

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

Б 438

P9-87-258

П.Ф.Белошицкий, Э.А.Перельштейн

**ЭФФЕКТЫ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА
СИЛЬНОТОЧНОГО РЕЛЯТИВИСТСКОГО ПУЧКА
ПРИ ИНЖЕКЦИИ В КОМПРЕССОР**

Направлено в журнал "Вопросы атомной науки
и техники, серия: Техника физического
эксперимента"

1987

Целью работы является исследование продольного (азимутального) движения сильноточного релятивистского электронного пучка при однооборотной инжекции на круговую орбиту в слабофокусирующее магнитное поле. Экспериментально такая инжекция изучалась в работе /1/, где обнаружен самозахват пучка на круговую орбиту, уменьшение энергии частиц и среднего радиуса их обращения вследствие потерь на синхротронное излучение. Эти потери неоднородны по азимуту пучка (максимум излучения приходится на его фронт), вследствие чего происходит модуляция пучка и возникает радиационная неустойчивость. Последняя приводит к росту энергетического разброса в кольцевом пучке и, следовательно, к увеличению его сечения.

Инжекция РЭП на круговую орбиту в компрессоре с целью последующего его сжатия и получения плотных электронных колец рассматривалась в работах /2-5/. Исследования /2-4/ посвящены многооборотной инжекции, причем рассматривались только радиальные колебания частиц. В работе /5/ изучалось поджатие пучка в течение первого оборота вследствие переходных процессов, обусловленных когерентным синхротронным излучением (без учета неустойчивости), кулоновским взаимодействием в азимутально неоднородном пучке и влиянием на пучок его изображения в проводящих поверхностях. Были получены численные оценки для изменения радиуса равновесной орбиты при различных параметрах пучка. Перечисленные выше эффекты рассмотрены в /5/ порознь, что не позволяет сделать окончательный вывод о величине радиального поджатия пучка. Кроме того, неучтенный эффект развивающейся неустойчивости существенным образом меняет эту величину уже при типичных значениях числа частиц в пучке.

В настоящей работе изучение инжекции пучка проведено методом численного моделирования. Такая постановка задачи позволяет совместно учесть различные эффекты, выявить уширение пучка (рост энергетического

разброса) в процессе инжекции и естественным путем приводит к начальным условиям в задаче о развитии неустойчивости отрицательной массы в кольцевом пучке.

I. Динамика продольного движения РЭП при инжекции на круговую орбиту с учетом синхротронного излучения.

Уравнения азимутального движения частицы с номером k в кольцевом пучке имеют вид /6/

$$\frac{d\xi_k}{dt} = \xi_k, \quad \frac{d\xi_k}{d\tau} = f \frac{1}{N_e} \sum_{n=1}^{N_e} \tilde{Z}(\xi_k - \xi_n), \quad (I)$$

$\xi = \varphi - \omega_0 t$, $\xi = \frac{1}{\chi} \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}$, $\tau = \chi \omega_0 t$, $\chi = (-\frac{2\nu}{\gamma})^{1/2}$, $\tilde{Z}(\varphi) = \frac{c}{4\pi m} \sum_{n,m} Z_{n,m} e^{im\varphi}$, где φ - азимутальная координата, ω_0 - начальная частота обращения с учетом поправок, учитывающих расталкивание по радиусу в замкнутом однородном кольцевом пучке /7/, t - время, $\nu = \frac{N_e^{max}}{2\pi r_0} \frac{e^2}{mc^2}$ - параметр Будкера, r_0 - начальный радиус равновесной орбиты, $\eta = (\frac{\varepsilon}{\omega} \frac{\partial \omega}{\partial \varepsilon})_{\omega=\omega_0} = \frac{1}{\gamma^2} - \frac{1}{\gamma^3}$, $\varepsilon = mc^2 \gamma$, γ - релятивистский фактор, ν_r - частота радиальных бетатронных колебаний, N_e - число частиц в пучке к моменту времени t , N_e^{max} - число частиц к концу оборота, $f = N_e / N_e^{max}$.

Уравнения (I) получены в нерезонансном случае, когда импеданс $Z_{n,\omega}$ не имеет особенностей вблизи $\omega = n\omega_0$ и справедливы до тех пор, пока

$$\bar{S}, (\bar{S}^2)^{1/2} \ll \frac{1}{\chi}. \quad (2)$$

Гармонику поля с номером n можно представить в виде $E_n(t) = -\lambda_n \cdot Z_{n,\omega_0} \cdot I_n(t)$ (I - ток пучка) через промежуток времени $t \gg \frac{2\pi}{n\omega_0}$, т.е. достаточно быстро для высоких гармоник, которые, как будет видно из дальнейшего рассмотрения, играют наиболее существенную роль. Из системы уравнений (I) следуют законы сохранения импульса и энергии

$$\frac{d\bar{S}}{dt} + \frac{1}{N_e} \frac{dN_e}{dt} \bar{S} - 2f(t) \sum_{m>0} \text{Re} \tilde{Z}_m / \lambda_m(t)^2 = 0, \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt}(\bar{S}^2 + \bar{S}^2) - 2f(\tau) \sum_{m>0} \frac{4m \tilde{z}_m}{m} \frac{d}{dt} |\lambda_m(\tau)|^2 + \frac{1}{N_e} \frac{dN_e}{dt} (\bar{S}^2 - \bar{S}_i^2 + 2\bar{S}^2) = 4f(\tau) \sum_{m>0} \operatorname{Re} \bar{\delta \tilde{z}_m} \cdot \operatorname{Re} \tilde{z}_m \cdot |\lambda_m(\tau)|^2. \quad (4)$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$\bar{S} = \frac{1}{N_e} \sum_{k=1}^{N_e} S_k, \quad \bar{S}^2 = \frac{1}{N_e} \sum_{k=1}^{N_e} (S_k - \bar{S})^2, \quad \lambda_m = \frac{1}{N_e} \sum_{k=1}^{N_e} e^{-im\phi_k},$$

$$\bar{\delta \tilde{z}_m} = \frac{1}{\chi \omega_0} \bar{\Delta \omega}_m = \frac{\sum_k S_k e^{-im\phi_k}}{\sum_k e^{-im\phi_k}}, \quad \tilde{z}_m = \tilde{z}_{m, m\omega_0}$$

Из (3) находим

$$\bar{f}(\tau) = \frac{2}{f(\tau)} \sum_{m>0} \operatorname{Re} \tilde{z}_m \int_0^\tau f^2(t) \cdot |\lambda_m(t)|^2 dt. \quad (5)$$

Если пренебречь на первом обороте влиянием на динамику частиц азимутально-неоднородных зарядового и токового расталкиваний и развивающейся радиационной неустойчивости, т.е. считать движение частиц свободным, то для пучка с длительностью фронта $\delta=0$ и

$$N_e(t) = N_e^{\max} \cdot \omega_0 t / 2\pi \quad \text{получим}$$

$$|\lambda_m(t)|^2 = \frac{2(1 - \cos m\omega_0 t)}{(m\omega_0 t)^2}, \quad (6)$$

$$\frac{\Delta \omega}{\omega_0} = -\frac{2V}{\gamma} \sum_{m>0} \frac{2}{\pi} \frac{\operatorname{Re} \tilde{z}_m}{m^2} \left(1 - \frac{\sin m\omega_0 t}{m\omega_0 t}\right). \quad (7)$$

Из (7) можно получить оценку относительного изменения радиуса кольца $\Delta r/r_0 = (\gamma v_r^2)^{-1} \Delta \omega / \omega_0$. Например, для кольцевого пучка в свободном пространстве $\operatorname{Re} \tilde{z}_m \approx 0,812 \cdot m^{-1/3}$ и в конце первого оборота ($t = 2\pi/\omega_0$)

$$\frac{\Delta r}{r_0} \approx \frac{346}{\pi} \chi^2. \quad (8)$$

Для кольца с параметрами КУТИ ОИЯИ $\chi \approx 8,5 \cdot 10^{-2} (N_e^{\max}/10^{13})^{1/2}$, и при $N_e^{\max} = 4 \cdot 10^{12}$, $r_0 = 40$ см имеем $\Delta r \approx 1,3$ мм, что в 6 раз меньше соответствующей оценки по работе [5]. Расхождение объясняется тем, что результаты [5] относятся только к фронту пучка, а выражение (5) получено после усреднения по всему пучку.

Как видно из (7), относительное изменение радиуса равновесной орбиты пропорционально числу электронов в кольце и для интенсивных пучков, инжектируемых в керамические камеры, может достигать нескольких миллиметров. Для пучка, инжектируемого в пространство между двумя бесконечными идеально проводящими пластинами, излучение на первых гармониках отсутствует ($\operatorname{Re} \tilde{z}_m = 0$) и изменение радиуса равновесной орбиты, полученное с помощью (7), существенно (примерно в 15 раз для параметров "Компрессора-4" в Беркли [1]) меньше.

В том же приближении, что и (7), можно найти зависимость изменения радиуса равновесной орбиты от длительности фронта пучка.

Пусть плотность заряда на фронте линейно нарастает до постоянного значения за время δ/ω_0 . Интегрирование выражения (5) даёт:

а) $t < \delta/\omega_0$

$$\bar{f}(\tau) = \frac{2\tau_0^2}{\pi^2 \delta (4\pi - \delta)} \sum_m \frac{\operatorname{Re} \tilde{z}_m}{m^4} \left\{ \frac{1}{3} (m\omega_0 \tau) - 2(1 - \cos m\omega_0 \tau) + 4\left(1 - \frac{\sin m\omega_0 \tau}{m\omega_0 \tau}\right) \right\}. \quad (9)$$

Если $\delta = 2\pi$, то при $\tau = \tau_0$

$$\left(\frac{\Delta \omega}{\omega_0}\right)_{\delta=2\pi} \approx \frac{2}{3} \left(\frac{\Delta \omega}{\omega_0}\right)_{\delta=0}, \quad (10)$$

б) $t > \delta/\omega_0$

$$\bar{f}(\tau) = \frac{\tau_0}{2\pi^2 (1 - \frac{\delta}{4\pi})} \sum_m \frac{\operatorname{Re} \tilde{z}_m}{m^2} \left\{ \frac{2}{3} - \frac{4(1 - \cos m\delta)}{m^2 \delta^2} + \frac{8(1 - \frac{\sin m\delta}{m\delta})}{m^2 \delta^2} \right\} +$$

$$+ \frac{\tau_0}{2\pi^2 (1 - \frac{\delta}{4\pi}) (\tau - \frac{\delta}{4\pi})} \sum_m \frac{\operatorname{Re} \tilde{z}_m}{m^2} \left\{ \left[1 + \frac{2(1 - \cos m\delta)}{m^2 \delta^2}\right] \tau - \frac{\delta}{\omega_0} \left[1 - \frac{2(1 - \cos m\delta)}{m^2 \delta^2} \cos m\omega_0 \tau\right] - \frac{2 \sin m\omega_0 \tau}{m\omega_0} \frac{\sin m\delta}{m\delta} \right\}. \quad (11)$$

В конце первого оборота

$$\bar{f}(\tau_0) = \frac{\tau_0}{\pi^2 (1 - \frac{\delta}{4\pi})^2} \sum_m \frac{\operatorname{Re} \tilde{z}_m}{m^2} \left\{ \left(\frac{5}{6} - \frac{\delta}{3\pi}\right) - \frac{1 - \cos m\delta}{m^2 \delta^2} + \frac{4(1 - \frac{\sin m\delta}{m\delta})}{m^2 \delta^2} \left(1 - \frac{\delta}{4\pi}\right) \right\}. \quad (12)$$

Как следует из (12), учет конечной величины фронта пучка в случае

свободного пространства приводит к 10+20% поправкам, для пучка между бесконечными идеально проводящими плоскостями может изменить результат вдвое.

2. Численное моделирование процесса инжекции РЭП.

Моделирование процесса РЭП на круговую орбиту в слабофокусирующем магнитном поле проводилось путем численного решения системы уравнений (1) для 1600 "крупных" частиц. В импедансе ^{*})

(рис.1) были оставлены первые 50 гармоник, т.е. положено $Z_{m, m\omega_0} = 0$ при $m > 50$. Безразмерное время оборота $\tau_0 = 2\pi r_0 / (N_e^{max})^{1/2}$ определяется в первую очередь числом частиц в пучке. В качестве исходных были взяты параметры "Компрессора-4" в Беркли $|I|/r_0 = 17$ см, расстояние между плоскостями $H = 5$ см, $\nu_r = 0,7$, $\gamma = 7$. Моделирование проводилось для двух значений $\tau_0 = 0,4$ и $\tau_0 = 0,8$, что соответствует $N_e^{max} = 2,7 \cdot 10^{12}$ и $N_e^{max} = 1,1 \cdot 10^{13}$, шаг интегрирования равнялся $\Delta\tau = 5 \cdot 10^{-4}$. В качестве средства контроля использовались соотношения (3), (4) (в вариантах без учета поперечного движения). Энергетический разброс в момент инжекции частиц на орбиту был выбран нулевым, с одной стороны, из-за ограниченности ресур-

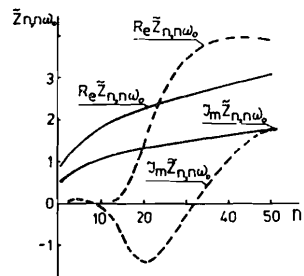


Рис. 1. Зависимость импеданса кольца $\tilde{Z}_{n, n\omega_0}$ для свободного пространства (сплошная линия) и между бесконечными идеально проводящими пластинами (штриховая линия) в ультрарелятивистском пределе от n .

^{*}) Авторы признательны Ю.И.Алексахину, предоставившему в их распоряжение программу для вычисления импеданса кольца, помещенного между двумя бесконечными идеально проводящими плоскостями.

сов ЭВМ, и с другой стороны, с целью выявления вклада продольной неустойчивости в условиях максимально быстрого ее развития.

За динамикой неустойчивости можно проследить по рис.2 ($N_e^{max} = 2,7 \cdot 10^{12}$, а), б), в) - пучок между плоскостями, г) - пучок в свободном пространстве). Как следует из рисунков, примерно до половины оборота распределение $|\lambda_m|^2$ (сплошная линия) повторяет формулу (7) (штриховая линия). Отличия от (7) раньше

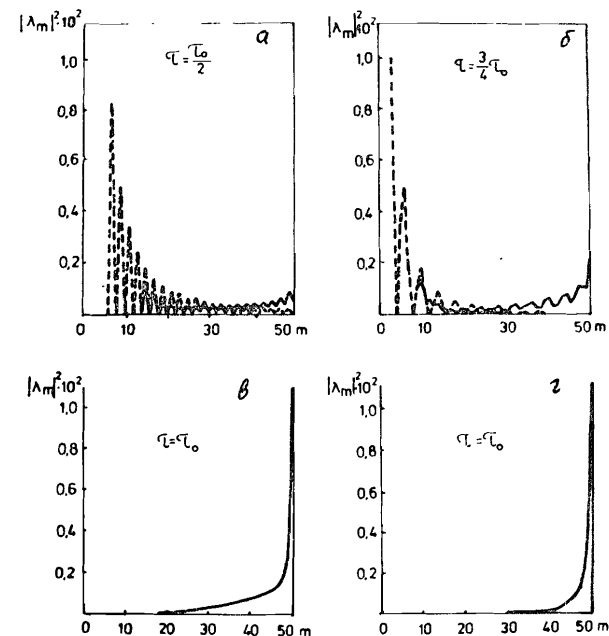


Рис.2. Зависимость амплитуды гармоники плотности λ_m от её номера m в различные моменты времени (гармоники с $m = I + 5$ на рис.2а и $m = I + 3$ на рис.2б не показаны).

возникают у гармоник с большими номерами m , что легко объяснить, так как инкремент линейной теории $\Gamma / \Gamma_m \propto m^{2/3}$. Более раннее возбуждение высоких гармоник отмечалось и на экспериментах по исследованию продольной неустойчивости на "Компрессоре-4" в Беркли ^{/I/}.

Неустойчивость развивается почти одинаково для двух различных геометрий (рис.2в и 2г), так как на первом обороте наиболее важную роль играют высокие гармоники, а для них импедансы отличаются незначительно (рис.1). Некоторая разница в ширине спектра (в случае пучка между плоскостями число гармоник, амплитуды которых относительно велики к концу оборота, больше, чем для пучка в свободном пространстве) приводит к большей поправке к величине $\bar{\xi}$, обусловленной развитием продольной неустойчивости (рис.3,4, $N_e^{max} = 2,7 \cdot 10^{12}$). Как видно из рис.4, ввиду малости величины Δr , полученной по формуле (7), для кольцевого пучка между плоскостями уже при $N_e^{max} = 2,7 \cdot 10^{12}$ вклад неустойчивости становится определяющим. Для пучка же в свободном пространстве при том же числе частиц учет попе-

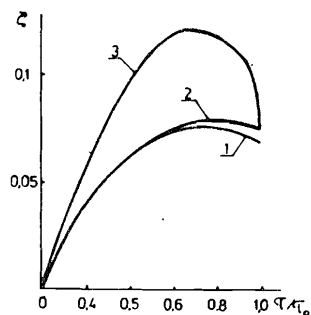


Рис. 3. Зависимость безразмерной скорости ξ от переменной τ/τ_0 для пучка в свободном пространстве (кривая 1 - зависимость, построенная по формуле (7), кривая 2 - результат численного моделирования системы уравнений (1), кривая 3 - результат моделирования с учетом радиального расталкивания).

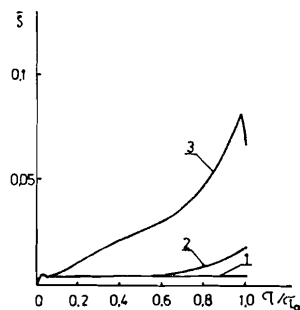


Рис. 4. Зависимость безразмерной скорости ξ от переменной τ/τ_0 для пучка между бесконечными идеальными проводящими пластинами. Обозначения такие же, как и на рис.3.

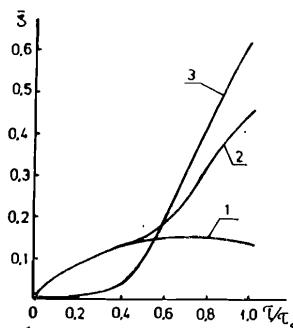


Рис. 5. Зависимость безразмерной скорости ξ от переменной τ/τ_0 для пучка в свободном пространстве (кривая 1 - по формуле (7), кривая 2 - результат численного моделирования) и между бесконечными идеально проводящими пластинами (кривая 3 - результат численного моделирования).

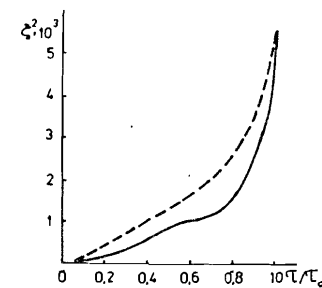


Рис. 6. Зависимость безразмерного разброса ξ^2 в пучке в свободном пространстве от переменной τ/τ_0 (штриховая линия - без учета радиального расталкивания, сплошная - с учетом радиального расталкивания).

речного движения и продольной неустойчивости несущественен для оценки самосжатия кольца.

С увеличением числа частиц в пучке продольная неустойчивость начинает играть определяющую роль и для кольцевого пучка в свободном пространстве. Как видно из рис.5, при $N_e^{max} = 1,1 \cdot 10^{13}$ зависимость $\bar{\xi}(\tau)$ для пучка в свободном пространстве качественно повторяет аналогичную кривую для пучка между плоскостями с меньшим числом частиц (рис.6, $N_e^{max} = 2,7 \cdot 10^{12}$). Величина Δr изменения радиуса равновесной орбиты к концу оборота с учетом неустойчивости превышает полученную с помощью (8) более чем в 3 раза и составляет

$\sim 1,0$ см. Для пучка между плоскостями при том же значении $\Delta r \approx 1,2$ см. Как отмечалось в работе [1], при максимальных интенсив-

ностях ($N_e^{max} = 7 \cdot 10^{12}$) и минимальном энергетическом разбросе в пучке ($\Delta E/E \leq 0,2\%$) уже на первом обороте наблюдалось заметное уменьшение радиуса кольца, что существенно сказывалось на захвате.

Величина энергетического разброса в кольце (рис. 6, 7) составляет в безразмерных переменных $\bar{F}^2 = 5,5 + 8,5 \cdot 10^{-3} (N_e^{max} = 2,7 \cdot 10^{12})$ и $0,2 + 0,4 (N_e^{max} = 1,1 \cdot 10^{13})$ для двух геометрий соответственно. Из этих результатов следует

$$(\bar{F}^2(\tau_0))^{1/2} \approx \bar{F}(\tau_0), \quad (13)$$

так что при больших токах и малых значениях начального разброса в пучке уже на первом обороте происходит значительное увеличение размера сечения и возможны потери частиц на инжекционном устройстве.

Моделирование процесса инжекции пучка с учетом расталкивания по большому радиусу (см. Приложение) показывает, что в случае свободного пространства темп развития неустойчивости ($N_e^{max} = 2,7 \cdot 10^{12}$) остается практически прежним (рис. 6), так же, как и изменение радиуса равновесной орбиты к концу оборота. Для пучка между бесконечными идеально проводящими пластинами темп развития неустойчивости существенно возрастает (рис. 7) и изменение радиуса равновесной орбиты к концу оборота становится почти таким, как у пучка в свободном пространстве (рис. 3, 4).

Численные оценки самосжатия кольца за время первого оборота имеют приближенный характер. Из результатов численного моделирования следует, что наиболее быстро развиваются гармоники с максимальным номером m_{max} . Выбор значения $m_{max} = 50$ обусловлен здесь

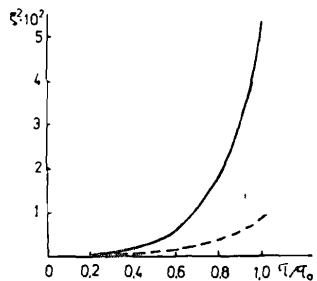


Рис. 7. Зависимость безразмерного разброса \bar{F}^2 в пучке между бесконечно-идеально проводящими пластинами от переменной τ/τ_0 . Обозначения те же, что и в рис. 6.

ограничением $m_{max} < \gamma \frac{L_0}{a}$, вытекающим из требования однородности поля по сечению пучка с полуразмером a с учетом характерных параметров компрессоров. Максимального значения инкремент неустойчивости достигает на гармонике с номером $m \approx \gamma^3$, поэтому наилучшего согласования следует ожидать для пучков с $\gamma \approx 3 + 4$, для пучков с большими значениями энергии инжекции, повидимому, оценки сжатия кольца и роста его энергетического разброса к концу оборота будут заниженными.

Таким образом, результаты численного моделирования инжекции пучка на орбиту в слабофокусирующее магнитное поле показывают, что при большом токе и малом энергетическом разбросе уже на первом обороте развивается продольная неустойчивость, которая приводит к заметному уменьшению радиуса, увеличению сечения и однооборотному самозахвату кольцевого пучка.

Авторы признательны Н.Ю. Казаринову за полезные замечания.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Сила расталкивания в незамкнутом по азимуту пучке

$$F_r(r, \varphi, z) = e(E_r + \beta_\varphi B_z) = e\rho \int_{0-b}^b \int_{-a}^a \int_{-a}^a \frac{\sqrt{1 - \frac{(r'-r)^2}{a^2}}}{\sqrt{1 - \frac{(r'-r)^2}{a^2}}} r' dr' dz' d\varphi' \left\{ (1-\beta^2) \times \right. \\ \left. \times [r-r' \cos(\varphi-\varphi')] + \beta^2 [r-r' \cos(\varphi-\varphi')] + \frac{r'^2 + (z-z')^2 - rr' \cos(\varphi-\varphi') \cos(\varphi-\varphi')}{r} \right\} \times \\ \times [r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\varphi-\varphi') + (z-z')^2]^{-1/2}, \quad (П.1)$$

где $\varphi_\varphi = \omega_0 t$ - азимут фронта пучка, a и b - полуоси эллиптического сечения, $\beta_\varphi = v_\varphi/c$ (в дальнейшем положим $\beta = 1$), $\rho = \frac{eN_e^{max}}{2\pi^2 a b r_0}$. Интегрируя по r' , z' и отбрасывая квадратичные по a/r_0 , b/r_0 члены, получим

$$F_r(\varphi, \varphi_t)_{z=0} \approx \frac{e^2 N_e^{max}}{4\sqrt{2} \pi r_0^2} \int_{-\varphi}^{\varphi-\varphi} \frac{1 + \cos\varphi'}{(1 - \cos\varphi')^{1/2}} d\varphi'. \quad (П.2)$$

Особенность вблизи $\varphi' = 0$ устраним, исключая интервал $-\frac{a}{2r_0} < \varphi' < \frac{a}{2r_0}$ (в котором пренебрегать членами порядка a^2/r_0^2 , δ^2/r_0^2 нельзя) из области интегрирования. Получаемое выражение

$$F_r(\varphi, \varphi_r) = \frac{e^2 N_e^{max}}{2\pi r_0^2} \tilde{f}(\varphi, \varphi_r) = \frac{e^2 N_e^{max}}{2\pi r_0^2} \begin{cases} \cos \frac{\varphi}{2} + \cos \frac{\varphi_r - \varphi}{2} - 2 + \ln \frac{tg \frac{\varphi}{2} tg \frac{\varphi_r - \varphi}{2}}{tg^2 \frac{a}{2r_0}}, & \frac{a}{2r_0} \leq \varphi \leq \varphi_r - \frac{a}{2r_0}, \\ \cos \frac{\varphi}{2} - \cos \frac{\varphi_r - \varphi}{2} + \ln \frac{tg \frac{\varphi}{2}}{tg \frac{\varphi_r - \varphi}{2}}, & \varphi_r - \frac{a}{2r_0} \leq \varphi \leq 2\pi - \frac{a}{2r_0}, \\ \cos \frac{\varphi_r}{2} - 1 + \ln \frac{tg \frac{\varphi_r}{2}}{tg \frac{a}{2r_0}}, & -\frac{a}{2r_0} \leq \varphi \leq \frac{a}{2r_0}, \quad \varphi_r - \frac{a}{2r_0} \leq \varphi \leq \varphi_r + \frac{a}{2r_0}, \end{cases} \quad (\text{П.3})$$

имеет логарифмическую точность, причем для данной задачи важна лишь зависимость радиальной силы от азимута. При численном моделировании сила в узкой области на границе пучка и свободного пространства (третье из выражений (П.3)) выбрана из условий сшивки первых двух выражений.

Под действием силы $F_r(\varphi, \varphi_r)$ частицы пучка совершают бета-осцилляции

$$u''_{\varphi} + \nu^2 u = \frac{\nu}{r_0} \tilde{f}(\varphi, \varphi_r), \quad (\text{П.4})$$

где в выражении (П.3) для $\tilde{f}(\varphi, \varphi_r)$ положено $\varphi_r = \varphi + \varphi_0$ ($u = r - r_0$). Полагая $u(\varphi = 0) = u'(\varphi = 0) = 0$, находим отклонение от круговой орбиты

$$u(\varphi, \varphi_0) = \frac{\nu}{r_0} \frac{r_0}{\nu} \left\{ \sin \nu_r \varphi \int_0^{\varphi} \cos \nu_r \varphi' \tilde{f}(\varphi', \varphi_0) d\varphi' - \cos \nu_r \varphi \int_0^{\varphi} \sin \nu_r \varphi' \tilde{f}(\varphi', \varphi_0) d\varphi' \right\} \quad (\text{П.5})$$

и поправку к безразмерной частоте обращения ζ в первое из уравнений системы (I)

$$\delta \zeta = -\frac{u}{r_0}. \quad (\text{П.6})$$

Вычислим теперь силу радиального расталкивания в незамкнутом кольцевом пучке, инжектируемом в пространство между бесконечными идеально проводящими пластинами. Сила, действующая на частицу с зарядом e от одного изображения (электрического плюс магнитного) равна

$$G_r(\varphi, \varphi_r) = \frac{e^2 N_e^{max}}{2\pi} r_0 (1+\beta^2) \int_0^{\varphi} \frac{\sin^2 \frac{\varphi - \psi}{2} d\psi}{[H^2 + r_0^2 \sin^2 \frac{\varphi - \psi}{2}]^{3/2}} = \frac{e^2 N_e^{max} (1+\beta^2)}{4\pi r_0^2} \times \\ \times \frac{\rho}{(1+\rho^2)^{3/2}} \times \sum_{i=1,2} \left\{ F\left(\chi^{(i)}, \frac{\rho}{(1+\rho^2)^{1/2}}\right) - E\left(\chi^{(i)}, \frac{\rho}{(1+\rho^2)^{1/2}}\right) \right\}, \quad (\text{П.7})$$

$$\chi^{(i)} = \arcsin \frac{(1+\rho^2)^{1/2} \sin \chi_i}{(1+\rho^2 \sin^2 \chi_i)^{1/2}}, \quad \rho = \frac{r_0}{H}, \quad \chi_1 = \frac{\varphi_r - \varphi}{2}, \quad \chi_2 = \frac{\varphi}{2},$$

H - расстояние между плоскостями, F и E - неполные эллиптические интегралы первого и второго рода. Суммируя поля изображений, получаем добавку к силе (П.3)

$$G_r(\varphi, \varphi_r) = \frac{e^2 N_e^{max} (1+\beta^2)}{2\pi r_0^2} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{\rho_k}{(1+\rho_k^2)^{3/2}} \sum_{i=1,2} \left\{ F\left(\chi_k^{(i)}, \frac{\rho_k}{(1+\rho_k^2)^{1/2}}\right) - \right. \\ \left. - E\left(\chi_k^{(i)}, \frac{\rho_k}{(1+\rho_k^2)^{1/2}}\right) \right\}, \quad \chi_k^{(i)} = \arcsin \frac{(1+\rho_k^2)^{1/2} \sin \chi_i}{(1+\rho_k^2 \sin^2 \chi_i)^{1/2}}, \quad \rho_k = \frac{r_0}{kH}. \quad (\text{П.8})$$

Литература

1. Paltens A. e.a. Observations on Collective Longitudinal Instabilities in Electron Rings.-In: Proc. IX Internat. Conf. on High Energy Accelerat. California, Stanford, 1974, p.226; LBL-2488, Berkeley, 1974.
2. Жабицкий В.М. Особенности захвата частиц для систем инжекции с быстроизменяющимся магнитным полем. - Препринт ОИЯИ Р9-83-54, Дубна, 1983.
3. Жабицкий В.М. Исследование самозахвата электронов в кольцевой ступке в адгезаторе коллективного ускорителя. - В кн.: Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, т.П. ОИЯИ, Дубна, 1985, с.197-202.
4. Hofman I., Luccio A.U., Nielsen C.E. Transverse Collective Beam in Axisymmetric Magnetic Fields.-MPlf. Plasmaphys, Garching, Rep. IPP 0/26, 1974.

5. Глобенко Ю.Г. Переходные процессы при инжекции плотных электронных пучков в компрессор. - ПТЭ, 1971, №5, с.38-42.
6. Белошицкий П.Ф., Перельштейн Э.А., Цинов Б.Г. Моделирование динамики азимутальной неустойчивости релятивистских электронных колец в одномодовом режиме. - Сообщение ОИЯИ 9-81-326, Дубна, 1981.
7. Саранцев В.П., Перельштейн Э.А. Коллективное ускорение ионов электронными кольцами. Москва: Атомиздат, 1979, 216 с.

Рукопись поступила в издательский отдел

16 апреля 1987 года.

Белошицкий П.Ф., Перельштейн Э.А. P9-87-258
 Эффекты пространственного заряда сильно-
 точного релятивистского пучка при инжекции
 в компрессор

Методом численного моделирования исследовано развитие продольной /азимутальной/ неустойчивости в релятивистском электронном пучке при однооборотной инжекции в слабофокусирующее магнитное поле. Показано, что при большом токе и малом энергетическом разбросе развивающаяся неустойчивость приводит к заметному уменьшению среднего радиуса, увеличению размера сечения и однооборотному самозахвату кольца.

Работа выполнена в Отделе новых методов ускорения ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод А.В.Дмитренко

Beloshitsky P.F., Perelstein E.A. P9-87-258
 The Influence of Space Charge on the
 Injection of Intense Relativistic Beam
 in Compressor

The collective longitudinal instability during the injection of intense relativistic electron beam in slightly focussing magnetic field is studied by computational method. Decreasing of mean radius, increasing of cross section dimensions and selfcapture of the ring are shown.

The investigation has been performed at the Department of New Acceleration Methods, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987