

Никитенко Ю.В.  
Б 1-3-8318.

+v



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

С 35  
М-623

201/75

Б 1-3-8318

ДЕПОНИРОВАННАЯ ПУБЛИКАЦИЯ

Дубна 1974

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ  
Лаборатория нейтронной физики

Ю.В. НИКИТЕНКО

Б1-3-8318

С35  
Н-623

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ СИСТЕМЫ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КАТУШЕК  
С ТОКОМ.

10 экз. 74

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ  
БИБЛИОТЕКА

Дубна. 1974

## А Н Н О Т А Ц И Я

Создана программа для расчета вектора магнитного поля, создаваемого системой эллиптических цилиндрических катушек. Исходя из необходимости достижения чувствительности  $10^{-25}$  см в измерении электрического дипольного момента (ЭДМ) нейтрона с помощью ультрахолодных нейтронов (УХН), определены требования на допустимую эллиптичность трехэлементной круговой системы.

## 1. Введение

Для создания однородного магнитного поля используются различные комбинации круговых катушек с током<sup>/1/</sup>. В установке для измерения ЭДН нейтрона с помощью УХН<sup>/2/</sup> предполагается для достижения относительной однородности магнитного поля  $\sim 10^{-3}$  по объему накопительной камеры (цилиндр с высотой 10 см и диаметром 50 см) использовать трехэлементную круговую систему<sup>/3/</sup>, состоящую из центрального соленоида и пары витков. Необходимость создания однородного магнитного поля в большом объеме пространства порождает трудности точного изготовления системы. Показано<sup>/4/</sup>, что для системы многоугольных катушек, изготовление которых по сравнению с круговыми проще, область заданной однородности поля оказывается больше при условии, что круг вписан в многоугольник. Целью настоящей работы является рассмотрение другого случая отступления от аксиальной симметрии системы, а именно - эллиптической цилиндрической системы.

## 2. Магнитное поле эллиптического витка с током

По закону Био - Савара магнитное поле  $\vec{dH}$ , создаваемое элементом тока  $\vec{de}$  в точке А (рис.1), определяется выражением:

$$\vec{dH} = k \frac{\vec{R} \times \vec{de}}{R^3}, \quad (1)$$

где  $\vec{R}$  - вектор, соединяющий элемент тока  $\vec{de}$  с точкой А,  $k$  - коэффициент нормировки, значение которого определяется выбранной системой единиц. Компоненты  $\vec{dH}$  в декартовой системе координат запишутся:

$$dM_x = \frac{\kappa d\ell \sin \alpha \sin \vartheta \cos \varphi}{R^2} \quad , \quad (2)$$

$$dM_y = \frac{\kappa d\ell \sin \alpha \sin \vartheta \sin \varphi}{R^2} \quad , \quad (3)$$

$$dM_z = \frac{\kappa d\ell \sin \alpha \cos \vartheta}{R^2} \quad , \quad (4)$$

где  $\alpha$  - угол между векторами  $\vec{R}$  и  $\vec{de}$ ,  $\vartheta$  - угол между вектором  $\vec{dH}$  и положительным направлением оси  $z$ ,  $\varphi$  - угол между проекцией вектора  $\vec{dH}$  на плоскость  $Oxy$  и положительным направлением оси  $x$ . Определим эти углы. Угол  $\alpha$ . Из прямоугольных  $\triangle AMD$  и  $\triangle ABD$  и из  $\triangle OBD$  (см. рис. 1) имеем:

$$\sin \alpha = AM/R \quad , \quad (5)$$

$$R = \sqrt{BD^2 + (z - z_1)^2} \quad , \quad (6)$$

$$BD^2 = z^2 + z_1^2 - 2zz_1 \cos(\beta - \gamma_1) \quad , \quad (7)$$

Угол  $\vartheta$ . Проведем  $BC$  параллельно  $\vec{de}$  до пересечения с перпендикуляром к  $\vec{de}$  в точке  $D$ , а также  $AN$  параллельно  $BC$ . Тогда имеем:

$$\sin \vartheta = (z - z_1) / AM \quad , \quad (8)$$

$$\cos \vartheta = BD \cdot \sin MDB / AM \quad , \quad (9)$$

Для определения угла  $MDB$  необходимо знать угол  $BDO$  и угол  $MDO$ . Из  $\triangle BDO$  имеем:

$$\cos BDO = \frac{(z_1^2 + BD^2 - z^2)}{2z_1 BD} \quad , \quad (10)$$

$$\sin BDO = \frac{z \sin(\beta - \gamma_1)}{BD} \quad , \quad (11)$$

Известно, что для угла между касательной к эллипсу и радиус-вектором имеется соотношение:

$$\cos \mu \varnothing = \frac{\operatorname{tg} \beta_1 (1 - e^2/a^2)}{\sqrt{(1 + \operatorname{tg}^2 \beta_1) (a^2 \operatorname{tg}^2 \beta_1 + e^2)}} \quad (12)$$

где  $e$  - большая полуось эллипса,  $a$  - малая.

Угол  $\varphi$ . Нетрудно получить  $\cos \varphi = -\sin(\beta_1 - \mu \varnothing)$  и  $\sin \varphi = +\cos(\beta_1 - \mu \varnothing)$ . Для получения выражений для компонент вектора магнитного поля, создаваемого эллиптическим витком с током, необходимо правые <sup>части</sup> члены выражений (2+4) проинтегрировать по  $\beta_1$ . Тогда получим:

$$H_x(z, z_1, \beta) = k \cdot J \int_0^{2\pi} \frac{(z - z_1) z_1 \cos \varphi d\beta_1}{(\beta \varnothing^2 + (z - z_1)^2)^{3/2}} \quad (13)$$

$$H_y(z, z_1, \beta) = k \cdot J \int_0^{2\pi} \frac{z_1 (z - z_1) \sin \varphi d\beta_1}{(\beta \varnothing^2 + (z - z_1)^2)^{3/2}} \quad (14)$$

$$H_z(z, z_1, \beta) = k \cdot J \int_0^{2\pi} \frac{z_1 \beta \varnothing \sin \mu \varnothing \beta d\beta_1}{(\beta \varnothing^2 + (z - z_1)^2)^{3/2}} \quad (15)$$

Для получения выражений для вектора поля, создаваемого эллиптической катушкой, необходимо выполнить интегрирование еще по  $z_1$ . Имеем в результате:

$$H_{x,k}(z, z_1, \beta) = k \cdot J \cdot n \int_0^{2\pi} z_1 \cos \varphi \left( \frac{1}{\sqrt{\beta \varnothing^2 + (z + e/2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{\beta \varnothing^2 + (z - e/2)^2}} \right) d\beta_1 \quad (16)$$

$$H_{y,k}(z, z_1, \beta) = k \cdot J \cdot n \int_0^{2\pi} z_1 \sin \varphi \left( \frac{1}{\sqrt{\beta \varnothing^2 + (z + e/2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{\beta \varnothing^2 + (z - e/2)^2}} \right) d\beta_1 \quad (17)$$

$$H_{z,k}(z, z_1, \beta) = k \cdot J \cdot n \int_0^{2\pi} \frac{z_1 \sin \mu \varnothing \beta}{\beta \varnothing} \left( \frac{z + e/2}{\sqrt{\beta \varnothing^2 + (z + e/2)^2}} - \frac{z - e/2}{\sqrt{\beta \varnothing^2 + (z - e/2)^2}} \right) d\beta_1 \quad (18)$$



где  $Z_1 = \sqrt{\frac{ab}{\alpha^2 \sin^2 \beta_1 + \beta^2 \cos^2 \beta_1}}$ ,  $J$  - ток в проводнике,  $n$  - число витков на единицу длины,  $l$  - высота цилиндра.

### 3. Описание программы

Программа позволяет считать вектор магнитного поля  $N$ -элементной системой катушек ( $N \leq 50$ ) по уравнениям (I6+I8). Входная информация к программе размещается на  $N+4$  картах:

а) на первой карте размещаются в формате 2I5 параметры  $N$  и  $N1$ , обозначающие количество элементов в системе и число точек при интегрировании по  $\beta_1$  ( $N1 \leq 1000$ ,  $N1 - 1 \neq 4 \cdot n$ ,  $n$  - целое);

б) на  $N$  картах, начиная со второй, размещается в формате 5F10,3 по 5 параметров на карте;  $z_0$ ,  $e$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $J$ , характеризующих положение, линейные размеры и ток на единице длины  $l$ -элемента (рис.2),  $l = 1, \dots, N$ ;

в) на  $(N+2)$ - карте в формате 3F10,3 размещаются параметры  $ZMIN$ ,  $ZMAX$ ,  $\Delta Z$ , обозначающие, что по координате  $Z$  магнитное поле будет вычисляться, начиная с точки  $ZMIN$  с шагом  $\Delta Z$  до точки  $ZMAX$  ( $\Delta Z \neq 0$ );

г) на  $(N+3)$ - карте в формате 3F10,3 размещаются параметры  $RMIN$ ,  $RMAX$ ,  $\Delta R$ , обозначающие то же, что и на предыдущей карте, но по координате  $R$  ( $\Delta R \neq 0$ );

д) на  $(N+4)$ - карте в формате 3F10,3 размещаются  $\varphi MIN$ ,  $\varphi MAX$ ,  $\Delta \varphi$  для координаты  $\varphi$  ( $\Delta \varphi \neq 0$ ).

На печать выдается входная информация в том порядке, в котором она вводится, а также параметры  $Z$ ,  $R$ ,  $\varphi$ ,  $H_x$ ,  $H_y$ ,  $H_z$ ,  $H$ , обозначающие координаты точки, в которой вычисляется вектор магнитного поля и сам вектор поля.

Кроме того, на печать выдается параметр  $\mathcal{D}H$ , характеризующий однородность абсолютной величины вектора магнитного поля в объеме, ограниченном  $Z_{MIN}$ ,  $Z_{MAX}$ ,  $R_{MIN}$ ,  $R_{MAX}$ ,  $\varphi_{MIN}$ ,  $\varphi_{MAX}$ . Определяется  $\mathcal{D}H$  следующим образом:

$$\mathcal{D}H = \sqrt{\frac{H^2}{\bar{H}^2} - 1} \quad , \quad (I9)$$

где усреднение выполнено по объему. Программа приведена на язык Фортран в приложении К I.

#### 4. Расчет трехэлементной системы

С помощью вышеприведенной программы были проведены расчеты вектора магнитного поля, создаваемого трехэлементной круговой и эллиптической системами. Для эллиптической системы выбран параметр эллиптичности  $\omega = 1 - a/b = .001$ . На основании этих расчетов на рис.3 представлены границы областей заданной однородности (в интервале  $10^{-6} + 10^{-2}$ ) абсолютной величины вектора магнитного поля. Из рисунка можно заключить, что данная эллиптичность круговой системы привела бы к уменьшению и искажению формы границ областей с однородностью поля  $10^{-4}$ . С целью определения допусков на эллиптичность трехэлементной круговой системы были проведены расчеты по определению зависимости параметра  $\mathcal{D}H$  от параметра  $\omega$ . Результаты расчетов сведены в таблицу I. Из данных, представленных в таблице, можно заключить, что для достижения однородности магнитного поля  $\sim 10^{-4}$ ,  $\sim 10^{-3}$  допустимой является эллиптичность  $\sim 10^{-3}$  и  $10^{-2}$  соответственно.

В заключение хочу поблагодарить Ю.В.Тарана, сделавшего ряд полезных замечаний и по инициативе которого была выполнена настоящая работа.



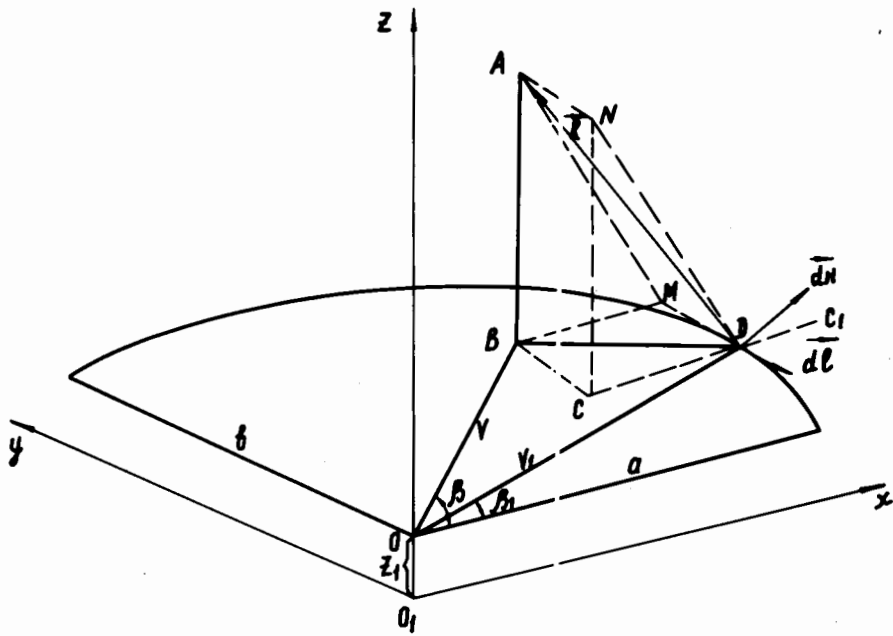


Рис. 1 - К расчету вектора магнитного поля, создаваемого эллиптическим витком с током.

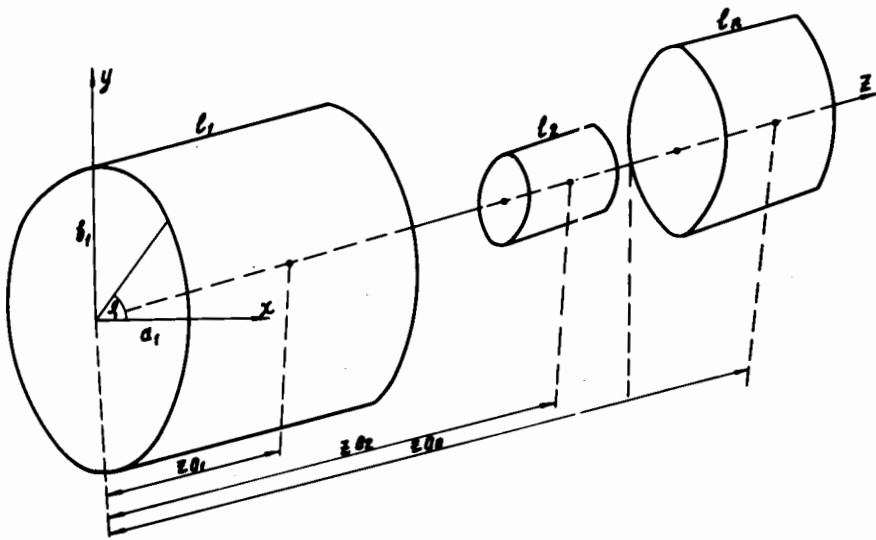


рис.2 - Схематическое изображение  $N$  - элементной системы катушек.

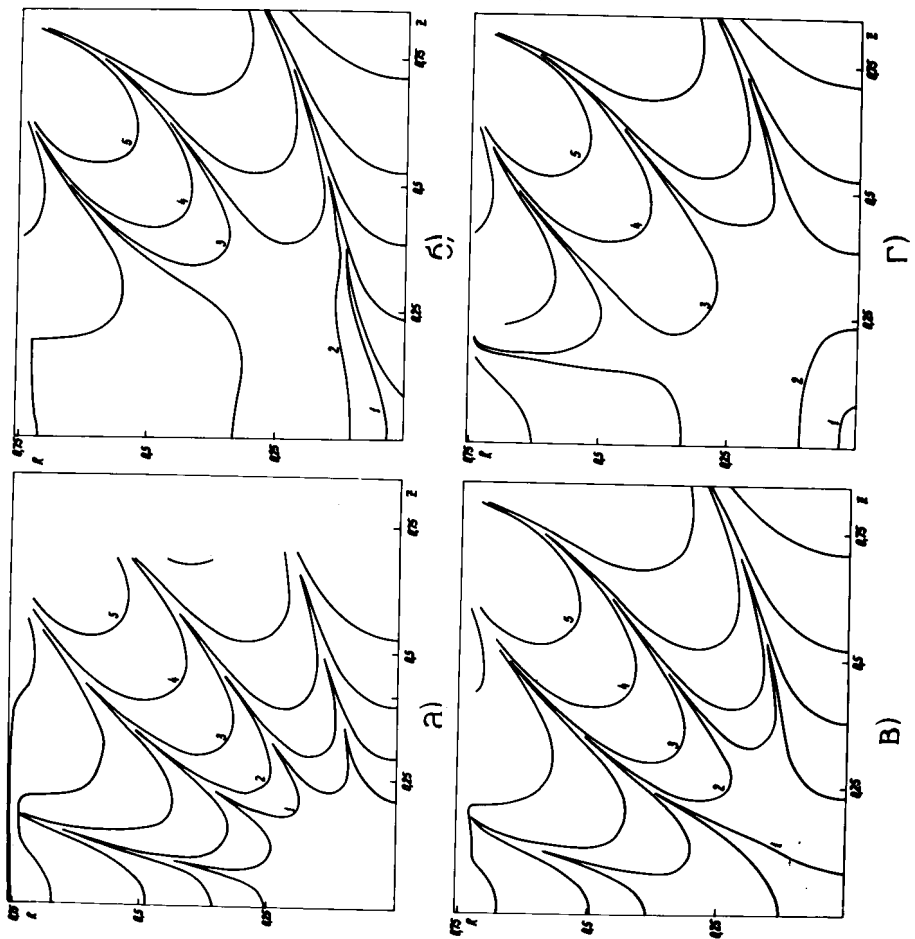


рис.3 - Границы областей заданной однородности для системы "соленоид + пара витков": (параметры системы из единицы измерения выбраны в соответствии с Гарретом)

а) круговая система;

б) эллиптическая система с  $\omega = 10^{-3}$  и  $\varphi = 2\pi n$  ;

в)  $\varphi = \pi/4(2n+1)$  ;

г)  $\varphi = \pi/2(2n+1)$  .

- Контур 1 - граница области с однородностью магн. поля  $10^{-6}$ .
- контур 2 -  $10^{-5}$ .
- контур 3 -  $10^{-4}$ .
- контур 4 -  $10^{-3}$ .
- контур 5 -  $10^{-2}$ .

$\omega$	Вопрос: описывает ли ток		Промеж. случаи		Экспер. данные в трубе	
	$J_{\text{мл}}$	$DH$	$J_{\text{мл}}$	$DH$	$J_{\text{мл}}$	$DH$
0	48.416	$2.8 \cdot 10^{-5}$	48.416	$2.8 \cdot 10^{-5}$	48.416	$2.8 \cdot 10^{-5}$
$10^{-4}$	48.416	$3.06 \cdot 10^{-5}$	48.416	$3.06 \cdot 10^{-5}$	48.416	$3.06 \cdot 10^{-5}$
$10^{-3}$	48.427	$1.17 \cdot 10^{-4}$	48.417	$1.17 \cdot 10^{-4}$	48.413	$1.17 \cdot 10^{-4}$
$10^{-2}$	48.58	$1.12 \cdot 10^{-3}$	48.48	$1.13 \cdot 10^{-3}$	48.38	$1.14 \cdot 10^{-3}$
$10^{-1}$	54.1	$0.96 \cdot 10^{-2}$	53.4	$1.09 \cdot 10^{-2}$	52.6	$1.08 \cdot 10^{-2}$

Таблица 1. Относительный среднеквадратичный разброс абсолютной величины вектора магнитного поля для трехэлементной системы в зависимости от параметра эллипсности  $\omega$  при отношении тока в витке к току в соленоиде  $J_{\text{мл}}/I_{\text{мл}}$  • соответствующему минимуму  $DH$  •

```
DIMENSION A(50),B(50),TOK(50),Z1(50),ZS(50)
DIMENSION FZ(1000),FY(1000),FX(1000)
```

```
COEFF=.1
```

```
GAUSSIAN
```

```
READ 6,N5,N4
6 FORMAT(2(I5))
PRINT 61,N5,N4
61 FORMAT(40X1HN1X1H=1XT5,10X2HN12XLH=5XT5,/)
```

```
NUMBER OF ELEMENTS AND NUMBER OF POINTS UNDER INTEGRATION
```

```
PRINT 62
62 FORMAT(46X2HZ010X1HL10X1HA10X1HB10X1HJ//)
PN=N4-1 AJJ=1.
ACJ=PN/4.+.1 JAC=ACJ BCJ=ACJ-JAC
DO 7 J7=1,N5
READ 8,Z1(J7),ZS(J7),A(J7),B(J7),TOK(J7)
8 FORMAT(5(F10.3))
IF(A(J7).EQ..0 .OR. B(J7).EQ..0)AJJ=.0
PRINT 81,J7,Z1(J7),ZS(J7),A(J7),B(J7),TOK(J7)
81 FORMAT(25X7HELEMENT3X13,3X5(1XF10.3),/)
```

```
CENTER OF ELEMENT
LONG OF ELEMENT
AXES OF ELEMENT
CURRENT OF ELEMENT
```

```
TOK(J7)=COEFF*TOK(J7)
A(J7)=A(J7)**2 B(J7)=B(J7)**2
7 CONTINUE
READ 9,ZMIN,ZMAX,DZ
READ 9,RMIN,RMAX,DR
READ 9,FMIN,FMAX,DF
9 FORMAT(3(F10.3))
PRINT 14,ZMIN,ZMAX,DZ
14 FORMAT(30X4HZMIN1X1H=1XF10.3,5X4HZMAX1X1H=1X
*F10.3,5X2HDZ1X1H=1XF10.3,/)
PRINT 15,RMIN,RMAX,DR
15 FORMAT(30X4HRMIN1X1H=1XF10.3,5X4HRMAX1X1H=1X
*F10.3,5X2HDR1X1H=1XF10.3,/)
PRINT 16,FMIN,FMAX,DF
16 FORMAT(30X4HFMIN1X1H=1XF10.3,5X4HFMAX1X1H=1X
*F10.3,5X2HDF1X1H=1XF10.3,/)
```

```
BEGIN, FINISH AND STEP OF PRINT ..
UNDER AXIS Z
UNDER AXIS R
UNDER AXIS F
```

```
IF(BCJ.LT..1)GO TO 19
IF(DZ.EQ..0 .OR. DR.EQ..0 .OR. DF.EQ..0 .OR. AJJ.EQ..0
*.OR. PN.EQ..0)GO TO 18
NZ=(ZMAX-ZMIN)/DZ+1
NR=(RMAX-RMIN)/DR+1
NF=(FMAX-FMIN)/DF+1
DF1=6.2831852/(N4-1)
```

Приложение № I. Программа для расчета вектора магнитного поля, создаваемого системой эллиптических цилиндрических катушек с током.

```

PRINT 11
11 FORMAT(10X1H711X1HP13X1HF13X2HHX15X2HHY16X2HHZ17X1HH//)
HH=.0   HH2=.0   SSS=.0
DO 1 J1=1,N7
7=07*(J1-1)+7MTN
DO 2 J2=1,NP
R=0R*(J2-1)+RMIN
R2=R**2   R22=2.*R
DO 3 J3=1,NF
F=0F*(J3-1)+FMTN
DO 4 J4=1,N4
F1=0F1*(J4-1)   AA1=SIN(F1)   AA2=COS(F1)
C0=AA1/AA2   C00=C0**2   C000=C0/SQRT(1.+C00)
FZ(J4)=.0   FY(J4)=.0   FX(J4)=.0
FF1=F-F1   CF=COS(FF1)   SF=SIN(FF1)
DO 5 J5=1,N5
RR=SQRT(A(J5)*B(J5)/(A(J5)*AA1**2+B(J5)*AA2**2))

```

EQUATION OF ELLIPSE

```

F1V=Z-71(J5)-7S(J5)/2.
F2V=-F1V-7S(J5)
AB2=R2+RR**2-F22*RR*CF
C1=(1.-B(J5)/A(J5))*C000/SQRT(A(J5)**2*C000+B(J5)**2)
C3=R*SF
C5=(RR**2+AB2-R2)/2./RR
C4=SQRT(1.-C1**2)
CSF=C4*AA2-C1*AA1   SSF=AA2*C1+AA1*C4
SS1=C4*C5-C3*C1
FV1=SQRT(AB2+F1V**2)   FV2=SQRT(AB2+F2V**2)
FXY=RR*(1./FV1-1./FV2)*TOK(J5)
FZ(J4)=FZ(J4)-RR/AB2*SS1*(F1V/FV1+F2V/FV2)*TOK(J5)
FX(J4)=FX(J4)+FXY*CSF
5 FY(J4)=FY(J4)+FXY*SSF
4 CONTINUE
CALL ARSIMP(N4,DF1,FX,FX)
CALL ARSIMP(N4,DF1,FY,FY)
CALL ARSIMP(N4,DF1,FZ,FZ)

```

MAGNETIC FIELD

```

FHH=FX**2+FY**2+FZ**2
FO=SQRT(FHH)
HH=HH+R*FO   HH2=HH2+R*FHH   SSS=SSS+R
PRINT 12,Z,R,F,FX,FY,FZ,FO
12 FORMAT(3(3XF10.3),4(3XE15.8))
3 CONTINUE
2 CONTINUE
1 CONTINUE
DH=SQRT(SSS*HH2/HH**2-1.)
PRINT 13,DH
13 FORMAT(5X4HDTSP10XE11.4)
GO TO 20
18 PRINT 181
181 FORMAT(/,3(1X3HNOT2X2HRE2X4HMUST2X5HEQUAL2X5HZERO)3X1H-
*5X23HDZ,DR,DF,A(J),B(J),N1-1)
GO TO 20
19 PRINT 191
191 FORMAT(/,4(1X4HN1-12X3HNOT2X4HMUST2X2HBE1X1H=1X13H4*N,N-INTEGER)
20 STOP
END

```