЦИАЛА

Мы используем более общий подход, чем в предшествующих исследованиях, и учитываем возможное наличие у кварков как аномального магнитного, так и аномального хромомагнитного моментов, рассматриваемых во многих работах. Исходное уравнение Дирака может быть записано в виде

$$\left(i\hbar\gamma^\mu D_\mu - mc^2 + \frac{\mu'}{2}\sigma^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{\mathfrak{m}'}{2}\sigma^{\mu\nu}\mathcal{G}_{\mu\nu}\right)\Psi = 0, \quad D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu + i\mathcal{A}_\mu. \tag{5}$$

Здесь μ' и $\mathfrak{m}'$ — аномальные магнитный и хромомагнитный моменты; $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ и $\mathcal{G}_{\mu\nu} = \partial_\mu \mathcal{A}_\nu - \partial_\nu \mathcal{A}_\mu$ — тензоры электромагнитного и хромоэлектромагнитного полей; D_μ — ковариантная производная. Данное уравнение является обобщением уравнения Дирака—Паули (см. [14] и цитированную там литературу) на сильное взаимодействие, которое при использовании векторного корнеллского потенциала описывается полностью аналогично электромагнитному.

В этом случае оператор Гамильтона в представлении Дирака приобретает вид

$$\mathcal{H} = \beta mc^2 + e\Phi + \mathbb{F} + \boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\pi} - \mathbf{\Pi}\cdot\boldsymbol{\mathcal{M}} + i\boldsymbol{\gamma}\cdot\boldsymbol{\mathcal{P}}, \tag{6}$$

где

$$\boldsymbol{\mathcal{M}} = \mu'\mathbf{B} + \mathfrak{m}'\boldsymbol{\mathcal{R}}, \quad \boldsymbol{\mathcal{P}} = \mu'\mathbf{E} + \mathfrak{m}'\boldsymbol{\mathcal{Q}}, \quad \boldsymbol{\mathcal{Q}} = -\nabla\mathbb{F} - \frac{\partial\boldsymbol{\mathcal{A}}}{\partial t}, \quad \boldsymbol{\mathcal{R}} = \nabla\times\boldsymbol{\mathcal{A}}. \tag{7}$$

Здесь введены хромоэлектрическое и хромомагнитное поля, $\boldsymbol{\mathcal{Q}}$ и $\boldsymbol{\mathcal{R}}$.

Теперь мы производим релятивистское преобразование ФВ при помощи метода, разработанного в [9, 10]. Представление ФВ [26] обладает уникальными свойствами, благодаря которым оно занимает особое место в квантовой механике. В этом представлении квантовомеханические операторы для релятивистских частиц во внешнем поле имеют такой же вид, как и в нерелятивистской квантовой теории. В частности, операторы положения [27] и импульса равны: $\mathbf{r}$ и $\mathbf{p} = -i\hbar\nabla$, а оператор поляризации для частиц со спином $1/2$ выражается дираковской матрицей $\mathbf{\Pi}$. В других представлениях эти операторы выражаются значительно более громоздкими формулами (см. [8, 26]). Соотношения между операторами в представлении ФВ аналогичны соотношениям между соответствующими классическими величинами. Простой вид операторов, соответствующих классическим наблюдаемым, является важнейшим достоинством данного представления. Указанные свойства представления ФВ обеспечивают возможность его успешного использования для перехода к квазиклассическому приближению и классическому пределу релятивистской квантовой механики [26, 28]. Отметим, что в данном представлении гамильтониан и все операторы диагональны по двум спинорам (блок-диагональны).

При использовании представления ФВ переход к классическому пределу, как правило, производится путем простой замены операторов в выражениях для оператора Гамильтона и операторных уравнений динамики соответствующими классическими величинами. Возможность такой замены, явно или неявно использованная почти во всех работах, посвященных релятивистскому преобразованию ФВ, была недавно строго доказана в [11]. Эта возможность радикально упрощает интерпретацию базовых квантовомеханических уравнений, особенно в релятивистском случае.

Исходный гамильтониан (6) может быть представлен в следующем общем виде:

$$\mathcal{H} = \beta\mathcal{M} + \mathcal{E} + \mathcal{O}, \quad \beta\mathcal{M} = \mathcal{M}\beta, \quad \beta\mathcal{E} = \mathcal{E}\beta, \quad \beta\mathcal{O} = -\mathcal{O}\beta. \tag{8}$$

Операторы $\mathcal{M}$, $\mathcal{E}$ — четные (диагональные по двум спинорам), в то время как оператор $\mathcal{O}$ — нечетный (недиагональный по двум спинорам).

Преобразованный к представлению ФВ гамильтониан, точный для членов нулевого и первого порядка по постоянной Планка и для тех членов порядка $\hbar^2$, которые описывают контактные взаимодействия, имеет вид [9, 10, 12]

$$\mathcal{H}_{\mathrm{FW}} = \beta\epsilon + \mathcal{E} + \frac{1}{4}\times \left\{\frac{1}{2\epsilon^2 + \{\epsilon, \mathcal{M}\}}, (\beta[\mathcal{O},[\mathcal{O},\mathcal{M}]] - [\mathcal{O},[\mathcal{O},\mathcal{Z}]])\right\}, \tag{9}$$

где

$$\epsilon = \sqrt{\mathcal{M}^2 + \mathcal{O}^2}, \quad \mathcal{Z} = \mathcal{E} - i\hbar\frac{\partial}{\partial t}. \tag{10}$$

В рассматриваемом случае гамильтониан в представлении ФВ имеет вид:

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{\mathrm{FW}} = {} & \beta\epsilon' + e\Phi + \mathbb{F} + \\ & + \frac{\hbar}{8m^2}\left\{\frac{1}{\gamma(\gamma+1)}, \Big(\mathbf{\Sigma}\cdot\big[\boldsymbol{\pi}\times(e\mathbf{E} + \boldsymbol{\mathcal{Q}}) - (e\mathbf{E} + \boldsymbol{\mathcal{Q}})\times\boldsymbol{\pi}\big] - \hbar\nabla\cdot(e\mathbf{E} + \boldsymbol{\mathcal{Q}})\Big)\right\} + \\ & + \frac{\hbar}{8m^2}\left\{\frac{1}{\gamma}, \Big(\mathbf{\Sigma}\cdot\big[\boldsymbol{\pi}\times(eG\mathbf{E} + G_c\boldsymbol{\mathcal{Q}}) - (eG\mathbf{E} + G_c\boldsymbol{\mathcal{Q}})\times\boldsymbol{\pi}\big] - \hbar\nabla\cdot(eG\mathbf{E} + G_c\boldsymbol{\mathcal{Q}})\Big)\right\} - \\ & - \frac{\hbar}{4m}\left\{\frac{1}{\gamma}, \Big(\mathbf{\Pi}\cdot\big[e\mathbf{B} + \boldsymbol{\mathcal{R}}\big]\Big)\right\} - \frac{\hbar}{2m}\Big(\mathbf{\Pi}\cdot\big[eG\mathbf{B} + G_c\boldsymbol{\mathcal{R}}\big]\Big) + \\ & + \beta\frac{\hbar}{8m^3}\left\{\frac{1}{\gamma(\gamma+1)}, \Big[\Big([eG\mathbf{B} + G_c\boldsymbol{\mathcal{R}}]\cdot\boldsymbol{\pi}\Big)\Big(\mathbf{\Sigma}\cdot\boldsymbol{\pi}\Big) + \Big(\mathbf{\Sigma}\cdot\boldsymbol{\pi}\Big)\Big(\boldsymbol{\pi}\cdot[eG\mathbf{B} + G_c\boldsymbol{\mathcal{R}}]\Big) + \\ & + 2\pi\hbar\Big(\boldsymbol{\pi}\cdot[eG\mathbf{j} + G_c\boldsymbol{\mathcal{I}}] + [eG\mathbf{j} + G_c\boldsymbol{\mathcal{I}}]\cdot\boldsymbol{\pi}\Big)\Big]\right\},\end{aligned} \tag{11}$$

где $\gamma = \epsilon'/m = \sqrt{m^2 + \boldsymbol{\pi}^2}/m$ — лоренц-фактор; $G = (g-2)/2 = 2mc\mu'/(e\hbar)$; $G_c = (g_c - 2)/2 = 2mc\mathfrak{m}'/\hbar$, g_c — хромомагнитный g-фактор, аналогичный электромагнитному; $\mathbf{j} = [\boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{B} - \partial\mathbf{E}/(\partial t)]/(4\pi)$ и $\boldsymbol{\mathcal{I}} = [\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{\mathcal{R}} - \partial\boldsymbol{\mathcal{Q}}/(\partial t)]/(4\pi)$.

Зависящая от спина часть оператора Гамильтона в представлении ФВ имеет вид $\mathcal{H}_s = \frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\Sigma} \cdot \boldsymbol{\Omega}$, где $\boldsymbol{\Omega}$ — оператор угловой скорости прецессии спина. В классическом пределе угловая скорость прецессии спина определяется точно и равна:

$$\boldsymbol{\Omega} = \frac{1}{mc}\left\{\frac{1}{\gamma+1}\boldsymbol{\beta} \times (e\mathbf{E} + \boldsymbol{\mathcal{Q}}) + \right. \tag{12}$$
$$+ \boldsymbol{\beta} \times (eG\mathbf{E} + G_c\boldsymbol{\mathcal{Q}}) - \frac{1}{\gamma}(e\mathbf{B} + \boldsymbol{\mathcal{R}}) -$$
$$\left. - (eG\mathbf{B} + G_c\boldsymbol{\mathcal{R}}) + \frac{\gamma}{\gamma+1}\left[\boldsymbol{\beta} \cdot (eG\mathbf{B} + G_c\boldsymbol{\mathcal{R}})\right]\boldsymbol{\beta}\right\}.$$

В это уравнение явно включена скорость света c. В классическом пределе сила, действующая на кварк, аналогична силе Лоренца:

$$\mathbf{F} = \frac{d\boldsymbol{\pi}}{dt} = e\mathbf{E} + \boldsymbol{\mathcal{Q}} + \boldsymbol{\beta} \times (e\mathbf{B} + \boldsymbol{\mathcal{R}}), \tag{13}$$

где $\boldsymbol{\pi}$ — кинетический импульс.

Представляет интерес нахождение изменения направления движения частицы во внешних полях. Уравнение движения для мгновенной угловой скорости поворота единичного вектора в направлении движения частицы $\mathbf{N} = \boldsymbol{\pi}/|\boldsymbol{\pi}| = \mathbf{v}/|\mathbf{v}|$ имеет вид

$$\frac{d\mathbf{N}}{dt} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{N}, \tag{14}$$
$$\boldsymbol{\omega} = -\frac{1}{\gamma mc}\left[e\mathbf{B} + \boldsymbol{\mathcal{R}} - \frac{\mathbf{N} \times (e\mathbf{E} + \boldsymbol{\mathcal{Q}})}{\beta}\right].$$

Угловая скорость вращения спина относительно направления кинетического импульса равна:

$$\mathbf{o} = \boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\omega} = \frac{1}{mc}\left\{ - (eG\mathbf{B} + G_c\boldsymbol{\mathcal{R}}) + \right. \tag{15}$$
$$+ \frac{\gamma}{\gamma+1}\boldsymbol{\beta}\big(\boldsymbol{\beta} \cdot [eG\mathbf{B} + G_c\boldsymbol{\mathcal{R}}]\big) -$$
$$\left. - \frac{1}{\gamma^2-1}\left[\boldsymbol{\beta} \times (e\mathbf{E} + \boldsymbol{\mathcal{Q}})\right] + \boldsymbol{\beta} \times (eG\mathbf{E} + G_c\boldsymbol{\mathcal{Q}})\right\}.$$

Легко видеть, что спиральность кварка (проекция спина на направление импульса) изменяется в магнитных и хромомагнитных полях только при наличии у него аномального магнитного и аномального хромомагнитного моментов соответственно. Изменение спиральности кварка в электрических и хромоэлектрических полях зависит как от нормальных, так и от аномальных магнитного и хромомагнитного моментов соответственно.

Рассмотрим взаимодействие двух кварков. Пусть $\boldsymbol{\mathcal{V}}$ — скорость того кварка, который мы рассматриваем как источник сильного и электромагнитного полей. Если мы в первом приближении пренебрегаем спин-спиновым взаимодействием кварков, то

$$\mathbf{B} = \frac{\boldsymbol{\mathcal{V}}}{c} \times \mathbf{E}, \quad \boldsymbol{\mathcal{R}} = \frac{\boldsymbol{\mathcal{V}}}{c} \times \boldsymbol{\mathcal{Q}}. \tag{16}$$

Если рассматривается взаимодействие кварков, принадлежащих различным ядрам, то в лабораторной системе отсчета векторы $\mathbf{v}$ и $\boldsymbol{\mathcal{V}}$ противоположно направлены. При рассмотрении столкновения ядер высоких энергий во многих случаях можно положить $|\mathbf{v}| \approx |\boldsymbol{\mathcal{V}}| \approx c$. Противоположная ситуация, когда (при преобладании локальных взаимодействий) векторы $\mathbf{v}$ и $\boldsymbol{\mathcal{V}}$ преимущественно сонаправлены, вероятно, может иметь место при образовании кварк-глюонной плазмы.

Будем использовать систему центра масс и рассматривать наиболее простой и в то же время практически весьма важный случай — столкновение двух нуклонов. В этом случае $\boldsymbol{\mathcal{V}} = -\mathbf{v}$. Определим гамильтониан первого кварка в поле второго. Мы ограничиваемся феноменологическим описанием основных эффектов, возникающих при нецентральных столкновениях релятивистских ядер. Для более точного количественного анализа надо учитывать эффекты запаздывания и использовать в качестве исходного уравнение Брейта. Тем не менее предложенный подход, описывающий взаимодействие кварков как движение одного из них в поле другого, дает вполне разумное описание силы, действующей на кварк, и момента силы, действующего на спин кварка.

В классическом пределе при пренебрежении электромагнитным взаимодействием гамильтониан (11) приобретает вид

$$\mathcal{H} = \epsilon' + \mathbb{F} + \tag{17}$$
$$+ \frac{1}{mc}\left(\frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma+1} + 2G_c\right)\mathbf{s} \cdot (\boldsymbol{\beta} \times \boldsymbol{\mathcal{Q}}).$$

Здесь $\mathbf{s}$ — классический вектор спина. Таким образом, угловая скорость прецессии спина в этом приближении равна:

$$\boldsymbol{\Omega} = \frac{1}{mc}\left(\frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma+1} + 2G_c\right)\boldsymbol{\beta} \times \boldsymbol{\mathcal{Q}}. \tag{18}$$

Мы учитываем, что вклад сильного взаимодействия в прецессию спина является преобладающим при любых энергиях.

Весьма удобно выразить угловую скорость прецессии спина в лабораторной системе (точнее, в системе центра масс) $\boldsymbol{\Omega}$ через силу в этой же системе (13). В рассматриваемом случае последняя имеет вид

$$\mathbf{F} = \left(2 - \frac{1}{\gamma^2}\right)(e\mathbf{E} + \boldsymbol{\mathcal{Q}}) - \tag{19}$$
$$- \boldsymbol{\beta}\left(\boldsymbol{\beta} \cdot [e\mathbf{E} + \boldsymbol{\mathcal{Q}}]\right).$$

Таким образом, при учете только сильного взаимодействия угловая скорость прецессии спина определяется выражением

$$\boldsymbol{\Omega} = \frac{1}{mc}\left(\frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma+1} + 2G_c\right) \times \times \frac{\gamma^2}{2\gamma^2-1}\boldsymbol{\beta}\times\mathbf{F}. \tag{20}$$

Это выражение является удобным для анализа экспериментальных эффектов, поскольку сила $\mathbf{F}$ определяет изменение импульса и, следовательно, может быть найдена путем рассмотрения движения нуклонов при столкновении.

Знак проекции псевдовектора $\boldsymbol{\Omega}$ на нормаль к плоскости рассеяния зависит от знака G_c. Если $G_c < 0$ (см. [29, 30]), а лоренц-фактор достаточно велик, то псевдовекторы $\boldsymbol{\Omega}$ и $\boldsymbol{\omega}$ антипараллельны.

Уравнение (20) определяет весьма большую угловую скорость прецессии спина, которой может соответствовать также большая энергия спин-орбитального взаимодействия (порядка 100 МэВ). Угловая скорость прецессии спина по порядку величины сравнима с завихренностью, вычисленной в [1].

Важным является квазиклассическое описание эволюции спиральности кварков. При рассмотрении взаимодействия двух нуклонов и пренебрежении спин-спиновым взаимодействием мы можем использовать уравнения (16) и $\boldsymbol{\mathcal{V}} = -\mathbf{v}$. В этом случае уравнение (15) приобретает вид

$$\mathbf{o} = \frac{1}{mc}\left[e\left(2G - \frac{1}{\gamma^2-1}\right)\boldsymbol{\beta}\times\mathbf{E} + \left(2G_c - \frac{1}{\gamma^2-1}\right)\boldsymbol{\beta}\times\boldsymbol{\mathcal{Q}}\right]. \tag{21}$$

В некоторых случаях учет спин-спинового взаимодействия также может оказаться необходимым. В электродинамике поле покоящегося магнитного диполя $\tilde{\boldsymbol{\mu}}$ определяется выражением

$$\mathbf{B} = \frac{3\mathbf{n}(\tilde{\boldsymbol{\mu}}\cdot\mathbf{n}) - \tilde{\boldsymbol{\mu}}}{r^3}.$$

Поле движущегося магнитного диполя определяется преобразованием Лоренца.

Гамильтониан взаимодействия покоящегося магнитного диполя $\boldsymbol{\mu}$ с этим магнитным диполем равен:

$$\mathcal{H}_{\rm int} = -\boldsymbol{\mu}\cdot\mathbf{B} = -\frac{3(\boldsymbol{\mu}\cdot\mathbf{n})(\tilde{\boldsymbol{\mu}}\cdot\mathbf{n}) - (\boldsymbol{\mu}\cdot\tilde{\boldsymbol{\mu}})}{r^3}. \tag{22}$$

Поскольку магнитный дипольный момент пропорционален спину [$\boldsymbol{\mu} = eg\mathbf{s}/(2mc)$], то в общем случае гамильтониан взаимодействия (22) соответствует уравнению Томаса–Баргманна–Мишеля–Телегди [31, 32] (см. также [14, 33]), описывающему движение спина в электромагнитных полях:

$$\mathcal{H}_{\rm int} = -\boldsymbol{\Omega}\cdot\mathbf{s}, \quad \boldsymbol{\Omega} = -\frac{e}{mc}\left[\left(G + \frac{1}{\gamma}\right)\mathbf{B} - \frac{\gamma G}{\gamma+1}(\boldsymbol{\beta}\cdot\mathbf{B})\boldsymbol{\beta} - \left(G + \frac{1}{\gamma+1}\right)\boldsymbol{\beta}\times\mathbf{E}\right], \tag{23}$$

где $\mathbf{B}$ и $\mathbf{E}$ — поля, создаваемые магнитным диполем $\tilde{\boldsymbol{\mu}}$. Спин-спиновое взаимодействие кварков, обусловленное векторным корнеллским потенциалом, имеет схожие свойства.

Таким образом, при сильном взаимодействии кварков имеет место спин-орбитальное взаимодействие, приводящее к вращению спина и к появлению выделенного направления его ориентации. Появление спин-орбитального слагаемого в гамильтониане в квантовом случае приводит к поляризации спина. Этот эффект подобен поляризации спина вдоль направления магнитного поля в мишенях, помещенных в магнитное поле. В случае странных кварков существование данного эффекта может быть дополнительным объяснением поляризации гиперонов (см. [1]). Мы можем также констатировать наличие спин-спинового взаимодействия и изменения спиральности кварков.

4. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ СИЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С ПОМОЩЬЮ СКАЛЯРНОГО КОРНЕЛЛСКОГО ПОТЕНЦИАЛА

Теперь рассмотрим взаимодействие кварков, описываемое скалярным корнеллским потенциалом, при учете также электромагнитного взаимодействия. В этом случае гамильтониан в представлении Дирака, описывающий взаимодействие кварка с электромагнитными полями и скалярным корнеллским потенциалом, имеет вид

$$\mathcal{H} = \beta[mc^2 + \mathfrak{V}(r)] + e\Phi + \boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\pi} - \boldsymbol{\Pi}\cdot\boldsymbol{\mathcal{M}} + i\boldsymbol{\gamma}\cdot\boldsymbol{\mathcal{P}}, \tag{24}$$

где $\boldsymbol{\mathcal{M}}$ и $\boldsymbol{\mathcal{P}}$ определяются формулой (7) при условии $\boldsymbol{\mathcal{Q}} = \boldsymbol{\mathcal{R}} = 0$.

При проведении преобразования ФВ в рассматриваемом случае $\boldsymbol{\mathcal{M}} = mc^2 + \mathfrak{V}(r)$. Введем обозначение $\mathfrak{E} = -C_0\nabla\mathfrak{V}(r)$. В уравнении (24) $C_0 = 1$. Использование релятивистского преобразования ФВ приводит к следующему гамильтониану:

$$\mathcal{H}_{\rm FW} = \beta\epsilon' + e\Phi + \frac{\hbar}{8m^2}\left\{\frac{1}{\gamma(\gamma+1)}, \Big[e\boldsymbol{\Sigma}\cdot\big(\boldsymbol{\pi}\times\mathbf{E} - \mathbf{E}\times\boldsymbol{\pi}\big) - \boldsymbol{\Pi}\cdot\big(\boldsymbol{\pi}\times\mathfrak{E} - \mathfrak{E}\times\boldsymbol{\pi}\big) - e\hbar\nabla\cdot\mathbf{E} + \right. \tag{25}$$

$$
+ \beta\hbar\nabla\cdot\mathfrak{E}\Big]\Big\} + \frac{e\hbar G}{8m^2}\times
$$

$$
\times\left\{\frac{1}{\gamma}, \Big[\boldsymbol{\Sigma}\cdot(\boldsymbol{\pi}\times\mathbf{E}-\mathbf{E}\times\boldsymbol{\pi}) - \hbar\nabla\cdot\mathbf{E}\Big]\right\} -
$$

$$
- \frac{e\hbar}{4m}\left\{\left(\frac{1}{\gamma}+G\right), \boldsymbol{\Pi}\cdot\mathbf{B}\right\} + \beta\frac{e\hbar G}{8m^3}\times
$$

$$
\times\left\{\frac{1}{\gamma(\gamma+1)}, \Big[(\mathbf{B}\cdot\boldsymbol{\pi})(\boldsymbol{\Sigma}\cdot\boldsymbol{\pi}) + (\boldsymbol{\Sigma}\cdot\boldsymbol{\pi})(\boldsymbol{\pi}\cdot\mathbf{B}) +
$$

$$
+ 2\pi\hbar(\boldsymbol{\pi}\cdot\mathbf{j}+\mathbf{j}\cdot\boldsymbol{\pi})\Big]\right\},
$$

где $\epsilon' = \sqrt{\boldsymbol{\mathcal{M}}^2 + c^2\boldsymbol{\pi}^2}$, $\gamma = \frac{1}{2}\left\{\epsilon', \frac{1}{\boldsymbol{\mathcal{M}}}\right\}$. Поскольку оператор скорости равен:

$$
\mathbf{v} = \frac{\partial\mathcal{H}_{\mathrm{FW}}}{\partial\mathbf{p}} \approx \beta\frac{\partial\epsilon'}{\partial\mathbf{p}} = \frac{1}{2}\beta c^2\left\{\boldsymbol{\pi}, \frac{1}{\epsilon'}\right\}, \tag{26}
$$

то

$$
\gamma = \left(1 - \frac{\mathbf{v}^2}{c^2}\right)^{-1/2}. \tag{27}
$$

Противоположные знаки в уравнениях (11) и (25) для спин-орбитального и контактного взаимодействий и отсутствие хромомагнитного взаимодействия для скалярного корнеллского потенциала — это наиболее важные различия гамильтонианов (11) и (25).

Как и в предыдущем разделе, определим связь между угловой скоростью прецессии спина кварка в лабораторной системе и силой, действующей на кварк в этой же системе отсчета. Поскольку вклад сильного взаимодействия является преобладающим, то мы будем пренебрегать электромагнитным взаимодействием. В классическом пределе оператор силы $\mathbf{F} = -\nabla\mathcal{H}_{\mathrm{FW}}$ имеет вид

$$
\mathbf{F} = \frac{[mc^2 + \mathfrak{V}(r)]\mathfrak{E}}{\epsilon'}. \tag{28}
$$

Полученные результаты позволяют найти зависимость между угловой скоростью прецессии спина и силой:

$$
\boldsymbol{\Omega} = -\frac{\gamma}{(\gamma+1)[mc^2+\mathfrak{V}(r)]c}\boldsymbol{\beta}\times\mathbf{F}, \tag{29}
$$

$$
\boldsymbol{\beta} = \frac{\mathbf{v}}{c}.
$$

Уравнение (29) определяет общий вид данной зависимости.

5. УРАВНЕНИЕ ДИРАКА СО СКАЛЯРНЫМ И ВЕКТОРНЫМ КОРНЕЛЛСКИМИ ПОТЕНЦИАЛАМИ В ПРЕДСТАВЛЕНИИ ФОЛДИ–ВАУТХОЙЗЕНА

Рассмотрим теперь общий случай, когда исходное уравнение Дирака содержит и скалярный, и векторный потенциалы. Именно такое уравнение было объектом исследования в недавних работах [3–7]. В указанных работах анализ производился для специфических значений коэффициентов C_0 и C_1. Выбор данных значений мотивировался соображениями симметрии. Однако соответствующую симметрию уравнения Дирака трудно обосновать исходя из физических соображений. Метод преобразования ФВ, используемый в настоящей работе, позволяет вывести релятивистское уравнение шредингеровского типа для гамильтониана для *любых* значений коэффициентов. Разумеется, должно выполняться соотношение (4) для их суммы.

При помощи уравнений (8)–(10) приходим к следующему результату:

$$
\mathcal{H}_{\mathrm{FW}} = \beta\epsilon' + e\Phi + \mathbb{F} + \tag{30}
$$

$$
+ \frac{\hbar}{8m^2}\left\{\frac{1}{\gamma(\gamma+1)}, \Big(\boldsymbol{\Sigma}\cdot\big[\boldsymbol{\pi}\times(e\mathbf{E}+\boldsymbol{\mathcal{Q}}) -
$$

$$
- (e\mathbf{E}+\boldsymbol{\mathcal{Q}})\times\boldsymbol{\pi}\big] - \boldsymbol{\Pi}\cdot(\boldsymbol{\pi}\times\mathfrak{E} - \mathfrak{E}\times\boldsymbol{\pi}) -
$$

$$
- \hbar\nabla\cdot(e\mathbf{E}+\boldsymbol{\mathcal{Q}}) + \beta\hbar\nabla\cdot\mathfrak{E}\Big)\right\} +
$$

$$
+ \frac{\hbar}{8m^2}\left\{\frac{1}{\gamma}, \Big(\boldsymbol{\Sigma}\cdot\big[\boldsymbol{\pi}\times(eG\mathbf{E}+G_c\boldsymbol{\mathcal{Q}}) -
$$

$$
- (eG\mathbf{E}+G_c\boldsymbol{\mathcal{Q}})\times\boldsymbol{\pi}\big] - \hbar\nabla\cdot(eG\mathbf{E}+G_c\boldsymbol{\mathcal{Q}})\Big)\right\} -
$$

$$
- \frac{\hbar}{4m}\left\{\frac{1}{\gamma}, \Big(\boldsymbol{\Pi}\cdot\big[e\mathbf{B}+\boldsymbol{\mathcal{R}}\big]\Big)\right\} -
$$

$$
- \frac{\hbar}{2m}\Big(\boldsymbol{\Pi}\cdot\big[eG\mathbf{B}+G_c\boldsymbol{\mathcal{R}}\big]\Big) +
$$

$$
+ \beta\frac{\hbar}{8m^3}\left\{\frac{1}{\gamma(\gamma+1)}, \Big[\big([eG\mathbf{B}+G_c\boldsymbol{\mathcal{R}}]\cdot\boldsymbol{\pi}\big)(\boldsymbol{\Sigma}\cdot\boldsymbol{\pi}) +
$$

$$
+ (\boldsymbol{\Sigma}\cdot\boldsymbol{\pi})\big(\boldsymbol{\pi}\cdot[eG\mathbf{B}+G_c\boldsymbol{\mathcal{R}}]\big) +
$$

$$
+ 2\pi\hbar\big(\boldsymbol{\pi}\cdot[eG\mathbf{j}+G_c\boldsymbol{\mathcal{I}}] + [eG\mathbf{j}+G_c\boldsymbol{\mathcal{I}}]\cdot\boldsymbol{\pi}\big)\Big]\right\}.
$$

Анализ гамильтониана (30) подтверждает выводы, сделанные в предыдущих разделах. Для скалярной и векторной частей корнеллского потенциала слагаемые, описывающие спин-орбитальное и контактное взаимодействия, имеют противоположные знаки. Энергия спин-орбитального взаимодействия достаточно велика и имеет порядок величины 100 МэВ. Отметим также простоту перехода к классическому пределу гамильтониана (30). Данный переход сводится к замене операторов соответствующими классическими величинами. В частности, $\hbar\boldsymbol{\Sigma}$ и $\hbar\boldsymbol{\Pi}$ заменяются удвоенным классическим вектором спина.

6. ВЫВОДЫ

В настоящей работе рассмотрены сильные и электромагнитные взаимодействия дираковских частиц (кварков). Эти взаимодействия феноменологически описываются корнеллским потенциалом, в общем случае имеющим скалярную и векторную части. Векторный корнеллский потенциал аналогичен четырехвекторному потенциалу электромагнитного поля. Поскольку сильное взаимодействие значительно более подобно электромагнитному, чем скалярному, использование векторного корнеллского потенциала является весьма естественным. В отличие от предшествующих исследований [2, 4, 6, 7], мы использовали метод релятивистского преобразования ФВ [8–10], применимый в сколь угодно сильных внешних полях, и определили релятивистский гамильтониан в представлении ФВ. В полученном гамильтониане члены нулевого и первого порядка по постоянной Планка и те члены порядка $\hbar^2$, которые описывают контактные взаимодействия, являются точными. Впервые определен адекватный и точный классический предел сильного взаимодействия кварков, характеризуемого корнеллским потенциалом со скалярной и векторной частями, с учетом электромагнитного взаимодействия. Найдены эффективные поля, действующие на частицу и спин. Выведены общие выражения для угловой скорости прецессии спина, которые соответствуют большой энергии спин-орбитального взаимодействия (порядка 100 МэВ) как для векторной, так и для скалярной части потенциала. Для этих частей корнеллского потенциала слагаемые, описывающие спин-орбитальное и контактное взаимодействия, имеют противоположные знаки. Рассчитана эволюция спиральности кварков. Рассмотрено их спин-спиновое взаимодействие. Найдена связь между угловой скоростью прецессии спина и силой, действующей на кварк. Покольку данная сила определяет изменение импульса, то ее можно в принципе извлечь из экспериментальных данных.

Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований, грант № Ф16Д-004, и программы Гейзенберг–Ландау Федерального министерства образования и научных исследований Германии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. M. Baznat, K. Gudima, A. Sorin, and O. Teryaev, Phys. Rev. C **88**, 061901 (2013).
2. U. D. Jentschura and J. H. Noble, J. Phys. A **47**, 045402 (2014).
3. V. Yu. Lazur, O. K. Reity, and V. V. Rubish, Phys. Rev. D **83**, 076003 (2011).
4. H. Hassanabadi, E. Maghsoodi, and S. Zarrinkamar, Ann. Phys. (Berlin) **525**, 944 (2013).
5. H. Hassanabadi, E. Maghsoodi, S. Zarrinkamar, and H. Rahimov, Adv. High Energy Phys. **2012**, 707041 (2012).
6. M. Hamzavi and A. A. Rajabi, Ann. Phys. (N. Y.) **334**, 316 (2013); Chin. Phys. B **22**, 090301 (2013); Chin. Phys. C **37**, 103102 (2013); Few-Body Syst. **54**, 2067 (2013).
7. L. A. Trevisan, C. Mirez, and F. M. Andrade, Few-Body Syst. **55**, 1055 (2014).
8. A. J. Silenko, J. Math. Phys. **44**, 2952 (2003).
9. A. J. Silenko, Phys. Rev. A **77**, 012116 (2008).
10. A. J. Silenko, Phys. Rev. A **91**, 022103 (2015).
11. А. Я. Силенко, Письма в ЭЧАЯ **10**, 144 (2013) [Phys. Part. Nucl. Lett. **10**, 91 (2013)].
12. А. Я. Силенко, Теор. мат. физ. **176**, 189 (2013) [Theor. Math. Phys. **176**, 987 (2013)].
13. A. J. Silenko, Phys. Rev. A **91**, 012111 (2015).
14. А. Я. Силенко, Теор. мат. физ. **105**, 46 (1995) [Theor. Math. Phys. **105**, 1224 (1995)].
15. А. Я. Силенко, Изв. вуз. Физика, № 8, 9 (2005) [Russ. Phys. J. **48**, 788 (2005)].
16. A. J. Silenko and O. V. Teryaev, Phys. Rev. D **71**, 064016 (2005).
17. A. J. Silenko and O. V. Teryaev, Phys. Rev. D **76**, 061101(R) (2007).
18. Yu. N. Obukhov, A. J. Silenko, and O. V. Teryaev, Phys. Rev. D **80**, 064044 (2009).
19. Yu. N. Obukhov, A. J. Silenko, and O. V. Teryaev, Phys. Rev. D **84**, 024025 (2011).
20. Yu. N. Obukhov, A. J. Silenko, and O. V. Teryaev, Phys. Rev. D **88**, 084014 (2013).
21. Yu. N. Obukhov, A. J. Silenko, and O. V. Teryaev, Phys. Rev. D **90**, 124068 (2014).
22. Yu. N. Obukhov, A. J. Silenko, and O. V. Teryaev, Phys. Rev. D **94**, 044019 (2016).
23. A. J. Silenko, Nucl. Instrum. Methods B **114**, 259 (1996).
24. А. Я. Силенко, Теор. мат. физ. **112**, 161 (1997) [Theor. Math. Phys. **112**, 922 (1997)].
25. Ya. Ya. Balitskii, Nucl. Phys. B **254**, 166 (1985).
26. L. L. Foldy and S. A. Wouthuysen, Phys. Rev. **78**, 29 (1950).
27. T. D. Newton and E. P. Wigner, Rev. Mod. Phys. **21**, 400 (1949).
28. J. P. Costella and B. H. J. McKellar, Am. J. Phys. **63**, 1119 (1995).
29. D. Diakonov, Prog. Part. Nucl. Phys. **51**, 173 (2003).
30. N. Kochelev and N. Korchagin, Phys. Lett. B **729**, 117 (2014).
31. L. H. Thomas, Nature (London) **117**, 514 (1926); Philos. Mag. **3**, 1 (1927).
32. V. Bargmann, L. Michel, and V. L. Telegdi, Phys. Rev. Lett. **2**, 435 (1959).
33. A. J. Silenko, Phys. Scr. **90**, 065303 (2015).

PHENOMENOLOGICAL DESCRIPTION OF INTERACTIONS OF RELATIVISTIC QUARKS WITH THE DIRAC EQUATION WITH THE CORNELL POTENTIAL

A. J. Silenko, O. V. Teryaev

Phenomenological description of interactions of relativistic quarks by the Dirac equation with the Cornell potential is given. The general form of the initial equation containing the vector and scalar parts of the Cornell potential is used at the arbitrary connection between these parts. The Hamiltonian in the Foldy—Wouthuysen representation is derived in the general form with allowance for the electromagnetic interactions. Unlike precedent investigations, it is relativistic and exact for terms of the zeroth and first powers in the Planck constant and also for such terms of the second power which describe contact interactions. General quantum-mechanical equations of motion for the momentum and the spin are derived and the classical limit of the Hamiltonian and the equations of motion is found for the first time. A connection between the angular velocity of the quark spin precession and the force acting on it is determined. The energy of the spin—orbit interaction is rather high (of the order of 100 MeV). The terms describing the spin—orbit and contact interactions have opposite signs for the scalar and the vector parts of the Cornell potential. The evolution of the quark helicity and the spin—spin interaction of the quarks are also calculated.

Сдано в набор 22.05.2017 г. Подписано к печати 15.08.2017 г. Дата выхода в свет 30.10.2017 г. Формат $60 \times 88^1/_8$
Цифровая печать Усл. печ. л. 20.0 Усл. кр.-отт. 1.3 тыс. Уч.-изд. л. 20.0 Бум. л. 10.0
Тираж 64 экз. Зак. 1575 Цена свободная

Учредители: Российская академия наук,
Государственный научный центр “Институт теоретической и экспериментальной физики”

Издатель: ФГУП “Издательство “Наука”, 117997 Москва, Профсоюзная ул., 90
Отпечатано в ФГУП “Издательство “Наука” (Типография “Наука”),
121099 Москва, Шубинский пер., 6