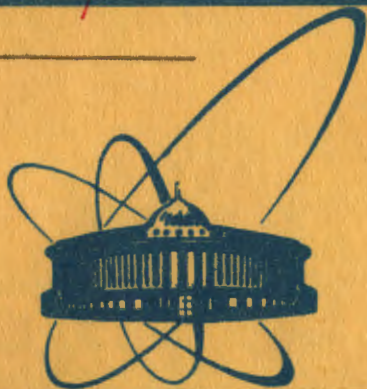


1540/82

5/IV-82



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
Дубна

P2-82-7

С.П.Кулешов, А.В.Сидоров, Н.Б.Скачков

СПЕКТР МАСС МЕЗОНОВ,
СОСТАВЛЕННЫХ ИЗ ЛЕГКИХ КВАРКОВ

1982

1. ВВЕДЕНИЕ

С момента открытия тяжелых векторных Ψ и Υ -частиц вновь возрос интерес к составным кварковым моделям^{/1,2/}. Оказалось, что спектр масс мезонов, составленных из тяжелых c и b кварков, с хорошей степенью точности может быть описан с помощью нерелятивистского уравнения Шредингера с потенциалом запирающего типа /см., например, /3/ /. Однако, как показано в^{/4/}, применение этого подхода для расчета связанных состояний легких кварков, т.е. для определения спектров масс \vec{p} , $\vec{\omega}$, $\vec{\phi}$ -мезонов, не является последовательным ввиду того, что связанные состояния легких кварков - в большей степени релятивистские системы. Следовательно, возникает необходимость вместо нерелятивистского уравнения Шредингера:

$$\left(\epsilon_{\text{нер.}} - \frac{\vec{p}^2}{2m}\right) \Psi_q(\vec{p}) = (2\pi)^{-3} \int V(\vec{p}, \vec{k}) \Psi_q(\vec{k}) d\vec{k}, \quad /1/$$

$$\epsilon_{\text{нер.}} = \frac{q^2}{2m}$$

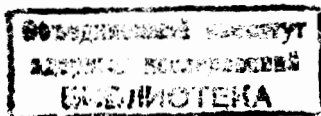
привлекать релятивистские уравнения для составных частиц, типа уравнения Бете-Солпитера^{/2/} или трехмерных одновременных уравнений квазипотенциального типа^{/5/}.

Привлекательная черта одновременного подхода - сохранение в нем основных свойств аппарата нерелятивистской квантовой механики: наличие вероятностной интерпретации волновой функции, трехмерность, возможность локальной формулировки в конфигурационном представлении.

Основным уравнением квазипотенциального подхода является уравнение, полученное для двух скалярных частиц с равными массами в работе^{/5/}:

$$\sqrt{m^2 + \vec{p}^2} (E_q^2 - \vec{p}^2 - m^2) \Psi_q(\vec{p}) = \int V(E; \vec{p}, \vec{k}) \Psi_q(\vec{k}) d^3\vec{k}. \quad /2/$$

В настоящей работе мы изучим возможность описания спектра масс легких векторных мезонов на основе релятивистского двух-частичного уравнения /2/. Наша цель - нахождение таких решений уравнения /2/ с потенциалом, обладающим свойством запирающего кварков, которые, с одной стороны, хорошо описывали бы спектр масс мезонов, с другой - могли бы быть применимы для учета феноменологическим образом эффектов запирающего в других



задачах, например, в задаче об упругом формфакторе мезона или при вычислении структурных функций адронов.

2. ОСЦИЛЛЯТОРНО-ПОДОБНАЯ ЗАПИРАЮЩАЯ ЧАСТЬ ПОТЕНЦИАЛА КВАРК-АНТИКВАРКОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ

В спектроскопии мезонов стало общепринятым представление потенциала взаимодействия кварка и антикварка в виде двух частей: дальнедействующей $V_{\text{зап.}}(r)$, обеспечивающей задержание кварков в адроне, и той части, которая описывает взаимодействие кварков на малых расстояниях $V_{\text{м.р.}}(r)$:

$$V_{\text{qq}}(r) = V_{\text{м.р.}}(r) + V_{\text{зап.}}(r). \quad /3/$$

В качестве же части потенциала, доминирующей на малых расстояниях, обычно выбирается фурье-образ амплитуды одноглюонного обмена между кварком и антикварком:

$$V_{\text{qq ас.св.}}(Q^2) = 4\pi \frac{a_s(Q^2)}{Q^2}, \quad /4/$$

регуляризованной тем или иным способом при малых Q^2 /6/. Эта часть потенциала взаимодействия существенна для определения ширины лептонных и прочих распадов кваркониев.

Дальнедействующую часть потенциала $-V_{\text{зап.}}(r)$ представляют обычно, по крайней мере, в нерелятивистском подходе, в виде бесконечно растущей при $r \rightarrow \infty$ функции. В основном именно она определяет расположение уровней энергии связанной системы /3/. Для тяжелых Ψ и Υ мезонов феноменологическим путем установлено, что $V_{\text{зап.}}(r)$ растет линейно или логарифмически /3,7/.

Для легких же кварков степень роста потенциала с ростом расстояния между кварками совершенно неизвестна, так как до сих пор нет установившихся, например, для ρ -мезона, значений масс его возбужденных состояний. Поэтому можно предполагать, что для легких кварков запирающая часть потенциала может расти даже быстрее, чем линейный потенциал, например, как потенциал осциллятора типа.

Квазипотенциальные уравнения рассматривались нами ранее в работах /8-10/ для случаев, когда запирающая часть потенциалов выбиралась в виде различных возможных релятивистских обобщений линейного потенциала, а короткодействующая часть строилась в виде фурье-образа амплитуды одноглюонного обмена /4/ /11/.

В настоящей работе мы изучим случай, когда запирающая часть потенциала, входящего в релятивистское уравнение /2/, имеет вид осциллятора. Для этого сначала обратимся к нерелятивистской теории.

Как легко убедиться, потенциалу в \vec{r} -пространстве:

$$V_{\text{зап.}}(r) = \frac{\omega^2}{2} r^2 \quad /5/$$

в импульсном представлении отвечает оператор

$$V_{\text{зап.}}(\vec{p}) = -\frac{\omega^2}{2} \Delta_{\vec{p}} \delta(\vec{p} - \vec{q}), \quad /6/$$

где $\Delta_{\vec{p}} = \frac{d^2}{d\vec{p}^2}$ - оператор Лапласа в трехмерном евклидовом пространстве импульсов:

$$\Delta_{\vec{p}} \exp(i\vec{p}\vec{r}) = -r^2 \exp(i\vec{p}\vec{r}). \quad /7/$$

Таким образом, полному потенциалу /3/ в импульсном представлении можно сопоставить выражение:

$$V_{\text{qq}} = -\frac{\omega^2}{2} \delta(\vec{p} - \vec{k}) \Delta_{\vec{p}} + V_{\text{м.р.}}(\vec{p} - \vec{k}). \quad /8/$$

Подстановка /8/ в уравнение Шредингера /1/ приводит к следующему интегро-дифференциальному уравнению:

$$\begin{aligned} \left(\frac{q^2}{2m} - \frac{p^2}{2m} + \frac{\omega^2}{2} \Delta_{\vec{p}} \right) \Psi_q(\vec{p}) = \\ = (2\pi)^{-3} \int V_{\text{м.р.}}(\vec{p} - \vec{k}) \Psi_q(\vec{k}) d^3 \vec{k}. \end{aligned} \quad /9/$$

Перейдем к релятивистской теории и рассмотрим релятивистское обобщение выражения /8/.

Рассмотрим уравнение /2/ с ядром, взятым в виде /8/. Подстановка /8/ в /2/ дает следующее уравнение для системы двух скалярных частиц:

$$\begin{aligned} \left[\sqrt{m^2 + p^2} (q^2 - p^2) + \frac{\omega^2 \Delta_{\vec{p}}}{2} \right] \Psi_q(p) = \\ = \int V_{\text{м.р.}}[(\vec{p} - \vec{k})^2; E_q] \Psi_q(\vec{k}) d^3 \vec{k}. \end{aligned} \quad /10/$$

Отметим, что в работе /12/ было предложено релятивистское обобщение осциллятора потенциала для уравнения Кадышевского.

3. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СПЕКТРЫ УРАВНЕНИЙ С ОСЦИЛЛЯТОРНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Рассмотрим уравнение /2/. После замены:

$$\Psi_{n\ell m}(p) = \frac{\Phi_{n\ell}(p)}{p} Y_{\ell m}(\theta, \phi)$$

приходим, пренебрегая интегральным членом, к следующему дифференциальному уравнению для радиальной части $\Phi_{n\ell}(p)$:

$$\left[\omega^2 \hbar^2 \frac{d}{dp^2} - \sqrt{m^2 + p^2} (E_{n\ell}^2 - m^2 - p^2) - \frac{\omega^2 \hbar^2 \ell(\ell+1)}{p^2} \right] \Phi_{n\ell}(p) = 0. \quad /11/$$

По своему виду это уравнение близко к уравнению Шредингера. В области малых p его решением являются функции Бесселя:

$$\Phi_{n\ell}(p) = C_1 p j_\ell(kp), \quad k = \frac{\sqrt{m(E_{n\ell}^2 - m^2)}}{\omega \hbar}. \quad /12/$$

В области больших p центробежным членом можно пренебречь, и уравнение /11/ приобретает вид:

$$\left[\hbar^2 d^2/dp^2 - q(p) \right] \Phi_{n\ell}(p) = 0, \quad /13/$$

$$q(p) = \omega^{-2} \sqrt{m^2 + p^2} (p^2 + m^2 - E_{n\ell}^2).$$

Для решения /13/ воспользуемся методом ВКБ и будем искать волновую функцию в виде:

$$\Phi(p) = \exp\left\{ \frac{i}{\hbar} \sigma(p) \right\}; \quad \sigma(p) = \sigma_0 + \frac{\hbar}{i} \sigma_1 + \left(\frac{\hbar}{i}\right)^2 \sigma_2 + \dots \quad /14/$$

Ограничиваясь первыми двумя слагаемыми в разложении /14/, получаем:

$$\Phi(p) = \begin{cases} \frac{c}{2\sqrt{|q|}} \exp\left\{ -\int_a^p \sqrt{|q|} dp' \right\}, & p > a; \\ \frac{c}{\sqrt{|q|}} \sin\left\{ \int_p^a \sqrt{|q|} dp' + \frac{\pi}{4} \right\}, & p < a; \end{cases} \quad /15/$$

$$a = \sqrt{E^2 - m^2}.$$

Для того, чтобы получить условие квантования, воспользуемся асимптотическим выражением для /12/

$$\Phi_{n\ell}(p) \underset{p \rightarrow \infty}{=} c_1 \cos(kp - \frac{\pi\ell}{2}) \quad /16/$$

и "сошьем" его с квазиклассической волновой функцией /15/ в области $p < a$. Получим:

$$\int_0^a \frac{4}{\sqrt{m^2 + p^2}} \sqrt{m^2 + p^2 - E_{n\ell}^2} dp = \pi\omega \left(n + \frac{\ell}{2} + \frac{3}{4} \right); \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad /17/$$

или, после выполнения интегрирования:

$$\sqrt{m(E_{n\ell}^2 - m^2)} B\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right) {}_2F_1\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}; 2; 1 - E_{n\ell}^2/m^2\right) = 2\pi\omega \left(n + \frac{\ell}{2} + \frac{3}{4} \right). \quad /18/$$

Условие квантования приобретает особо простой вид в случае $m = 0$:

$$E_{n\ell}^{5/2} = 4\sqrt{\pi}\omega \left(n + \frac{\ell}{2} + \frac{3}{4} \right). \quad /19/$$

Отметим, что оно порождает спектр собственных значений, не обладающий характерным для нерелятивистского трехмерного осциллятора свойством эквидистанции уровней. В случае /19/ расстояние между возбужденными уровнями уменьшается с ростом главного квантового числа: $E_{n+1, \ell} - E_{n\ell} \sim n^{-3/5}$.

Учет наличия у кварков конечной, но малой массы приводит к поправкам в спектре /19/ порядка $\Delta M \sim m^2/M_p$, что при $m \approx 10$ МэВ составляет $\Delta M \sim 1$ МэВ, и значительно меньше массы мезонов.

4. РАСЧЕТЫ СПЕКТРОВ МАСС МЕЗОНОВ

а/ Применим условие квантования /19/ для вычисления спектра масс возбужденных состояний p -мезона. Рассмотрим случай $m = 0$. Тогда единственный свободный параметр ω фиксируется по значению массы основного уровня p -мезона: $M_p = 0,776$ МэВ. Для сравнения в табл.1 приведен спектр, полученный с помощью условия квантования в линейном потенциале /9/ $V(r) = \sigma'r$ при $m = 0$:

$$M_n = 2\sqrt[4]{4\pi\sigma'(n + 3/4)}. \quad /20/$$

Такой спектр показывает, что массы мезонов могут вычисляться и в случае безмассовых составляющих кварков.

б/ Другим примером использования формул /19/ и /20/ может служить вычисление на их основе спектра масс глюония, который можно рассматривать как связанное состояние двух безмассовых частиц /13/. Самым легким известным пока экспериментальным кандидатом на место глюония является η' -мезон /14/ с массой $M_{\eta'} = 0,96$ ГэВ. Фиксируя по этой массе параметр потенциала, получаем спектр, приведенный в табл.2. Возможно, глюонием является мезон $E(1420)$, наблюдаемый в реакции $J/\psi \rightarrow \gamma + E(1420)$ /15/. Тогда $E(1420)$, согласно табл.2, будет первым или вторым радиальным возбуждением η' в случае осцилляторного потенциала и третьим радиальным возбуждением η' , если потенциал является линейным.

Массы возбужденных состояний ρ мезона M_ρ [ГэВ] для двух видов потенциала записания, $m_q = 0$,
 $\sigma' = 2,4 \cdot 10^{-8}$ ГэВ⁴, $\omega = 1,76 \cdot 10^{-2}$ ГэВ^{5/2} Таблица 1

n	Осцилляторный		Линейный $\ell = 0$
	$\ell = 0$	$\ell = 1$	
0	0,776	0,952	0,776
1	1,089	1,204	0,959
2	1,305	1,395	1,074
3	1,477	1,553	1,160

Спектр масс глюония M_g [ГэВ] Таблица 2
 $\sigma' = 5,63 \cdot 10^{-8}$ ГэВ⁴, $\omega = 3,0 \cdot 10^{-2}$ ГэВ^{5/2}

n	Осцилляторный		Линейный $\ell = 0$
	$\ell = 0$	$\ell = 1$	
0	0,96	1,18	0,96
1	1,35	1,49	1,19
2	1,61	1,72	1,33
3	1,83	1,92	1,44

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, в работе предложено релятивистское обобщение осцилляторного потенциала, которое сводит одновременное уравнение, записанное в импульсном пространстве, к интегро-дифференциальному виду. В пренебрежении интегральной частью получены выражения для волновых функций и условие квантования. Эти волновые функции могут быть использованы в качестве нулевого приближения при учете по теории возмущений интегральной части уравнения. Нашей дальнейшей целью является применение полученных решений для исследования степенных поправок к структурным функциям частиц в КХД.

Авторы признательны В.И.Саврину, А.Ф.Линкевичу, В.Н.Капшаю, В.В.Санадзе за обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Боголюбов Н.Н. и др. ОИЯИ, P2-2141, Дубна, 1965; Боголюбов Н.Н. В кн.: Физика высоких энергий и теория элементарных частиц. "Наукова думка", Киев, 1967, с.5.
2. Bogolubov P.N. Ann. of Inst. A.Poincare, 1968, vol.VIII, p.2; Кулешов С.П. ОИЯИ, P2-3353, Дубна, 1967.
3. Quigg C., Rosner J.L. FERMILAB-Pub.-79/22-THY, Batavia, 1979; Krammer M., Krasemann H. DESY 78/66, Hamburg, 1978.
4. Barbieri R. et al. Nucl.Phys., 1976, B105, p.122.
5. Logunov A.A., Tavkhelidze A.N. Nuovo Cimento, 1963, 29, p.380.
6. Savrin V.I., Skachkov N.B. CERN Ref. TH, 2822, Geneva, 1980.
7. Machacek M., Tomozawa Y. Ann.of Phys., 1978, 110, p.407.
8. Скачков Н.Б., Соловцов И.А. Письма в ЖЭТФ, 1978, 28, с.326.
9. Голоскоков С.В., Кулешов С.П., Сидоров А.В. Письма в ЖЭТФ, 1980, 31, с.154.
10. Сидоров А.В., Скачков Н.Б. ОИЯИ, P2-80-45, Дубна, 1980; Savrin I.A., Sidorov A.V., Skachkov N.B. Hadronic J., 1981, vol.4, p.1642.
11. Скачков Н.Б. ТМФ, 1975, т.22, с.213.
12. Донков А.Д. и др. ТМФ, 1971, 8, с.61.
13. Suura H. Phys.Rev.Lett., 1980, 20, p.1319.
14. Вайнштейн А.И. и др. Письма в ЖЭТФ, 1979, 29, с.649.
15. Particle Properties. Data Booklet. Printed at CERN, April, 1980.

Рукопись поступила в издательский отдел
8 января 1982 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

D1,2-9224	IV Международный семинар по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1975.	3 р. 60 к.
D-9920	Труды Международной конференции по избранным вопросам структуры ядра. Дубна, 1976.	3 р. 50 к.
D9-10500	Труды II Симпозиума по коллективным методам ускорения. Дубна, 1976.	2 р. 50 к.
D2-10533	Труды X Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Баку, 1976.	3 р. 50 к.
D13-11182	Труды IX Международного симпозиума по ядерной электронике. Варна, 1977.	5 р. 00 к.
D17-11490	Труды Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1977.	6 р. 00 к.
D6-11574	Сборник аннотаций XV совещания по ядерной спектроскопии и теории ядра. Дубна, 1978.	2 р. 50 к.
D3-11787	Труды III Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1978.	3 р. 00 к.
D13-11807	Труды III Международного совещания по пропорциональным и дрейфовым камерам. Дубна, 1978.	6 р. 00 к.
	Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1978 /2 тома/	7 р. 40 к.
D1,2-12036	Труды V Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1978	5 р. 00 к.
D1,2-12450	Труды XII Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий. Приморско, НРБ, 1978.	3 р. 00 к.
	Труды VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980 /2 тома/	8 р. 00 к.
D11-80-13	Труды рабочего совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике, Дубна, 1979	3 р. 50 к.
D4-80-271	Труды Международной конференции по проблемам нескольких тел в ядерной физике. Дубна, 1979.	3 р. 00 к.
D4-80-385	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1980.	5 р. 00 к.
D2-81-543	Труды VI Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1981	2 р. 50 к.
D10,11-81-622	Труды Международного совещания по проблемам математического моделирования в ядерно-физических исследованиях. Дубна, 1980	2 р. 50 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

Кулешов С.П., Сидоров А.В., Скачков Н.Б. P2-82-7
Спектр масс мезонов, составленных из легких кварков

Применительно к релятивистскому одновременному двухчастичному уравнению предложено релятивистское обобщение потенциала записания осциллятора типа, допускающее точное решение уравнения. Определены волновые функции и массовый спектр мезонов для скалярных кварков. Исследуется предел нулевой массы кварка как для линейного, так и для осцилляторного потенциалов. Рассчитаны спектры масс ρ -мезона и глюония, который рассматривается как кварконий, состоящий из безмассовых кварков.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1982

Kuleshov S.P., Sidorov A.V., Skachkov N.B. P2-82-7
Mass Spectrum of Mesons Composed of Light Quarks

Concerning a relativistic instantaneous two-particle equation a relativistic generalization of oscillator potential is suggested. Wave functions and meson mass spectrum in the case of scalar quarks are determined. A limit of zero quark mass is considered. Mass spectrum of ρ -mesons and gluonium are obtained.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1982

Перевод О.С.Виноградовой.