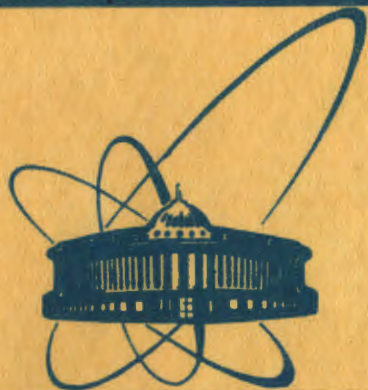


1576/82

5/IV-82



**сообщения  
объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
дубна**

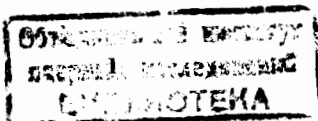
P4-82-72

А.Г.Барышников, С.П.Крекотень, С.Щ.Мавродиев

**О ПРАКТИЧЕСКОМ ВЫЧИСЛЕНИИ  
ЯДЕРНЫХ ВЕРШИННЫХ ФОРМФАКТОРОВ**

**1982**

1. В дисперсионных и диаграммных теориях ядерная реакция описывается как последовательность некоторых промежуточных, виртуальных процессов, среди которых важную роль играют процессы распада ядра на два фрагмента и процессы синтеза этих фрагментов в конечные продукты реакции. Такие процессы описываются ядерными вершинными формфакторами (ЯВФ), которые совпадают на массовой поверхности с ядерными вершинными константами (ЯВК). При описании прямых ядерных реакций при низких энергиях в рамках дисперсионных и диаграммных подходов, например периферийной модели (ПМ) <sup>/1/</sup> или диаграммного К-матричного подхода (ДКМП) <sup>/2/</sup>, обычно оказывается достаточным использовать в качестве амплитуды 3-лучевых вершин соответствующие ЯВК, т.е. не учитывать явную зависимость ЯВФ от импульса относительного движения фрагментов, используя его значение на массовой поверхности. Это обусловлено поверхностным характером прямых реакций и поглощением внутри ядра, когда основной вклад в амплитуду процесса дают большие прицельные параметры или парциальные волны с большими значениями орбитального момента взаимодействующих ядер. Аналогичное приближение использует в расчетах по методу искаженных волн (МИВ), когда заменяют одночастичную волновую функцию связанного состояния нуклона или кластера в ядре на функции Ганкеля, являющуюся решением уравнения Шредингера вне области действия потенциала и описывающую асимптотическую часть пространственной волновой функции. При этом неправильное поведение такой функции внутри ядра маскируется поверхностным характером реакции и большим поглощением в ядре. Однако в некоторых процессах, таких, как прямые реакции при больших значениях энергии или упругое рассеяние с большими переданными импульсами, может оказаться существенным поведение волновой функции в поверхностной области или даже внутри ядра. Указанное приближение при этом становится несправедливым, и для более аккуратного описания волновой функции на границе ядра следует использовать более сложную



волновую функцию. На языке диаграммной теории это отвечает учету явной зависимости ЯВФ от импульса относительного движения фрагментов. Характер такой зависимости определяется поведением используемой в расчетах волновой функции ядра в поверхностной области и в области  $r < R$ ,  $R$  - радиус ядра, и может быть довольно сложным. При вычислении амплитуды реакции в диаграммной теории практически удобно иметь ЯВФ, записанный в виде простой аналитической функции импульса.

В работе предложены методы практического нахождения ЯВФ, описывающих виртуальный распад ядра на два фрагмента, в виде простой аналитической функции от  $q^2$  ( $\vec{q}$  - импульс относительного движения фрагментов). ЯВФ в случае короткодействующего ядерного или кулоновского взаимодействия фрагментов получаются единообразно в виде суммы полюсов по  $q^2$ , что представляет несомненное удобство при их использовании для вычисления матричных элементов реакции. Так, амплитуда фейнмановской диаграммы с учетом явной зависимости ЯВФ от  $q$  сводится при этом к сумме амплитуд диаграмм того же вида, но с постоянными вершинами. В случае чисто ядерного взаимодействия, а также суперпозиции ядерного и кулоновского взаимодействий метод основан на разложении одночастичной волновой функции связанного состояния, рассчитанной в какой-либо модели, по функциям Ганкеля. Для нахождения кулоновской части ЯВФ (КВФ) используется метод паде-аппроксимантов, коэффициенты которых выражаются через коэффициенты разложения в ряд Тейлора известного спектрального представления приведенного КВФ.

Работа построена следующим образом. В разделе 2 приведены общие формулы, связывающие ЯВФ с волновой функцией связанного состояния. Для разложения волновой функции связанного состояния по функциям Ганкеля выписано выражение для ЯВФ в виде суммы полюсов по  $q^2$ , положения и вычеты которых выражаются через параметры разложения. В разделе 3 описан метод нахождения ЯВФ для случая связанного состояния сильнодействующих фрагментов. Нахождению КВФ в случае связанного состояния заряженных фрагментов посвящен раздел 4. В обоих разделах приведены конкретные примеры численных расчетов ЯВФ для ядер  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^9\text{Be}$ ,  ${}^{13}\text{C}$ ,  ${}^{13}\text{N}$ . Вычисленные в разделах 3 и 4 ЯВФ и КВФ применяются в разделе 5 для расчета дифференциального сечения реакции  ${}^{13}\text{C}(p, n){}^{13}\text{N}$  в рамках простой трехчастичной модели.

2. В дальнейшем используются следующие обозначения:  $m_i$ ,  $\vec{p}_i$ ,  $E_i$ ,  $J_i$ ,  $M_i$ ,  $\vec{r}_i$  - масса, импульс, кинетическая энергия, спин, проекция спина и радиус-вектор центра масс ядра  $i$ ;  $\mu_{ij} = m_i m_j / (m_i + m_j)$ ,  $E_{jk}^i = m_j + m_k - m_i = (\alpha_{jk}^i)^2 / 2\mu_{jk}$ ,  $\vec{q}_{ij} = (m_j \vec{p}_i - m_i \vec{p}_j) / (m_i + m_j)$  - импульс относительного движения частиц  $i$  и  $j$ ,  $J_{ij} = \vec{q}_{ij} / q_{ij}$ ,  $\sigma_i = E_i - p_i^2 / 2m_i$ .

Мы используем систему единиц, в которой  $\hbar = c = 1$ . Рассмотрим распад (реальный или виртуальный) ядра  $a$  на фрагменты  $b$  и  $c$ , идущий за счет сильных взаимодействий:

$$a(\alpha_a J_a M_a) \rightarrow b(\alpha_b J_b M_b) + c(\alpha_c J_c M_c), \quad (1)$$

где  $\alpha_i$  - дополнительные квантовые числа, необходимые для полного задания состояния ядра  $i$ . Исходя из принципов нерелятивистской инвариантности общее выражение для амплитуды распада (1) можно записать в виде <sup>3/</sup>

$$M_{bc}^{Ma} = \sqrt{4\pi} \sum_{l_m c m_s} G_{abc}(l_s, \sigma_a, \sigma_b, \sigma_c) (l_m c m_s / J_a M_a) (J_b M_b J_c M_c / J_s m_s) Y_{l_m c}(\vec{v}_{bc}), \quad (2)$$

где  $(j_1 m_1 j_2 m_2 / j_3 m_3)$  - коэффициент Клебша-Гордана,  $Y_{l_m c}(\vec{v})$  - нормированная сферическая функция,  $G_{abc}(l_s, \sigma_a, \sigma_b, \sigma_c)$  - ядерные вершинные формфакторы (ЯВФ), зависимость которых от квантовых чисел  $\alpha_i$ ,  $J_i$  не указана явно. Если составное ядро  $a$  - на массовой поверхности, то ЯВФ зависит только от одной галилеевски-инвариантной величины, в качестве которой можно выбрать импульс относительного движения фрагментов  $b$  и  $c$ . Значения ЯВФ при  $\sigma_a = \sigma_b = \sigma_c = 0$  (все три частицы на массовой поверхности) называются ядерными вершинными константами (ЯВК) и по своему физическому смыслу эквивалентны перенормированным константам связи "полюс"  $\sigma = b = c = x$ . ЯВФ  $G_{abc}(l_s, q_{bc})$  можно представить в форме <sup>4/</sup>

$$G_{abc}(l_s, q_{bc}) = (q_{bc} / i x_{bc}^a)^l G_{abc}(l_s) g_{abc}(l_s, q_{bc}^2), \quad (3)$$

где фактор  $(q_{bc} / i x_{bc}^a)^l$  учитывает пороговое поведение ЯВФ при  $q_{bc} \rightarrow 0$ ,  $g_{abc}(l_s, q_{bc}^2)$  - так наз. приведенный ЯВФ, равный по определению 1 при  $q_{bc} = i x_{bc}^a$  (на массовой поверхности).

ЯВФ для распада стабильного ядра  $a$  на стабильные фрагменты  $b$  и  $c$  можно выразить через волновые функции ядер  $a$ ,  $b$  и  $c$ . В дальнейшем нас будет интересовать случай, когда один из фрагментов,  $b$  или  $c$ , - нуклон. ЯВФ при этом выражается через нормированную радиальную волновую функцию связанного нуклона  $\psi_{bc}$  соотношением <sup>xx/3/</sup>:

<sup>3/</sup> Подробно свойства ЯВФ и ЯВК изложены в обзоре <sup>3/</sup>.

<sup>xx)</sup> Всюду в дальнейшем  $\vec{q} = \vec{q}_{bc}$ ,  $\vec{r} = \vec{r}_{bc}$ ,  $\mu = \mu_{bc}$ ,  $E = E_{bc}^a$ ,  $\alpha = \alpha_{bc}^a$ ,  $g = g_{abc}$ ,  $G = G_{abc}$ ,  $N = N_{bc}$  - множитель, учитывающий тождественность нуклонов ядер  $b$  и  $c$ .

$$G(\ell; j; q) = -(\pi N)^{1/2} \mu^{-1} (q^2 + \alpha^2) \int_0^\infty j_\ell(qr) \Psi_\ell(j; r) r^2 dr, \quad (4)$$

где  $\vec{j} = \vec{\ell} + \vec{1}/2$  - полный момент нуклона в ядре,  $j_\ell(qr)$  - функция Бесселя.

В расчетах по МИВ и по оптической модели (ОМ) часто аппроксимируют  $\Psi_\ell(r)$  функцией Ганкеля I-го рода  $h_\ell^{(1)}(i\alpha r)$ , которая правильно описывает асимптотическую часть радиальной волновой функции

$$\Psi_\ell(j; r) = \alpha C(\ell; j) h_\ell^{(1)}(i\alpha r) \approx C(\ell; j) e^{-\alpha r}/r, \quad r \rightarrow \infty, \quad (5)$$

но имеет неправильное поведение  $h_\ell^{(1)}(i\alpha r) \sim r^{-(\ell+1)}$  при  $r \rightarrow 0$ . Из формулы

$$\int_0^\infty j_\ell(qr) h_\ell^{(1)}(i\alpha r) r^2 dr = \alpha^{-1} (q/\alpha)^\ell (q^2 + \alpha^2)^{-1} \quad (6)$$

и соотношения (4) в этом приближении сразу получаем

$$G(\ell; j; q) = -i^\ell (\pi N)^{1/2} \mu^{-1} C(\ell; j) (q/i\alpha)^\ell. \quad (7)$$

Из сравнения (7) и (3) видно, что использование приближения (5) дает лишь правильное пороговое поведение ЯВФ при  $q \rightarrow 0$  и отвечает замене  $y(\vec{\ell}; q^2) \Rightarrow y(\vec{\ell}; q^2 = -\alpha^2) = i$  для приведенного явф. Это приближение часто используется в диаграммных и дисперсионных подходах.

Из последней формулы немедленно следует известное выражение для ЯВК через асимптотическую нормировочную константу  $C(\ell; j)$ :

$$G(\ell; j) \equiv \lim_{q \rightarrow i\alpha} G(\ell; j; q) = -i^\ell (\pi N)^{1/2} \mu^{-1} C(\ell; j). \quad (8)$$

Для более детального учета поведения волновой функции ядра в поверхностной и внутренней областях и, следовательно, зависимости ЯВФ от импульса  $q$  будем использовать разложение модельной радиальной волновой функции  $\Psi_\ell(j; r)$ , рассчитанной, например, с потенциалом Вудса-Саксона, по функциям Ганкеля  $h_\ell^{(1)}(i\beta r)$  с различными значениями параметра  $\beta$ . Такое разложение использовалось в работе <sup>15)</sup> и представляется очень удобным для практического расчета ЯВФ, поскольку приводит к простому аналитическому выражению. Итак, запишем волновую функцию нуклона в ядре в виде <sup>x)</sup>

<sup>x)</sup> Индекс  $j$ , различающий компоненты волновой функции с  $\ell + 1/2$  и  $\ell - 1/2$  при учете спин-орбитального взаимодействия, опускаем.

$$\Psi_\ell(r) \approx \sum_{k=1}^M c_k h_\ell^{(1)}(i\beta_k r), \quad 0 < \beta_1 < \beta_2 < \dots < \beta_M. \quad (9)$$

Подставляя (9) в (4), с помощью (6) получаем для ЯВФ выражение типа (3), в котором

$$G(\ell) = -i^\ell (\pi N)^{1/2} c_1 / \mu \alpha, \quad g(\ell; q^2) = (q^2 + \alpha^2) \sum_{k=1}^M \frac{c_k}{c_1} \left(\frac{\alpha}{\beta_k}\right)^{\ell+1} (q^2 + \beta_k^2)^{-1}. \quad (10)$$

При записи (10) учтено, что  $\beta_1 = \alpha$  и  $c_1$  фиксированы заданием асимптотики волновой функции. Очевидно, что при  $q = i\alpha = i\beta_1$   $g(\ell; q^2 = -\alpha^2) = 1$ , как и должно быть.

3. Пусть  $\Psi_\ell(r)$  - рассчитанная (аналитически или численно) в какой-либо модели радиальная функция связанного состояния нейтрона с орбитальным моментом  $\ell$  в ядре. Используем разложение (9), в котором параметры  $\beta_k = \alpha$  и  $c_k$  фиксированы асимптотическим поведением волновой функции нейтрона в ядре:

$$\Psi_\ell(r) \approx \frac{c_1}{\alpha} e^{-\alpha r}/r, \quad r \rightarrow \infty. \quad (11)$$

Следуя <sup>15)</sup>, представим  $h_\ell^{(1)}(i\beta r)$  в виде разложения

$$h_\ell^{(1)}(i\beta r) = \frac{a_1}{(\beta r)^{\ell+1}} + \frac{a_2}{(\beta r)^{\ell-1}} + \dots + a_{\ell+1} (\beta r)^{\ell-1} + R_\ell(\beta r), \quad (12)$$

коэффициенты которого  $a_k$  хорошо известны, а функция  $R_\ell(\beta r) \sim r^\ell$  при  $r \rightarrow 0$  и ее можно записать в виде ряда

$$R_\ell(\beta r) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=\ell+n+1}^{\infty} \frac{(-1)^k (\ell+n)!}{k! (\ell-n)! n! 2^n} (\beta r)^{k-n-1}.$$

Из (12) видно, что разложение (9) будет иметь правильное поведение  $\sum c_k h_\ell^{(1)}(i\beta_k r) \sim r^\ell$  при  $r \rightarrow 0$  только в том случае, если выполнены  $(\ell+1)$  условий

$$\sum_{k=1}^M c_k \beta_k^\nu = 0, \quad \nu = -(\ell+1), -(\ell-1), \dots, (\ell-3), (\ell-1). \quad (13)$$

При этом в разложении (9) можно заменить  $h_\ell^{(1)}(i\beta_k r)$  на  $R_\ell(\beta_k r)$ . Если исходная модельная волновая функция известна в  $N_r$  точках  $r_1, r_2, \dots, r_{N_r}$ , то для определения параметров разложения (9) мы должны решить систему  $N_r$  уравнений:

$$\sum_{k=1}^M c_k R_\ell(\beta_k r_j) = \Psi_\ell(r_j), \quad j=1, 2, \dots, N_r, \quad (14)$$

относительно  $2 \cdot (M-1)$  неизвестных величин  $c_k$  и  $\beta_k$  ( $c_1$  и  $\beta_1 = \alpha$  считаем известными) при наличии  $(\ell+1)$  связей (13).

Для уменьшения числа неизвестных параметров линейные по  $C_k$  уравнения связей (I3) разрешались явно для  $(\ell+1)$  параметров  $C_k$ , которые подставлялись в систему уравнений (I4). Окончательная переопределенная система  $N_r$  нелинейных алгебраических уравнений для отыскания  $(M-1)$  неизвестных параметров  $\beta_k$  и  $M-(\ell+1)-1$  неизвестных параметров  $C_k$  решалась численно методом авторегуляризованных итерационных гаусс-ньютоновских процессов <sup>16/</sup>. Расчеты выполнены на ЭВМ СДС-6500 при помощи программного комплекса COMPII. Для задания начальных значений неизвестных  $C_k$  и  $\beta_k$  использовалась процедура, описанная в <sup>15/</sup>.

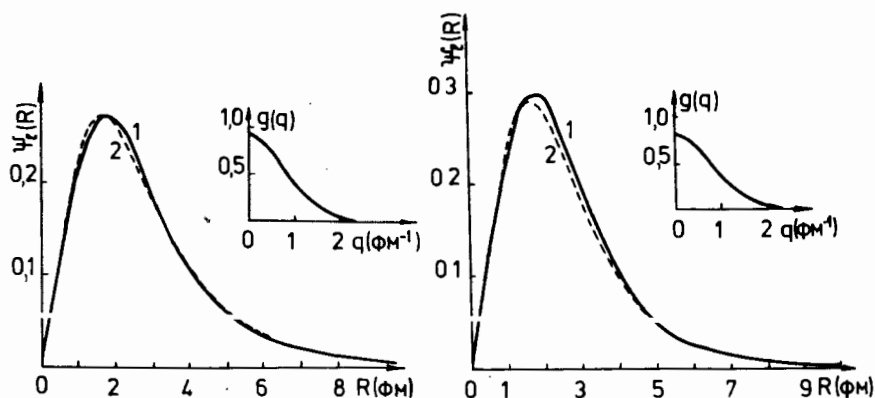


Рис.1. Одночастичные радиальные волновые функции связанных состояний  ${}^8\text{Be}+n$  (а) и  ${}^{12}\text{C}+n$  (б). Кривые 1 - расчеты с потенциалом Вудса-Саксона с параметрами из табл.2. Кривые 2 получены с помощью разложения по функциям Ганкеля (9) с параметрами из табл.1. В верхних правых углах рисунков изображены приведенные ЯВФ  $g(\ell; q^2)$ , полученные по формуле (10).

Результаты расчетов для волновых функций  ${}^9\text{Be}+n$   $1r_{3/2} (\ell=1, j=3/2)$  и  ${}^{12}\text{C}+n$   $1r_{1/2} (\ell=1, j=1/2)$  и полученные значения параметров представлено на рис.1 и в табл.1. Исходные волновые функции одночастичных состояний нейтрона в  ${}^9\text{Be}$  и  ${}^{12}\text{C}$  рассчитывались с потенциалом Вудса-Саксона, параметры которого приведены в табл.2. Число уравнений (I4) в обоих случаях составляло  $N_r=60$ . Хорошее описание волновых функций достигается уже при  $M=6$ .

Таблица 1. Вычисленные значения параметров  $C_k$  и  $\beta_k$

	K	1	2	3	4	5	6
${}^8\text{Be}+n$	$\beta_k$	0,266	1,11979	1,12061	1,78846	2,41088	4,57775
	$C_k$	0,1704	4878,27	-4900,88	44,3882	-23,6630	1,70730
${}^{12}\text{C}+n$	$\beta_k$	0,46719	1,21016	1,38050	1,74811	2,27673	4,18773
	$C_k$	0,83501	48,2220	-145,724	161,510	-69,4910	4,64837

Таблица 2. Параметры потенциала Вудса-Саксона

	$V_0$ МэВ	$r_0$ Фм	$a$ Фм	$L$ МэВ	$E_s$ МэВ	$\alpha$ Фм <sup>-1</sup>
${}^9\text{Be} \rightarrow {}^8\text{Be}+n$	39,276	1,25	0,57	25	1,665	0,2660
${}^{12}\text{C} \rightarrow {}^{12}\text{C}+n$	40,539	1,32	0,57	25	4,945	0,4672

Отметим, что для приближенного решения переопределенной системы уравнений (I4) по программе COMPII нужно задать значения погрешностей  $\Delta \Psi_e(r_j)$ , с которыми функция  $\Psi_e(r)$  известна в точках  $r=r_j$ ,  $j=1,2,\dots,N_r$ . Беря различные значения  $\Delta \Psi_e(r)$  в различных областях изменения  $r$ , можно сознательно менять качество найденного решения в интересующей нас области. Так, для лучшей аппроксимации исходных волновых функций ядер  ${}^9\text{Be}$  и  ${}^{12}\text{C}$  в поверхностной области мы полагали  $\Delta \Psi_e(r)/\Psi_e(r) = 0,05$  в области  $2,4 \text{ Фм} \leq r \leq 8 \text{ Фм}$  и  $\Delta \Psi_e(r)/\Psi_e(r) = 0,10$  при  $0 < r < 2,4 \text{ Фм}$  и  $8 \text{ Фм} < r < 19 \text{ Фм}$ .

Если мы рассматриваем связанное состояние протона в ядре, то волновая функция, рассчитанная в кулоновскоядерном потенциале, не имеет асимптотики (II). В этом случае, однако, для разложения  $\Psi_e(r)$  по функциям Ганкеля (9) описанный метод остается справедливым, но параметры  $\beta_1$  и  $C_1$  следует считать неизвестными.

4. В случае слабосвязанного состояния заряженных частиц  $b$  и  $c$ , кулоновский параметр которого  $\eta = \mu z_b z_c e^2 / \hbar^2 \epsilon$  достаточно велик, кулоновское взаимодействие сильно меняет поведение ЯВФ. Согласно <sup>17/</sup> кулоновскую часть радиального интеграла перекрытия ядер  $a$ ,  $b$  и  $c$  можно представить в виде

$$I_{abc}^c(\epsilon s; r) = C_{abc}(\epsilon s) r^{-1} W_{-\eta, \ell+1/2}(2\epsilon r), \quad (15)$$

где  $C_{abc}(l, s)$  - вещественная константа,  $W_{\gamma, e+\frac{1}{2}}(2\alpha r)$  - функция Уиттекера [8], а кулоновский член приведенного ЯВФ (приведенный КВФ) запишется в виде

$$g^c(l, q^2) = \exp(-i\pi\eta/2)(q^2 + \alpha^2)(\alpha/q)^e \int_0^\infty j_e(qr) W_{\gamma, e+\frac{1}{2}}(2\alpha r) r dr. \quad (16)$$

Спектральное представление  $g^c(l, q^2)$  имеет вид [7]

$$g^c(l, q^2) = g^c(l, t) = \exp(-i\pi\eta/2) \frac{(e+1)!}{\Gamma(e+1)} t \int_0^\infty r^{e+\eta} (t + \sqrt{t^2 + r^2})^{-2\eta} (r+t)^{-e-2} dr, \quad t = 1 + q^2/\alpha^2. \quad (17)$$

Для вычисления приведенного КВФ воспользуемся паде-аппроксимантом  $S^{[N, M]}(t)$  [9], коэффициенты которого выражаются через коэффициенты  $a_n$  разложения  $g^c(l, t)$  в ряд Тейлора в точке  $t=1$ :

$$t^{-1} g^c(l, t) = \sum_{n=0}^\infty a_n (t-1)^n \approx S^{[N, M]}(t), \quad (18)$$

$$a_n = \frac{1}{n!} \frac{d^n}{dt^n} (t^{-1} g^c(l, t))_{t=1} = \frac{(-1)^n \exp(-i\pi\eta/2)}{n!} \frac{\Gamma(e+2+n)}{\Gamma(e+1+\eta)} \times$$

$$2B(2n+2, e+\eta+1) F(\eta-l, 2n+2; e+\eta+2n+3; -1), \quad n=0, 1, 2, \dots, \quad (19)$$

$B(x, y) = \Gamma(x)\Gamma(y)/\Gamma(x+y)$ ,  $F(\alpha, \beta; \gamma; z)$  - гипергеометрическая функция. Полученный таким образом паде-аппроксимант  $S^{[N, M]}(t)$  (мы использовали диагональный вид  $N=M$ ) тождественно преобразуется в константу + сумму полюсов

$$S^{[N, N]}(t) \equiv P_N(t)/Q_N(t) \equiv \tilde{r}_0 + \sum_{k=1}^N \frac{r_k}{t-t_k}, \quad (20)$$

где  $t_k$  - корни полинома  $Q_N(t)$ ,  $Q_N(t) = \sum_{n=0}^N q_n t^n$ ,  $P_N(t) = \sum_{n=0}^N p_n t^n$ ,  $\tilde{r}_0 = p_N/q_N$ ,  $r_k = P_N(t_k)/[Q_N \prod_{j \neq k} (t_j - t_k)]$ . Чтобы представить

приведенный КВФ в виде суммы полюсов, заменим приближенно константу  $\tilde{r}_0$  на "далекий" полюс  $\tilde{r}_0 \approx -t_0 \tilde{r}_0 / (t-t_0)$ , где  $t_0$  - большое число. Тогда, обозначая  $r_0 \equiv -t_0 \tilde{r}_0$  и учитывая (20), перепишем (18) в окончательном виде:

$$g^c(l, t) = t \sum_{k=0}^N \frac{r_k}{t-t_k} = (q^2 + \alpha^2) \sum_{k=0}^N \frac{r_k}{q^2 - q_k^2}, \quad t_k = 1 + q_k^2/\alpha^2. \quad (21)$$

На рис.2 пунктиром изображены рассчитанные по формулам (18) - (21) приведенные КВФ для виртуальных процессов  $^{13}\text{N} \rightleftharpoons ^{12}\text{C} + p$  (а) и  $^6\text{Li} \rightleftharpoons \alpha + d$  (б). Значения кулоновского параметра для связанного состояния  $^{12}\text{C} + p$   $\eta = 0,648$ , для связанного состояния  $\alpha + d$   $\eta = 0,303$ . Для расчета обоих КВФ использовались диагональные паде-аппроксиманты с  $N=3$ . На этих же рисунках сплошными

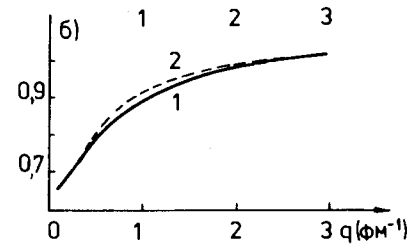
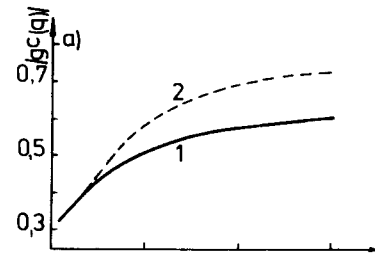


Рис.2. Приведенные КВФ для виртуальных процессов  $^{13}\text{N} \rightleftharpoons ^{12}\text{C} + p$  (а) и  $^6\text{Li} \rightleftharpoons \alpha + d$  (б). Кривые 1 - результат численного интегрирования (17), кривые 2 - расчет с помощью паде-аппроксимации.

кривыми показаны приведенные КВФ, найденные непосредственно по формуле (17) с помощью численного интегрирования. Максимальное отклонение приближенных КВФ от точных в интервале импульсов  $0 < q < 3 \text{ fm}^{-1}$  составляет 20% для вершины  $^{13}\text{N} \rightleftharpoons ^{12}\text{C} + p$  и 2,7% для вершины  $^6\text{Li} \rightleftharpoons \alpha + d$ . При желании точность вычисления КВФ можно

увеличить, используя паде-аппроксиманты более высокого порядка. Таким образом, вместо численного интегрирования по формуле (17) можно с достаточной хорошей точностью вычислять приведенный КВФ по формулам (18)-(21) и использовать полученную простую аналитическую форму (21) в расчетах в рамках диаграммных и дисперсионных подходов.

5. Мы использовали полученные в разделах 3 и 4 простые аналитические аппроксимации ЯВФ для вершины виртуального распада  $^{13}\text{C} \rightarrow ^{12}\text{C} + n$  и КВФ для вершины виртуального синтеза  $^{12}\text{C} + p \rightarrow ^{13}\text{N}$  в расчетах дифференциального сечения реакции перезарядки  $^{13}\text{C}(p, n)^{13}\text{N}$  при энергии протонов  $E_p = 30 \text{ МэВ}$  в рамках простой трехчастичной модели, предложенной в [10]. В этой модели предполагается, что механизм реакции отвечает треугольной диаграмме (рис.3). Взаимодействие налетающего протона с нейтроном ядра-мишени описывается сепарабельной  $S$ -волновой зависящей от спина  $N/N$ -амплитудой вне

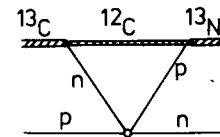


Рис.3. Треугольная диаграмма Фейнмана для реакции  $^{13}\text{C}(p, n)^{13}\text{N}$ .

энергетической поверхности. Эффекты "искажений" волновых функций относительного движения частиц во входном и выходном каналах реакции учитываются приближенно, как в модифицированной ПМ /II/, в которой вклад низших парциальных амплитуд с  $l_i < L_i$ ,  $l_f < L_f$  ( $L_i$  и  $L_f$  - параметры обрезания), отбрасывается полностью, а периферийные парциальные амплитуды умножаются на фактор  $K \cdot (S_i S_f)^{1/2}$ , где  $S_i$  ( $S_f$ ) - парциальный  $S$ -матричный элемент упругого рассеяния во входном (выходном) канале, вычисленный в ОМ. Фактор  $K$  учитывает эффект кулоновских искажений, не включенный в кулоновские фазы рассеяния  $\sigma_i$  ( $\sigma_f$ ), входящие в  $S_i$  ( $S_f$ ).

Для амплитуды 3-лучевой вершины  $^{13}\text{C} \rightarrow ^{12}\text{C} + n$  использовали ЯВФ в виде (10) с параметрами, приведенными в табл. I. Амплитуда виртуального синтеза  $^{12}\text{C} + p \rightarrow ^{13}\text{N}$  аппроксимировалась КВФ в виде (21), как описано в разделе 4, а зависимость ядерной части ЯВФ от импульса в этой вершине пренебрегали. Последнее оправдано результатами численных расчетов, которые показали, что при оптимальных параметрах обрезания для рассмотренной реакции  $L_i = 4$ ,  $L_f = 3$  учет зависимости ЯВФ вершины  $^{12}\text{C} + p \rightarrow ^{13}\text{N}$  от относительного импульса  $p$  и  $^{12}\text{C}$  приводит к изменению абсолютной величины сечения на несколько %, не меняя формы углового распределения. Вычисленные дифференциальные сечения изображены на рис. 4. Кривая 1 построена без

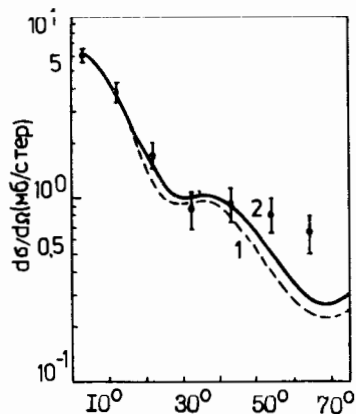


рис. 4. Теоретические дифференциальные сечения и экспериментальные точки для реакции  $^{13}\text{C}(p, n)^{13}\text{N}$  при  $E_p = 30$  Мэв.

учета импульсной зависимости КВФ в вершине  $^{12}\text{C} + p \rightarrow ^{13}\text{N}$  (приведенный КВФ  $g^c(e, q^2) = 1$ ). Из условия наилучшего описания экспериментального сечения /12/ в этом приближении получена оценка для произведения ЯВК  $\mathcal{U} = |G(^{13}\text{C} \rightarrow$

$$^{12}\text{C} + n) \cdot G(^{12}\text{C} + p \rightarrow ^{13}\text{N})|^2 = 0,51 \text{ бм}^2.$$

Кривая 2 - результат расчетов с учетом зависимости КВФ от импульса относительного движения  $p$  и  $^{12}\text{C}$ . Нормировка теоретического углового распределения к экспериментальным точкам в этом случае дает оценку

$\mathcal{U} = 1,90 \text{ бм}^2$ . Видно, что учет КВФ в вершине  $^{12}\text{C} + p \rightarrow ^{13}\text{N}$  приводит к существенному уменьшению абсолютной величины сечения и, следовательно, к увеличению извлекаемого из сравнения с экспериментом значения ЯВК. Наконец, используя известное значение ЯВК  $|G(^{13}\text{C} \rightarrow ^{12}\text{C} + n)|^2 = 0,4 \text{ бм}^2$ , из полученных значений  $\mathcal{U}$  находим оценки для величины ЯВК вершины  $^{12}\text{C} + p \rightarrow ^{13}\text{N}$ :  $|G(^{12}\text{C} + p \rightarrow ^{13}\text{N})|^2 = 1,3 \text{ бм}^2$  без учета КВФ и  $|G(^{12}\text{C} + p \rightarrow ^{13}\text{N})|^2 = 4,7 \text{ бм}^2$  с учетом КВФ. К сожалению, авторам неизвестны другие оценки ЯВК  $G(^{12}\text{C} + p \rightarrow ^{13}\text{N})$  с учетом кулоновского взаимодействия  $p$  и  $^{12}\text{C}$  в вершине.

Авторы искреннее благодарны Э.И. Долинскому за большую помощь и постоянный интерес к работе. Мы также признательны Л.Д. Блохинцеву и С.А. Гончарову за полезные обсуждения.

#### Литература

1. Борбей И., Долинский Э.И., Туровцев В.В. ЯФ, 1968, 8, с.492; Долинский Э.И. Изв. АН СССР, сер. физ., 1970, 34, с.165.
2. Блохинцев Л.Д. Изв. АН СССР, сер. физ., 1973, 37, с.1953; Baryshnikov A.G. et al. Nucl. Phys., 1974, A224, p.61.
3. Блохинцев Л.Д., Борбей И., Долинский Э.И. ЭЧАЯ, 1977, 8, №6, с.1169.
4. Dolinsky E.I., Dzhamalov P.O., Mukhamedzhanov A.M. Nucl. Phys., 1973, A202, p.97.
5. Ли Ч.к.к., Ватте Г.С.А. В. Physik, 1975, A275, p.283.
6. Александров Л. ЭВМ и МФ, 1971, №1, с.36; Препринт ОИЯИ, P5-5511, Дубна, 1970; Регуляризованные процессы ньютоновского типа для решения нелинейных систем уравнений, ОИЯИ, В1-5-9966, Дубна, 1976.
7. Джамалов П.О., Долинский Э.И. ЯФ, 1971, 14, с.753.
8. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Физматгиз, М., 1962.
9. The Pade approximants in theoretical physics, ed. Baker G.A. and Gammel J.L., Acad. Press, N.-Y., 1970.
10. Барышников А.Г., Долинский Э.И., Крекотень С.П. Изв. АН СССР, сер. физ., 1981, 45, с.169.
11. Долинский Э.И. и др. В кн.: Прямые ядерные реакции на легких ядрах с вылетом нейтронов, ФАН, Ташкент, 1978, с.7.
12. Clough A.S. et al. Nucl. Phys., 1970, A143, p.385.
13. Гончаров С.А. и др. Прог. и тез. докл. XXX Совец. по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра, "Наука", М.-Л., 1980, 435; Plattner G.R. and Viollier R.D. Nucl. Phys., 1981, A365, p.8.

Рукопись поступила в издательский отдел  
28 января 1982 года.

### НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

Д1,2-9224	IV Международный семинар по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1975.	3 р. 60 к.
Д-9920	Труды Международной конференции по избранным вопросам структуры ядра. Дубна, 1976.	3 р. 50 к.
Д9-10500	Труды II Симпозиума по коллективным методам ускорения. Дубна, 1976.	2 р. 50 к.
Д2-10533	Труды X Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Баку, 1976.	3 р. 50 к.
Д13-11182	Труды IX Международного симпозиума по ядерной электронике. Варна, 1977.	5 р. 00 к.
Д17-11490	Труды Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1977.	6 р. 00 к.
Д6-11574	Сборник аннотаций XV совещания по ядерной спектроскопии и теории ядра. Дубна, 1978.	2 р. 50 к.
Д3-11787	Труды III Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1978.	3 р. 00 к.
Д13-11807	Труды III Международного совещания по пропорциональным и дрейфовым камерам. Дубна, 1978.	6 р. 00 к.
	Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1978 /2 тома/	7 р. 40 к.
Д1,2-12036	Труды V Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1978	5 р. 00 к.
Д1,2-12450	Труды XII Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Приморско, НРБ, 1978.	3 р. 00 к.
	Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980 /2 тома/	8 р. 00 к.
Д11-80-13	Труды рабочего совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике, Дубна, 1979	3 р. 50 к.
Д4-80-271	Труды Международной конференции по проблемам нескольких тел в ядерной физике. Дубна, 1979.	3 р. 00 к.
Д4-80-385	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1980.	5 р. 00 к.
Д2-81-543	Труды VI Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1981	2 р. 50 к.
Д10,11-81-622	Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 1980	2 р. 50 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:  
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79  
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

Барышников А.Г., Крехотень С.П., Мавродиев С.С.  
О практическом вычислении ядерных вершинных формфакторов

P4-82-72

Предложены методы практического нахождения ядерных вершинных формфакторов /ЯВФ/ в виде суммы полюсов по  $q^2$ ,  $\vec{q}$  - импульс относительного движения фрагментов. В случае чисто ядерного взаимодействия фрагментов, а также суперпозиции ядерного и кулоновского взаимодействий метод основан на разложении модельной одночастичной волновой функции связанного состояния по функциям Ганкеля. Для нахождения кулоновской части ЯВФ используется паде-аппроксимация известного спектрального представления кулоновского вершинного формфактора /КВФ/. Найденные ЯВФ и КВФ для ядер  $^{13}\text{C}$  и  $^{13}\text{N}$  применяются для расчета дифференциального сечения  $^{13}\text{C}(p,d)^{13}\text{N}$  в простой трехчастичной модели.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1982

Baryshnikov A.G., Krehoten S.P., Mavrodiev S.S.  
On Calculation of Nuclear Vertex Form Factors

P4-82-72

Methods are proposed for calculation of nuclear vertex form factors (NVF) as a sum of poles in  $q^2$ ,  $\vec{q}$  being the momentum of relative motion of fragments. In the case of pure nuclear interaction of the fragments and of a superposition of nuclear and Coulomb interactions the method is based on the expansion of a model one-particle wave function of the bound state over the Hankel functions. The Coulomb part of NVF is calculated by using the Pade approximation of the known spectral representation of the Coulomb vertex form factor (CVF). The calculated NVF and CVF for nuclei  $^{13}\text{C}$  and  $^{13}\text{N}$  are used to compute the differential cross section of  $^{13}\text{C}(p,d)^{13}\text{N}$  in a simple three-particle model.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1982

Перевод авторов.