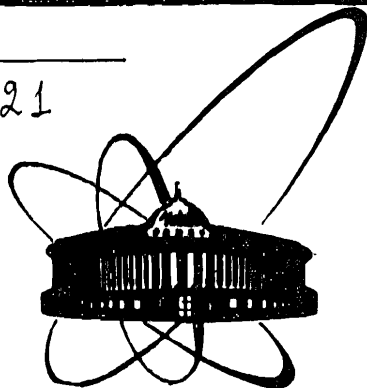


521



ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

СЗ41.2

P4-87-327

Е.Б.Бальбуцев, И.Н.Михайлов

ДИНАМИКА ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК  
АТОМНЫХ ЯДЕР

Направлено в "Journal of Physics G",  
в Оргкомитет Международного симпозиума  
"Новейшие достижения в ядерной физике",  
Новосибирск, июнь-июль 1987 г.

1987

## I. ВВЕДЕНИЕ

Интегральные характеристики ядер (например, электромагнитные моменты) являются очень важными элементами теории ядра. Будучи физическими наблюдаемыми не только в формальном смысле квантовой механики, но и как объекты, определяющие величину сечений различных ядерных реакций и вероятности многих процессов, такие ядерные характеристики широко используются при построении коллективных моделей ядра<sup>/1,2/</sup>.

Мощный метод изучения динамики интегральных характеристик может быть построен на базе вариационной теории Хартри-Фока с временной зависимостью (ХФВЗ). Решение уравнений ХФВЗ определяет динамику всех ядерных коллективных переменных. Однако временную эволюцию многих ядерных интегральных характеристик можно описать значительно проще, не решая на самом деле уравнения ХФВЗ, а преобразовав их соответствующим образом.

## II. ФОРМУЛИРОВКА МОДЕЛИ

Построение модели коллективной ядерной динамики начнем с уравнения для одночастичной матрицы плотности  $\rho(\vec{r}, \vec{r}', t) = \hat{\rho}$ :

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}, \hat{\rho}], \quad (I)$$

где  $\hat{H}$  - одночастичный гамильтониан, зависящий, в свою очередь, от матрицы плотности. Уравнение (I) появляется в теории Хартри-Фока; оно используется также в так называемом методе функционала энергии<sup>/3/</sup>.

Для дальнейшего изложения удобно переформулировать уравнение (I), введя преобразование Вигнера<sup>/4/</sup>:

$$f(\vec{r}, \vec{p}, t) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int e^{-i\vec{p} \cdot \vec{s}/\hbar} \rho(\vec{r} + \frac{\vec{s}}{2}, \vec{r} - \frac{\vec{s}}{2}, t) d\vec{s}. \quad (2)$$

Преобразование Вигнера операторов нормируем следующим образом<sup>/5/</sup>:

$$Q_w(\vec{r}, \vec{p}) = \int e^{-i\vec{p} \cdot \vec{s}/\hbar} (\vec{r} + \frac{\vec{s}}{2} | \hat{O} | \vec{r} - \frac{\vec{s}}{2}) d\vec{s}. \quad (3)$$

Произведение двух операторов  $\hat{c} = \hat{a} \cdot \hat{b}$  преобразуется к виду

$$c_w(\vec{r}, \vec{p}, t) = \exp\left\{\frac{\hbar}{2i}(\vec{p}_w^* \cdot \vec{p}_r^* - \vec{p}_r^* \cdot \vec{p}_w^*)\right\} a_w(\vec{r}, \vec{p}) \cdot b_w(\vec{r}, \vec{p}). \quad (4)$$

Рассмотрим гамильтониан, который является суммой кинетической энергии и локального потенциала  $U(\vec{r})$ . Его преобразование Вигнера - классическая версия того же гамильтониана:

$$H_w = p^2/2m + U(\vec{r}). \quad (5)$$

Тогда имеем<sup>5-7/</sup>

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \vec{\nabla}_r f = \frac{2}{\hbar} \sin\left(\frac{\hbar}{2} \vec{\nabla}_r \cdot \vec{\nabla}_r\right) \cdot U(\vec{r}) f(\vec{r}, \vec{p}, t). \quad (6)$$

Квазиклассическое приближение, в котором оставлен только первый член разложения  $\sin$  в ряд, сводится к кинетическому уравнению для функции распределения и служит основой многих ядерных моделей<sup>5-10/</sup>. Предлагаемая нами техника позволяет учесть все члены разложения в уравнении (6) (см. также<sup>11/</sup>).

Следующий шаг на пути к описанию коллективных характеристик - введение моментов функции Вигнера:

$$\begin{aligned} \dot{n}(\vec{r}, t) &= \int f(\vec{r}, \vec{p}, t) d\vec{p}, \quad \rho(\vec{r}, t) = m \cdot n(\vec{r}, t), \\ \vec{u}(\vec{r}, t) &= \int \vec{p} f(\vec{r}, \vec{p}, t) d\vec{p} / \rho(\vec{r}, t), \end{aligned} \quad (7)$$

$$P_{i_1 \dots i_n} = m^{1-n} \int (p_{i_1} - m u_{i_1}) \dots (p_{i_n} - m u_{i_n}) f(\vec{r}, \vec{p}, t) d\vec{p}.$$

Здесь  $n$ ,  $\rho$  - плотности числа частиц и массы,  $\vec{u}$  - коллективная скорость, а  $P_{ij}$  - компоненты тензора давлений (натяжений).

Проинтегрируем уравнение (6) по импульсам с весами  $1$ ,  $p_i/m$ ,  $p_i p_j/m^2$  и т.д. Таким образом, получим уравнение непрерывности

$$\partial f / \partial t + \text{div}(\rho \vec{u}) = 0, \quad (8)$$

уравнение движения (обобщение уравнения Эйлера)

$$\rho \frac{d u_i}{d t} + n \frac{\partial U}{\partial x_i} + \sum_{j=1}^2 \frac{\partial P_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (9)$$

и т.д. Здесь принято обозначение  $d/dt = \partial/\partial t + \sum_{k=1}^3 u_k \partial/\partial x_k$ , а также считается, что функция Вигнера  $f \rightarrow 0$  при  $|\vec{p}| \rightarrow \infty$ .

Уравнение, содержащее временную производную тензора  $P_{i_1 \dots i_n}$  с  $n \geq 2$  индексами, имеет вид

$$\begin{aligned} & dP_{i_1 \dots i_n} / dt + P_{i_1 \dots i_n} \text{div} \vec{u} + \sum_{k=1}^n \partial P_{i_1 \dots i_n k} + \\ & + \sum_{l=1}^n \sum_{k=1}^n \left\{ \partial u_l / \partial x_k \cdot P_{i_1 \dots i_n k} - \partial P_{i_1 k} / \partial x_k \cdot P_{i_1 \dots i_n} \rho^{-1} \right\} = \\ & = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^k}{((2k+1)!)^2 (n-2k-1)!} \left(\frac{\hbar}{2m}\right)^{2k} \frac{1}{m} \sum_{\{i_1 \dots i_n\}} P_{i_1 \dots i_n} \partial^{2k+1} U / \partial x_{i_1} \dots \partial x_{i_{2k+1}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь  $P_{i_1 \dots i_n}$  - тензор с  $n-1$  индексами, остающимися после вычеркивания индекса  $i_l$ ; суммирование в правой части идет по  $k$  и по всем перестановкам индексов  $i_1 \dots i_n$ .

Заметим, что в уравнениях для  $\rho$ ,  $\vec{u}$ ,  $P_{ij}$  нет константы Планка, так что их форма не изменится и в квазиклассическом приближении ( $\hbar \rightarrow 0$ ). Это означает, что интегралы движения (импульс, угловой момент, энергия) совпадают с полученными в работе<sup>10/</sup>. Константа Планка присутствует в уравнениях для тензоров  $P_{i_1 \dots i_n}$  с  $n \geq 3$ .

Любое из уравнений (8)-(10) содержит член, связывающий его с уравнением для тензора более высокого ранга. Член, "зацепляющий" уравнение для тензора  $P_{i_1 \dots i_n}$  со следующим уравнением в цепочке, содержит тензор  $P_{i_1 \dots i_n i_{n+1}}$ , который имеет под знаком интеграла добавочный множитель  $(\rho - m u)_{i_{n+1}}$ . Практически все физические приложения теории ядерного коллективного движения таковы, что энергия нулевого движения нуклонов ( $\frac{2}{5} T_F \approx 21$  МэВ) много больше кинетической энергии коллективного потока, т.е. зацепляющий член не имеет очевидной малости<sup>12/</sup>. Идея замыкания этой цепочки уравнений была предложена в<sup>10/</sup> и в общих чертах описана в<sup>13/</sup>. Легко видеть, что зацепляющие члены входят в уравнения в виде производной по  $x_i$ . Так что если проинтегрировать любое уравнение по объему, то интеграл от зацепляющего члена превращается в интеграл по бесконечно удаленной поверхности, где функция Вигнера  $f$ , а вместе с ней  $\rho$ ,  $u_i$ ,  $P_{i_1 \dots i_n}$ , равны нулю. Именно этот факт и может быть использован для замыкания обсуждаемой бесконечной системы уравнений.

При изучении коллективного движения в ядрах оказывается очень удобным метод вириалов<sup>14/</sup>, возникающих, когда динамические уравнения интегрируются по  $\vec{r}$  с различными весами  $x_i x_j \dots x_n$ .

Проинтегрируем (9) по  $\vec{r}$  с единичным весом. Учитывая соотношение

$$\frac{d}{dt} \int \rho(\vec{r}) Q(\vec{r}) d\vec{r} = \int \rho(\vec{r}) \frac{d Q(\vec{r})}{dt} d\vec{r}, \quad (11)$$

справедливое для любой характеристики жидкости  $Q(\vec{r})$ <sup>14/</sup>, получаем

уравнение, описывающее изменение со временем координаты центра тяжести нуклонов  $\vec{r} = \int \rho \vec{r} d\vec{v}$ :

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} - \int n \frac{\partial U}{\partial \vec{x}_i} d\vec{v} = 0. \quad (I2)$$

Проблема замыкания здесь решилась сразу же, т.к. интеграл от зацепляющего члена  $\int \int \partial P_{ij} / \partial x_k dx_1 dx_2 dx_3$  равен нулю.

Интегрирование (9) по  $\vec{v}$  с весом  $x_j$  дает

$$\int \rho x_j \frac{dU_i}{dt} d\vec{v} + U_{ij} - \Pi_{ij} = 0, \quad (I3)$$

где  $U_{ij} = \int x_j n \partial U / \partial x_i d\vec{v}$  - тензор потенциальной энергии. Тензор  $\Pi_{ij}$  появился в (I3) после интегрирования последнего (зацепляющего) члена в (9):

$$\int x_j \sum_{k=1}^3 \frac{\partial P_{ik}}{\partial x_k} d\vec{v} = - \int P_{ij} d\vec{v} \equiv - \Pi_{ij}. \quad (I4)$$

Рассматривая линейные комбинации уравнения (I3), нетрудно установить, динамику каких коллективных переменных они описывают. Действительно, прибавляя к (I3) такое же выражение с переставленными индексами, находим

$$d^2 J_{ij} / dt^2 - 2K_{ij} + 2U_{ij} - 2\Pi_{ij} = 0, \quad (I5)$$

где  $J_{ij} = \int \rho x_i x_j d\vec{v}$  - тензор инерции,  $K_{ij} = \int \rho u_i u_j d\vec{v}$  - тензор кинетической энергии ядра. Судя по члену с временной зависимостью, уравнение (I5) описывает динамику тензора инерции ядра. Однако в (I5) входит еще одна динамическая переменная - тензор  $\Pi_{ij}$ . Динамическое уравнение для нее легко получается интегрированием уравнения (I0) (при  $n = 2$ ) по  $\vec{v}$ :

$$\frac{d\Pi_{ij}}{dt} + \sum_{k=1}^3 \int (P_{ik} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + P_{jk} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + P_{ij} \frac{\partial U_k}{\partial x_k}) d\vec{v} = 0. \quad (I6)$$

Интеграл от зацепляющего члена  $\sum \partial P_{ijk} / \partial x_k$  обратился в нуль. Таким образом, произошел естественный обрыв цепочки вириальных уравнений, и мы получили систему связанных динамических уравнений (I5), (I6) для тензоров  $J_{ij}$  и  $\Pi_{ij}$ . Для того чтобы она была замкнутой, необходимо выразить все тензоры ( $K_{ij}$ ,  $U_{ij}$ ), входящие в уравнения, в терминах  $J_{ij}$  и  $\Pi_{ij}$ . Сравнительно просто эта проблема решается при изучении небольших отклонений ядра от состояния равновесия (колебания малой амплитуды) / IO/.

Проинтегрируем (9) по  $\vec{v}$  с весом  $x_n x_j$ :

$$\frac{d}{dt} \int \rho u_i x_j x_n d\vec{v} - K_{ij,n} - K_{i,n,j} + U_{i,j,n} - \Pi_{ij}^n - \Pi_{in}^j = 0. \quad (I7)$$

Здесь  $K_{ij,n} = \int \rho u_i u_j x_n d\vec{v}$ ,  $U_{i,j,n} = \int n x_j x_n \partial U / \partial x_i d\vec{v}$ . Тензор  $\Pi_{ij}^n$  произошел, очевидно, от интегрирования последнего члена в (9):

$$\int x_n x_j \sum_{k=1}^3 \frac{\partial P_{ik}}{\partial x_k} d\vec{v} = - \int (P_{ij}^n x_n + P_{in}^j x_j) d\vec{v} \equiv - \Pi_{ij}^n - \Pi_{in}^j. \quad (I8)$$

Для выяснения природы коллективных переменных, динамику которых описывает система уравнений (I7), заметим /15/, что произвольный тензор третьего ранга может быть представлен в виде суммы одного псевдотензора нулевого ранга, трех тензоров первого ранга, двух неприводимых тензоров второго ранга и одного неприводимого тензора третьего ранга:  $T_{ijk} \Rightarrow T_{00} + 3T_{1M} + 2T_{2M} + T_{3M}$ . Симметричный по двум индексам тензор, каковым и является  $\int \rho u_i x_j x_n d\vec{v}$ , разбивается на меньшее число неприводимых тензоров:  $T_{ijk} \Rightarrow 2T_{1M} + T_{2M} + T_{3M}$ . Полностью симметричный тензор (в частности,  $J_{ijk}$ ) приводится следующим образом:  $T_{ijk} \Rightarrow T_{1M} + T_{2M}$ . Уравнения для  $T_{1M}$  легко получить, составляя соответствующие комбинации из уравнений (I7).

Уравнения для  $\Pi_{ij}^n$  получаются интегрированием уравнения (I0) с весом  $x_n$  (при  $n = 2$ ):

$$\frac{d}{dt} \Pi_{ij}^n - \int P_{ij}^n u_n d\vec{v} + \sum_{k=1}^3 \int (P_{ik} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + P_{jk} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + P_{ij} \frac{\partial U_k}{\partial x_k}) x_n d\vec{v} - \Pi_{ijn} = 0. \quad (I9)$$

Новая коллективная переменная  $\Pi_{ijn}$  возникла здесь в результате интегрирования зацепляющего члена:

$$\int x_n \sum_{k=1}^3 \frac{\partial P_{ijk}}{\partial x_k} d\vec{v} = - \int P_{ijn} d\vec{v} \equiv - \Pi_{ijn}. \quad (I10)$$

Динамическое уравнение для нее может быть получено интегрированием уравнения (I0) (при  $n = 3$ ):

$$\frac{d}{dt} \Pi_{ijn} + \sum_{k=1}^3 \int \left\{ P_{ikl} \frac{\partial U_j}{\partial x_l} + P_{inl} \frac{\partial U_k}{\partial x_l} + P_{jkl} \frac{\partial U_i}{\partial x_l} + P_{ijk} \frac{\partial U_l}{\partial x_l} - \frac{1}{\rho} \left( P_{jk} \frac{\partial P_{il}}{\partial x_l} + P_{ik} \frac{\partial P_{jl}}{\partial x_l} + P_{ij} \frac{\partial P_{kl}}{\partial x_l} \right) \right\} d\vec{v} = \frac{\hbar^2}{4m^2} \int n \frac{\partial^3 U}{\partial x_i \partial x_j \partial x_n} d\vec{v}. \quad (I11)$$

На данном этапе цепочка вириальных уравнений оборвалась, и мы остались с конечной системой динамических уравнений (I7), (I9), (I11) для коллективных переменных  $\int \rho u_i x_j x_n d\vec{v}$ ,  $\Pi_{ij}^n$  и  $\Pi_{ijn}$ . Эти уравнения оказываются очень эффективными для изучения движений малой амплитуды, как будет показано в следующей главе.

Пока же подведем итог. С помощью описанной процедуры можно получать уравнения для тензоров  $f_{i_1 \dots i_n}$  с любым числом индексов. При этом в уравнениях возникают интегралы  $\prod_{i_1 \dots i_n} = \int P_{i_1 \dots i_n} x_{i_1} \dots x_{i_n} d\vec{r}$ , играющие роль новых коллективных переменных. Из процедуры следует, что правильное описание динамики тензора  $f_{i_1 \dots i_n}$  возможно лишь совместно со всеми тензорами  $\prod_{i_1 \dots i_n}$ . Это же наблюдение можно сформулировать иначе: чтобы описать эволюцию момента системы мультипольности  $\lambda$ , нужно учесть деформации поверхности Ферми (ДПФ) всех мультипольностей вплоть до  $\lambda$ .

### III. ВОЗБУЖДЕНИЯ ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ ЧЕТНОСТИ

Уравнения для ядерных коллективных переменных (вириальные теоремы), полученные в предыдущем разделе, основаны на уравнениях (8)–(10) для таких величин, как плотность, поле скоростей и др. Уравнение непрерывности делает возможным анализ вириальных теорем на языке смещений элементов жидкости в ядерной материи. Этот язык очень удобен для изучения малых возмущений равновесного состояния. Если возмущение ведет к лагранжевым смещениям  $\xi_i(\vec{r}, t) = \Delta x_i$  элементов ядерной материи<sup>/14/</sup>, интегральные характеристики  $f_{ijk}$ ,  $\Pi_{ij}^*$  и  $\Pi_{ijk}$  изменяются на  $\delta f_{ijk}$ ,  $\delta \Pi_{ij}^*$ ,  $\delta \Pi_{ijk}$ . Соотношения между ними получаются варьированием уравнений (17), (19), (21) в соответствии с правилами, данными в<sup>/14/</sup>. Сохраняя только линейные по возмущениям члены, имеем

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \rho \xi_i x_j x_k d\vec{r} + \delta \mathcal{U}_{ijk} - \delta \Pi_{ij}^* - \delta \Pi_{ijk} = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta \Pi_{ij}^* - \int P_{ij} \xi_k d\vec{r} + \sum_{l=1}^2 \int (P_{jl} \frac{\partial \xi_i}{\partial x_l} + P_{il} \frac{\partial \xi_j}{\partial x_l}) x_k d\vec{r} - \delta \Pi_{ijk} = 0, \quad (22)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta \Pi_{ijk} - \sum_{l=1}^2 \int \frac{1}{\rho} \Delta \left\{ P_{jk} \frac{\partial P_{il}}{\partial x_l} + P_{ik} \frac{\partial P_{jl}}{\partial x_l} + P_{ij} \frac{\partial P_{kl}}{\partial x_l} \right\} d\vec{r} = \frac{\hbar^2}{4m^2} \int n \Delta \frac{\partial U}{\partial x_i \partial x_j \partial x_k} d\vec{r}.$$

При выводе (22) мы положили, что в состоянии равновесия нет коллективных токов ( $\dot{u}_i = 0$ ), а также  $\dot{P}_{ij}^* = 0$ . Для упрощения выкладок ядерная материя считается несжимаемой:  $\text{div} \vec{\xi} = 0$ .

Уравнения (22) можно записать в терминах  $\delta f_{ijk}$ ,  $\delta \Pi_{ij}^*$ ,  $\delta \Pi_{ijk}$ , сделав пару естественных приближений.

I. В общем случае малые смещения элементов жидкости можно представить в виде ряда

$$\xi_i(\vec{r}, t) = L_i(t) + \sum_{j=1}^2 L_{ij}(t) x_j + \sum_{j,k=1}^2 L_{ijk}(t) x_j x_k + \dots \quad (23)$$

Ведущую роль в описании перечисленных выше мультипольных моментов играет член с  $L_{ijk}$ , остальные члены ряда ответственны, в основном, за колебания более высокой мультипольности, чем  $\lambda = 3$ . Пренебрегая их влиянием, ограничимся только выписанными членами.

2. Сделаем точно такое же приближение и для лагранжевой вариации тензора давлений:

$$\Delta P_{ij}(\vec{r}, t) = D_{ij}(t) + \sum_{k=1}^2 D_{ijk}(t) x_k. \quad (24)$$

Простоты ради равновесную форму ядра считаем сферической (с радиусом  $R = r_0 A^{1/3}$ ). Тогда занулятся все интегралы с  $L_{ij}$  и  $D_{ij}$ .

Удобно перейти к интегральным характеристикам смещений:

$$V_{ijk} = \int \rho \xi_i x_j x_k d\vec{r}. \quad (25)$$

Чтобы исключить движение центра тяжести, достаточно положить  $\int \xi_i \rho d\vec{r} = 0$ , откуда возникает линейная связь между  $L_i$  и  $L_{ijk}$ . Подставляя сюда и в (25) выражение для  $\xi_i$ , находим соотношения между  $L_{ijk}$  и  $V_{ijk}$ . Они содержат интегралы  $\int x_i^2 x_j^2 \rho(\vec{r}) d\vec{r}$ . В работе<sup>/16/</sup>, где даны такие соотношения, эти интегралы вычислены в приближении однородного распределения с резким краем, что оказывается слишком грубым для легких ядер. Поэтому мы модифицировали формулы работы<sup>/16/</sup>, введя в них фактор  $\gamma = \int r^6 \rho(r) dr / \rho_0 \int r^6 dr$ .

Далее, подставляя (24) в определение

$$\delta \Pi_{ij}^* = \int (x_k \Delta P_{ij} + P_{ij} \Delta x_k) d\vec{r},$$

находим соотношение  $D_{ijk} = \delta \Pi_{ijk} \cdot 15/4\pi R^5$ .

Равновесное значение тензора давлений может быть вычислено в модели ферми-газа:  $P_{ij}^* = P_0 \delta_{ij} = \frac{1}{2} \rho_0 v_F^2 \delta_{ij}$  ( $v_F$  – скорость нуклона на поверхности Ферми).

Потенциал  $U$  в самосогласованном гамильтониане представляет сумму потенциалов кулоновских и ядерных сил. Соответственно в дальнейшем мы будем писать вместо тензора  $\delta \mathcal{U}_{ijk}$  два тензора  $\delta \mathcal{C}_{ijk} + \delta \mathcal{U}_{ijk}$ , выделяя явно потенциал электромагнитных сил:

$$\mathcal{C}_{ijk} = \left( \frac{ze}{A} \right)^2 \int n(\vec{r}) x_j x_k \frac{\partial}{\partial x_i} \int \frac{n(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}' d\vec{r}.$$

Далее, интегрируя по частям, представим  $\mathcal{U}_{ijk}$  в виде

$$\mathcal{U}_{ijk} = - \int U x_j x_k \frac{\partial n}{\partial x_i} d\vec{r} - \delta_{ij} \mathcal{U}_k - \delta_{ik} \mathcal{U}_j.$$

Объемные интегралы  $\mathcal{U}_i = \int n x_i U d\vec{r}$  при постоянной плотности в силу короткодействия ядерных сил не влияют на динамику колебаний. Интеграл

$\Sigma_{i,jk} = -\int U x_j x_k \partial^2 / \partial x_i^2 d\vec{v}$  содержит функцию  $\partial^2 / \partial x_i^2$ , имеющую пик на поверхности ядра, поэтому с хорошей точностью его можно считать поверхностным. В случае ядра с резким краем находим

$$\Sigma_{i,jk} = \int n \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} (U x_j x_k) d\vec{v} = n_0 \int_V \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} (U x_j x_k) d\vec{v} = n_0 \int U x_j x_k s_i dS,$$

где  $\int$  означает интегрирование по объему ядра  $V$ , а  $s_i$  - компонента единичного вектора внешней нормали к ядерной поверхности  $S$ . Параметризуем ядерный потенциал на поверхности ядра поверхностным натяжением  $nU_0/16 = T \operatorname{div} \vec{s}$ . Коэффициент поверхностного натяжения  $T$  связан с параметром поверхностной энергии в формуле Вайцзекера соотношением  $T = \beta/4\pi r_0^2$  ( $\beta = 17$  МэВ,  $r_0 = 1,2$  фм).

Правила вычисления вариаций тензоров поверхностной и кулоновской энергий  $\delta \Sigma_{i,jk}$  и  $\delta C_{i,jk}$  даны в работах <sup>14,16/</sup>. В принятых там обозначениях  $\Sigma_{i,jk} \equiv 2(\sigma_{ij,k} + \sigma_{ik,j})$ ,  $C_{i,jk} \equiv M_{ij,k} + M_{ik,j}$ . Эти вариации являются линейными комбинациями  $L_{i,jk}$ .

После всех указанных упрощений получаем

$$\delta \tilde{V}_{i,jk} - \delta C_{i,jk} - \delta \Pi_{ij}^k - \delta \Pi_{ik}^j + \delta \mathcal{U}_{i,jk} = 0,$$

$$\delta \Pi_{ij}^k + \frac{2}{25} m A v_F^2 R^2 (L_{i,jk} + L_{j,ik}) - \delta \Pi_{ijk} = 0,$$

$$\delta \Pi_{ijk} - \left[ \sum_{l \neq i} (\delta_{ij}^l \delta \Pi_{il}^k + \delta_{ik}^l \delta \Pi_{il}^j + \delta_{jl}^i \delta \Pi_{kl}^i) - \delta \Pi_{ij}^k - \delta \Pi_{jk}^i - \delta \Pi_{ki}^j \right] v_F^2 / R^2 = \quad (26)$$

$$= 24 T \frac{\hbar^2}{m^2} \left\{ \sum_{l \neq i} \left[ \delta_{ij}^l \left( \frac{1}{5} L_{il,kl} - \frac{1}{7} L_{jkl} \right) + \delta_{ik}^l \left( \frac{1}{5} L_{il,kl} - \frac{1}{7} L_{kll} \right) + \delta_{jl}^i \left( \frac{1}{5} L_{i,kl} - \frac{1}{7} L_{kll} \right) \right] - \frac{2}{7} L_{ijk} \right\},$$

где  $L_{ijk} \equiv L_{i,jk} + L_{j,ki} + L_{k,ij}$ . Член в правой части последнего уравнения исчезает в квазиклассическом приближении ( $\hbar \rightarrow 0$ ). На этом основании в работе <sup>11/</sup> он был назван "квантовой поправкой".

Уравнения (26) перекомбинируем так, чтобы они превратились в уравнения для неприводимых тензоров ранга  $\lambda = 3, 2$  и  $1$ .

Для  $\lambda = 3$  имеем

$$\delta \tilde{Q}_{3M} + \delta Q_{3M} (\beta/\gamma) - 2 \delta F_{3M} = 0,$$

$$\delta \tilde{Q}_{3M} (14\gamma/\beta) + \delta F_{3M} - 3 \delta G_{3M} = 0, \quad (27)$$

$$\delta \tilde{G}_{3M} + 5\gamma \delta F_{3M} + \lambda \delta Q_{3M} = 0,$$

где  $\lambda = 10\pi \hbar^2 / AR^2 m^2$ ,  $\beta = (24 - X) 160\pi T / 7mA$ ,  $\gamma = v_F^2 / 5R^2$ ,  $v_F = \hbar(9\pi)^{1/3} / 2m r_0$ ,  $X = 0,0206 Z^2 / A$  - параметр делимости.  $\delta Q_{3M}$  - вариация октупольного зарядового момента  $Q_{3M} = (eZ/A) \int n r^2 Y_{3M}(\theta, \varphi) d\vec{v}$  ( $-3 \leq M \leq 3$ ,  $e$  - заряд протона). Переменные  $\delta F_{3M}$  и  $\delta G_{3M}$  суть неприводимые тензоры, по-

строенные из компонент декартовых тензоров  $\delta \Pi_{ij}^k$  и  $\delta \Pi_{ijk}$ . В случае  $\lambda = 2$  получается

$$\begin{aligned} \delta \tilde{M}_{2M} + \delta \mathcal{K}_{2M} &= 0, \\ \delta \mathcal{K}_{2M} - \delta M_{2M} (2\gamma/\beta) &= 0. \end{aligned} \quad (28)$$

Здесь  $\delta M_{2M}$  - вариация магнитного квадрупольного момента  $M_{2M} = (eZ/3Ac) \int n \vec{v} (v^2 Y_{2M}) [\vec{v} \cdot \vec{v}] d\vec{v}$ , а  $\delta \mathcal{K}_{2M}$  - линейные комбинации  $\delta \Pi_{ij}^k$ . Для  $\lambda = 1$  получаем

$$\begin{aligned} \delta \tilde{T}_i + x_i &= 0, \quad \tilde{x}_i - \delta T_i (2\gamma/\beta) - 2g_i = 0, \\ \delta \tilde{g}_i - 5\gamma x_i &= 0, \quad \tilde{g}_i - g_i = 0, \end{aligned} \quad (29)$$

где  $\delta T_i = -\frac{2}{5} \lambda_i \sum_{k \neq i} \dot{V}_{i,ik}$  - вариация тороидного дипольного момента <sup>17/</sup>  $T = (eZ/10Ac) \int n [\vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{v}) - 2v^2 \vec{v}] d\vec{v}$ ,  $x_i = \lambda_i \sum_{k \neq i} (\delta \Pi_{ki}^i - \delta \Pi_{ik}^i)$ ,  $g_i = \lambda_i \sum_{k \neq i} \delta \Pi_{kik}$ ,  $\tilde{x}_i = \lambda_i \sum_{k \neq i} \delta \Pi_{ki}^k$ ,  $\tilde{g}_i = eZ/10mAc$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Исследуем периодические решения уравнений (27)-(29) с зависимостью от времени  $e^{i\nu t}$ . Нормальные частоты находятся при решении соответствующих характеристических уравнений.

а) Из (27) получается уравнение

$$\nu^4 - \nu^2 [(\beta + 28\gamma)/\beta + 15\gamma] + (15\beta\gamma + 6\lambda)/\beta = 0. \quad (30)$$

Оно описывает два семикратно вырожденных  $3^-$ -уровня:

$$\hbar \nu_{3^-}^{(H)} = \frac{\hbar}{2R} \left\{ (\beta + 28\gamma)/\beta + 15\gamma \pm \left[ ((\beta + 28\gamma)/\beta + 15\gamma)^2 - 12(15\beta\gamma + 6\lambda)/\beta \right]^{1/2} \right\}^{1/2}.$$

Высоколежащее возбуждение находится при энергии

$$\hbar \nu_{3^-}^H \approx \hbar v_F (15 + 28/\beta) / R = ((28 + 15/\beta) / 43)^{1/2} \cdot 130 A^{-1/2} \text{ МэВ}. \quad (31)$$

Низколежащее возбуждение находится при энергии

$$\hbar \nu_{3^-}^L \approx \hbar \left\{ 15 \left( \frac{2}{3} - X \right) 160\pi T / 7mA (28 + 15/\beta) \right\}^{1/2} = \left[ 43 \left( \frac{2}{3} - X \right) / (28 + 15/\beta) \right]^{1/2} \cdot 31,4 A^{-1/2} \text{ МэВ}. \quad (32)$$

Как видно, энергия возбуждения высоколежащего  $3^-$ -состояния определяется главным образом величиной скорости Ферми, тогда как энергия низколежащего  $3^-$ -состояния зависит в основном от коэффициента поверхностного натяжения  $T$  и параметра делимости  $X$ . Роль квантовой поправки в (30) ничтожна (сравни с <sup>18/</sup>).

Здесь уместно будет обсудить одно общепринятое приближение, без которого нам удалось обойтись: насильственное обрывание цепочки  $p$ -моментов уравнения (6) на уравнении для  $P_{ij}$ . Если мы, следуя этой практике, положим  $P_{ij} = 0$  и отбросим уравнение (21), то получим только одно  $3^-$ -состояние с энергией  $\hbar \nu_{3^-} (P_{ij}=0) = \hbar v_F \sqrt{28/\beta} / R = 104,5 \gamma^{-1/2} A^{-1/2} \text{ МэВ}$ , что совпадает с результатом Никса <sup>8/</sup> при  $\beta = 1$ , но слишком отличается от (31), чтобы можно было говорить о законности обрывания. К аналогичному выводу пришли и авторы работы <sup>12/</sup>.

Хотя формула (32) для энергии низколежащего  $3^-$ -состояния не содержит параметров ферми-поверхности, ДПФ играет важную роль в определении его свойств. Согласно (32)  $\hbar \nu_{3^-}$  содержит дополнительный по сравнению с гидродинамической моделью фактор, равный (при  $\beta = 1$ )  $\sqrt{15/43} = 0,59$ . Сравнивая амплитуды высоко- и низколежащих возбуждений  $3^-$ , можно установить, что октупольная ДПФ одинаково важна для обоих возбуждений, а эффекты квадрупольной ДПФ проявляются практически только в высоколежащем возбуждении. Распределение коллективных токов одинаково для обеих мод.

б) Характеристическое уравнение системы (28) дает один пятикратно вырожденный уровень  $2^-$  с энергией  $\hbar \nu_{2^-} = \hbar \sqrt{2/53} \nu_F/R = 52,3 \beta^{1/2} A^{-2/3} \text{ МэВ}$ .

Как видно,  $\hbar \nu_{2^-}$  зависит только от сил, возникающих из-за деформации поверхности Ферми.

в) Система (29) описывает тороидальные  $1^-$ -колебания<sup>/17/</sup>. Характеристическое уравнение дает один трехкратно вырожденный уровень с энергией  $\hbar \nu_{1^-} = \hbar ((21\beta - 10)/53)^{1/2} \nu_F/R = ((21\beta - 10)/11)^{1/2} 65,6 A^{-2/3} \text{ МэВ}$ , что близко к результату работы<sup>/19/</sup>.

## IV. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА РЕЗОНАНСНЫХ СОСТОЯНИЙ

Для расчета приведенных вероятностей каких-либо переходов естественно использовать теорию линейного отклика системы на возмущение ее внешним полем:

$$O(t) = Oe^{-ivt} + O^+ e^{ivt} \quad (33)$$

Удобная форма теории отклика дана Лэйном<sup>/20/</sup>. Матричные элементы оператора  $O$  удовлетворяют соотношению

$$|\langle \Psi_a | O | \Psi_b \rangle|^2 = \lim_{\nu \rightarrow \nu_a} \hbar (\nu - \nu_a) \langle \Psi_b | O e^{-ivt} | \Psi_a \rangle, \quad (34)$$

где  $\Psi_a$  и  $\Psi_b$  - невозмущенные волновые функции стационарных состояний;  $\Psi_b^+$  - возмущенная волновая функция основного состояния;  $\nu_a = (E_a - E_0)/\hbar$  - нормальные частоты системы; черта означает усреднение по интервалу времени, много большему, чем  $1/\nu$ ;  $\nu$  - частота внешнего поля  $O(t)$ .

Матричный элемент  $\langle \Psi' | O | \Psi \rangle$  записывается в терминах интегральных характеристик системы при помощи соотношения

$$\begin{aligned} \langle \Psi' | O | \Psi \rangle &= \int d\vec{r} \int d\vec{r}' \rho(\vec{r}, \vec{r}', t) O(\vec{r}', \vec{r}) = \int d\vec{r} \int d\vec{r}' (\rho \cdot O)_w = \\ &= \int d\vec{r} \int d\vec{r}' \exp\left\{ \frac{\hbar}{2i} (\vec{r}'_0 \cdot \vec{r}' - \vec{r}_0 \cdot \vec{r}) \right\} Q_w(\vec{r}, \vec{r}') \cdot f(\vec{r}, \vec{r}', t). \end{aligned} \quad (35)$$

Для описания временной эволюции этих характеристик в возмущенном состоянии нужно добавить к гамильтониану в уравнении (I) потенциал (33). При этом в правой части уравнения (6) появится член

$$-\frac{2}{\hbar} \sin\left\{ \frac{\hbar}{2} (\vec{r}'_0 \cdot \vec{r}' - \vec{r}_0 \cdot \vec{r}) \right\} \left[ Q_w(\vec{r}, \vec{r}') f(\vec{r}, \vec{r}') e^{ivt} + Q_w^*(\vec{r}, \vec{r}') f(\vec{r}, \vec{r}') e^{-ivt} \right]. \quad (36)$$

Проделив далее те же выкладки, что и прежде, получим уравнения для всех моментов функции Вигнера, необходимых при расчете  $\langle \Psi' | O | \Psi \rangle$ . Единственным новым элементом будет наличие члена (36), делающего уравнения для моментов неоднородными.

В дальнейшем будут представлены результаты такого анализа для трех операторов: а) октупольного электрического момента  $q_{3M} = (eZ/A) r^2 Y_{3M}$ , б) квадрупольного магнитного момента  $m_{2M}(\vec{r}, \vec{p}) = (eZ/3mcA) \vec{r}(\vec{r}^2 Y_{2M}) \cdot [\vec{r} \times \vec{p}]$ , в) дипольного тороидного момента<sup>/17/</sup>  $t_i(\vec{r}, \vec{p}) = (eZ/10mcA) [\vec{r}(\vec{r} \cdot \vec{p})$ . Для их матричных элементов имеем

$$\langle \Psi' | q_{3M} | \Psi \rangle = \delta^3 Q_{3M}, \quad \langle \Psi' | m_{2M} | \Psi \rangle = \delta^3 m_{2M}, \quad \langle \Psi' | t_i | \Psi \rangle = \delta^3 T_i.$$

а) Возмущение полем первого типа, не затрагивая уравнений (28), (29), делает неоднородным первое из уравнений (27):

$$\delta^3 \ddot{Q}_{3M} + \delta^3 Q_{3M} \beta/\hbar - 2\delta^3 F_{3M} = -\sigma_3 (e^{ivt} + \delta^3_{no} e^{-ivt}), \quad \sigma_3 = 9e^2 Z^2 R^2 / 4\pi m A.$$

Подставляя решение измененных уравнений в (34), находим приведенные вероятности электромагнитных октупольных переходов:

$$B(E3; 3^- \rightarrow g_{\nu}) = |q_{3M}|_{i0}^2 = \frac{1}{2} \hbar \sigma_3 \beta \nu_i (\nu_i^2 - 15) / (\beta \nu_i^4 - 15\beta\gamma - 6\kappa).$$

б) Магнитное поле делает неоднородным второе из уравнений системы (28):

$$\delta^3 \ddot{m}_{2M} - \delta^3 m_{2M} \gamma/\hbar = \sigma_2 (e^{ivt} + \delta^3_{no} e^{-ivt}).$$

Здесь  $\sigma_2 = (5Z^2/2\pi m A) \left[ \frac{(9\pi A)^{2/3}}{25} - 1 \right] \left( \frac{e\hbar}{2mc} \right)^2$ . Разрешая получившуюся систему относительно  $\delta^3 m_{2M}$ , получаем

$$B(M2; 2^- \rightarrow g_{\nu}) = |m_{2M}|_{i0}^2 = \sqrt{\frac{2}{7}} \frac{5}{2\pi} \frac{Z^2 Z_0^2}{(9\pi A)^{2/3}} \left[ \frac{(9\pi A)^{2/3}}{25} - 1 \right] \left( \frac{e\hbar}{2mc} \right)^2.$$

в) Возмущение тороидальным полем делает неоднородным второе из уравнений (31):

$$\delta^3 T_i \cdot (21\gamma/\hbar) - \ddot{t}_i + 2\dot{t}_i = i \cos \nu t \frac{7\hbar^3 e^2 Z^2}{50 m^3 c^2 A} \left( \frac{3(9\pi A)^{2/3}}{25} - 1 \right).$$

Отсюда

$$|t_i|_{i0}^2 = \sqrt{\frac{11\beta}{21\beta - 10}} \frac{1}{\sqrt{220}} \frac{Z^2 Z_0^2}{(9\pi A)^{2/3}} \left[ \frac{3(9\pi A)^{2/3}}{25} - 1 \right] \left( \frac{e\hbar}{2mc} \right)^2.$$

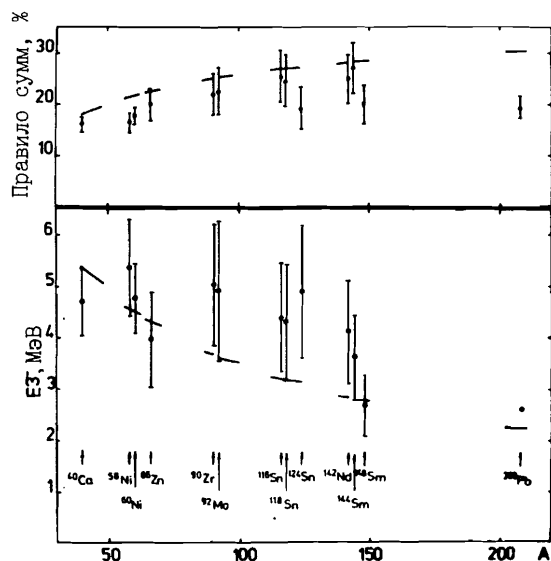
## V. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

Изоскалярные октупольные вибрационные моды в ядрах изучались различными экспериментальными методами. Много данных накоплено по нижайшим

$3^-$ -состояниям<sup>/21/</sup>. Эксперименты по неупругому рассеянию электронов и адронов дали некоторую информацию о гигантском октупольном резонансе (ГОР)<sup>/22/</sup>. В течение последних десяти лет стала появляться информация об октупольных возбуждениях при энергиях около  $\hbar\omega = 41/A^{1/3}$  МэВ.

Значительно беднее данные о магнитном квадрупольном резонансе (МКР)<sup>/23/</sup>.

В нижней части рисунка I показаны центры энергии низколежащих  $3^-$ -уровней для сферических ядер:



Р и с. I. Энергии центров низколежащих  $3^-$ -возбуждений (внизу) и процент исчерпывания ЭВПС (вверху) для ядер с массовыми числами  $40 \leq A \leq 210$ . Расчеты для различных элементов представлены отрезками сплошных линий. Экспериментальные данные взяты из работ<sup>/21-23/</sup>.

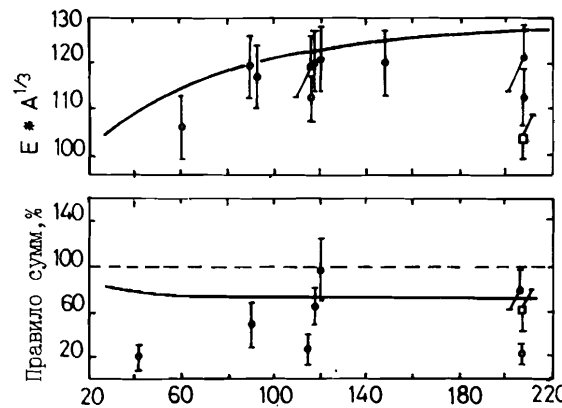
$$E_3^{exc} = \sum_i E_i(3^-) \cdot B(E3, g.r. \rightarrow 3_i^-) / \sum_i B(E3, g.r. \rightarrow 3_i^-).$$

Вверху (рис. I) показан вклад этой части E3-переходов в энергетически взвешенное правило сумм (ЭВПС):

$$\Sigma_H = \frac{\hbar^2}{2} \sigma_3 (\gamma_H^2 - 15\gamma) / (2\gamma_H^2 - 15\gamma - (\beta + 28\gamma)/\beta).$$

Теоретические оценки представлены отрезками сплошных линий. Согласие между теорией и экспериментом неплохое. Заметим, что LEOR, понимаемый как сильная концентрация E3-силы между нижайшим  $3^-$ -состоянием и гигантским октупольным резонансом, обнаружен только в части ядер, показанных на рис. I. Например, очень сильные E3-переходы в нижайшее  $3^-$ -состояние без заметной концентрации B(E3) над ним известны в  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{60}\text{Ni}$  и  $^{208}\text{Pb}$ . Эти ядра попадают в одну систематику с теми, где LEOR дает большой вклад в правило сумм. На этом основании

можно сделать вывод, что разделение  $3^-$ -возбуждений на нижайшее и LEOR не имеет особого физического смысла.



Р и с. 2. Энергии центроидов ГОР, умноженные на  $A^{1/3}$ , (вверху) и процент исчерпывания ЭВПС (внизу) для ядер с дорожки  $\beta$ -стабильности (сплошные кривые). Экспериментальные данные взяты из работы<sup>/22/</sup>.

На рис. 2 экспериментальные данные по ГОР<sup>/22/</sup> сравниваются с нашими расчетами для высоколежащего  $3^-$ -состояния (см. (3I)). Теоретическая кривая для энергии проходит чуть выше экспериментальных точек. Понижение кривой в области малых A обязано диффузности поверхности. Модель неплохо описывает и данные по ЭВПС.

Экспериментальные данные по магнитному квадрупольному резонансу вместе с нашими теоретическими оценками собраны в таблице. Характеристики МКР должны зависеть от спина нуклонов. Тем не менее они качественно описываются нашей моделью.

Т а б л и ц а. Сравнение расчетов по магнитным квадрупольным резонансам с экспериментальными данными из работы<sup>/23/</sup>

Я д р о	$E(2^-)$ МэВ		$\Sigma B(M2) \uparrow \text{ м}^2 \cdot \text{дм}^2$	
	теория	эксп.	теория	эксп.
$^{28}\text{Si}$	11,33	13 + 16	124,3	340 ± 40
$^{40}\text{Ca}$	11,09	8,43	250,4	235 ± 20
$^{48}\text{Ca}$	10,91	8 + 9	248,0	170 ± 40
$^{90}\text{Zr}$	10,04	8,9	954,0	950 ± 100
$^{140}\text{Ce}$	9,29	7,5+10	2214	6000 ± 900
$^{208}\text{Pb}$	8,56	7,65	3782	5310 ± 900

В настоящее время нет экспериментальной информации о тороидальных возбуждениях  $1^-$ .



## VI. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Перечислим основные результаты работы. Начиная с уравнения для одночастичной матрицы плотности получена система уравнений сначала для моментов функции Вигнера в импульсном пространстве, а после этого — для моментов во всем фазовом пространстве. Такие моменты функции Вигнера играют роль коллективных переменных в нашем подходе. Теория приводится к виду, напоминающему гидродинамику, а именно: к динамике ферми-жидкости.

Как один из важнейших пунктов рассматриваются правила замыкания цепочки уравнений для моментов. Из этих правил следует, что для корректного описания динамики массового (или зарядового) тензора ранга  $\lambda$  ( $\rho_{i_1 \dots i_\lambda} = \int \rho x_{i_1} \dots x_{i_\lambda} d\vec{r}$ ) необходимо учитывать деформацию поверхности Ферми, описываемую тензорами

$$\Pi_{i_1 \dots i_\ell} = m^{-\ell} \int \int f \cdot (\vec{p} - m\vec{u})_{i_1} \dots (\vec{p} - m\vec{u})_{i_\ell} d\vec{p} d\vec{r}$$

всех рангов вплоть до  $\ell = \lambda$ .

До сих пор метод применялся для изучения квадрупольных возбуждений во вращающихся ядрах <sup>10/</sup>, а также для изучения коллективных состояний отрицательной четности в сферических ядрах (эта работа и <sup>13/</sup>). Изучались энергии возбуждения коллективных состояний и их электромагнитные характеристики. Способ описания ширины резонансов в рамках нашего подхода указан в <sup>29/</sup>.

В данной работе рассмотрены октаупольные, магнитные квадрупольные и изоскалярные  $I^-$  (тороидальные) возбуждения. Достигнуто неплохое согласие с экспериментом.

Настоящее исследование показывает, что можно дать количественное описание свойств ядерных вибрационных состояний, используя параметры модели жидкой капли, т.е. модели, предназначенной для описания статических свойств ядер. Согласно нашим результатам именно параметры поверхностного натяжения и делимости капли Ферми жидкости определяют положение  $3^-$ -возбуждений и силу  $E3$ -переходов в области энергий порядка одной главной оболочки. Мы надеемся, что наши изыскания помогут заполнить щель между макроскопическим (жидкая капля) и микроскопическим (оболочечная модель и пр.) подходами к ядерной динамике. Хотя и хорошо понятые концептуально <sup>30/</sup>, соотношение между этими подходами требует дальнейшего изучения. Мы надеемся, что наш подход будет полезен для дальнейшего развития теории в направлении унификации описания коллективных свойств ядер.

## ЛИТЕРАТУРА

- Bohr Å., Mottelson B.R. Nuclear Structure, v.2, W.A.Benjamin, New York, Amsterdam, 1974.
- Filippov G.F., Ovcharenko V.I., Smirnov Yu.F. Microscopic theory of collective excitations in atomic nuclei. "Naukova dumka", Kiev, 1981.
- Hohenberg P., Kohn W. Phys.Rev., 136, 1964, p. 1384.
- Wigner E. Phys.Rev., 40, 1932, p. 749.
- Brink D.M., Di Toro M. Nucl.Phys., A372, 1981, p. 151.
- Bertsch G.F. In: Nuclear Physics with heavy ions and mesons, 1977, Les Houches Lectures, ed. R.Balian et al. (North-Holland, Amsterdam, 1978), vol. 1, p. 175.
- Kolomietz V.M., Tang Henry H.K. Physica Scripta, 24 (1981), 915.
- Nix J.R., Sierk A.J. Phys.Rev., C21 (1980), 396.
- Kerman A.K. and Koonin S.E. Ann. of Phys., 1976, 100, 332.
- Balbutsev E.B., Mikhailov I.N., Vaishvila Z. Nucl.Phys., A457, 1986, p. 222.
- Balbutsev E.B., Di Toro M. Preprint JINR P4-86-551, Dubna, 1986.
- Hasse R.W. et al. Phys.Rev., C25 (1982), 2771.
- Balbutsev E.B., Mikhailov I.N., Vaishvila Z. J.Phys., G, 12, 1986, p.L 185.
- Chandrasekhar S. Ellipsoidal figures of equilibrium. New Haven and London, Yale University Press, 1969.
- Varshalovitch D.A., Moskalev A.N., Khersonski V.K. Quantum theory of angular momentum. "Nauka", Leningrad, 1975.
- Rosenkilde C.E. J.Math.Phys., 1967, 8, pp.84,88,98.
- Dubovik V.M., Tosunyan L.A. In: Particles and Nucleus. 1983, v.14, 5, p.1193.
- Kohl H., Schuck P., Stringari S. Nucl.Phys., A459 (1986), 265.
- Semenko S.F. Nucl.Phys. (Sov. Press), 34 (1981), 639.
- Lane A.M. Nuclear Theory. W.A.Benjamin, inc. 1964, New York-Amsterdam.
- Bernstein A.M. Advances in Nuclear Physics. v.3, p. 325, 1969.
- Bertrand F. In: Proceed. of the Int.Conf. on Nuclear Physics, ed. by M.Diamond and J.O.Rasmussen Berkeley, 1980.
- Richter A. In: Proceed. of Int. Summer School on Nuclear Structure, JINR, D4-80-385, Dubna, 1980.
- Moss J.M. et al. Phys.Rev., C18 (1978), 741.
- Neuhauser R. Nucl.Phys., A263 (1976), 249.

26. Burger S.J., Heymann G. Nucl.Phys., A243 (1975), 461.  
 27. Moss J.M. et al. Phys.Rev.Lett., 37 (1976), 816.  
 28. Bertrand F.E. Phys.Rev., C34 (1986), 45.  
 29. Balbutsev E.B., Mikhailov I.N., Piperova I., JINR, P4-85-539, Dubna, 1985.  
 30. Bjornholm S. Nucl.Phys., A447 (1985), 117.

Рукопись поступила в издательский отдел  
 18 мая 1987 года.

Бальбуцев Е.Б., Михайлов И.Н.

P4-87-327

Динамика интегральных характеристик  
 атомных ядер

Получены динамические уравнения для моментов функции Вигнера в полном фазовом пространстве нуклона. Сформулированы правила замыкания системы уравнений для таких моментов. Изучены вибрационные состояния отрицательной четности /октупольные, магнитные квадрупольные и изоскалярные дипольные/. Теория дает адекватное описание всех этих возбуждений при использовании в качестве входных данных лишь параметров ядерной плотности ( $r_0 = 1,2$  фм) и поверхностного натяжения ( $T = 17/4 \pi r_0^2$  МэВ/фм<sup>2</sup>).

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод Г.Г.Сандуковской

Balbutsev E.B., Mikhailov I.N.

P4-87-327

Dynamics of Nuclear Integral Characteristics

The dynamic equations are obtained for the moments of the Wigner function (density matrix) in the phase space of a nucleon. The rules of closure of the set of equations for these moments are formulated. The negative-parity vibrational states (octupole, magnetic quadrupole and isoscalar dipole-toroidal) are analysed. The theory gives an adequate description for all these excitations using as an input the values of the nuclear density ( $r_0 = 1.2$  Fm) and the surface tension ( $T = 17/4 \pi r_0^2$  MeV/Fm<sup>2</sup>) parameters.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987