

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P4-87-262

С.А.Гончаров*, Г.С.Казача, Н.К.Тимофеюк*

РАСЧЕТ ОПТИЧЕСКИХ ПОТЕНЦИАЛОВ
ДЛЯ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ
В МОДЕЛИ ДВУКРАТНОЙ СВЕРТКИ

* Научно-исследовательский институт ядерной физики МГУ

1. Хорошо известно, что использование оптической модели для описания упругого рассеяния в своем феноменологическом варианте сталкивается с трудностями, связанными с неоднозначностями выбора параметров оптического потенциала. Так, например, проводя анализ в рамках DWBA реакций ($^3\text{He}, \alpha$) на ядрах Ir-оболочки, мы нашли, что величина и форма вычисляемых дифференциальных сечений сильно зависят от выбора оптических параметров в обоих упругих каналах ^{1/1}. Предполагается, что реализация и развитие микроскопических методов расчета оптических потенциалов, таких как модель свертки, поможет в какой-то мере преодолеть указанные трудности. Кроме того, эти методы могут быть использованы как способы проверки структурных моделей и получения новой физической информации о нуклон-нуклонных взаимодействиях в ядрах.

В настоящей работе предлагается один из путей реализации модели двойной свертки для расчета реальной части оптического потенциала, осуществленной в программе FOLDING для ЕС ЭВМ, и апробация этой программы на примере анализа данных по упругому рассеянию ^3He и ^4He на ряде ядер от ^9Be до ^{27}Al в области энергий 18-56 МэВ.

2. Реальная часть центрального оптического потенциала взаимодействия между налетающим ядром a и ядром-мишенью A в модели двойной свертки (фолдинг-потенциал) имеет вид ^{1/2,3/}:

$$U_F(\vec{R}) = \int d\vec{r}_a d\vec{r}_A \rho_a(\vec{r}_a) \rho_A(\vec{r}_A) v_{12}(\vec{R} + \vec{r}_A - \vec{r}_a), \quad (1)$$

где \vec{R} - расстояние между центрами масс ядер a и A , ρ_a и ρ_A - плотности ядер, v_{12} - нуклон-нуклонное взаимодействие между нуклонами ядер a и A . С помощью преобразования Фурье-Бесселя этот шестимерный интеграл сводится к интегралу ^{1/2,3/}:

$$U_F(R) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty dk k^2 j_0(kR) \hat{\rho}_a(k) \hat{\rho}_A(k) \hat{v}(k), \quad (2)$$

где $\hat{\rho}_i(k) = 4\pi \int ds s^2 j_0(ks) \rho_i(s)$ ($i = a, A$),

$$\hat{v}(k) = 4\pi \int d\vec{s} e^{i\vec{k}\vec{s}} v(\vec{s}).$$

Созданная нами программа *FOLDING* вычисляет $u_F(R)$ по формуле (2). Она построена на использовании программы численного преобразования Фурье *FTRANS*^{/4/}, основанной на методе интегрирования Филона.

В программе *FOLDING* заложена возможность работы с эффективными нуклон-нуклонными взаимодействиями различного вида:

а) потенциал типа Гаусса^{/5/}

$$v(s) = -553.18 \exp(-s^2/0.64) + 1781.4 \exp(-s^2/0.25), \quad (3a)$$

б) потенциал типа МЗУ^{/6/}

$$v(s) = \sum_{i=1}^2 a_i \exp(b_i s) / b_i s + \mathcal{D}(E) \delta(\vec{s}), \quad (3b)$$

построенные на основе различных свободных *NN*-потенциалов (Рейда, ОРЕР^{/6/} и парижского^{/7/}). Соответствующие параметры приведены в таблице I.

Таблица I. Параметры потенциала МЗУ

Тип	a_1	b_1	a_2	b_2	$\mathcal{D}(E)$	Ссылки	
<i>NN</i> -сил	(МэВ)	(фм)	(МэВ)	(фм)	(МэВ)		
1	ОРЕР	6315	4	-1961	2,5	-8+	3,6
2	Рейда	7999	4	-2134	2,5	-276(I-0,005E)	3,6
3	Парижский	11061,6	4	-2537,5	2,5	-276(I-0,005E)	7

в) эффективные взаимодействия типа МЗУ с зависимостью от плотности ρ МЗУ^{/8/}

$$v(s, \rho, E) = v(s, E) f(E, \rho), \quad (3в)$$

где $f(E, \rho) = c(E) \{ 1 + \alpha(E) \exp[-\beta(E)(\rho_1 + \rho_2)] \}$,

а $v(s, E)$ - эффективное взаимодействие МЗУ на основе сил Рейда. Заметим, что в этом случае для $u_F(R)$ имеем несколько иной вид:

$$u_F(R) = \frac{c(E)}{2\pi^2} \int_0^\infty j_0(kR) \tilde{v}(k) [\tilde{\rho}_1(k) \tilde{\rho}_2(k) + \alpha(E) \tilde{\rho}_1(k) \tilde{\rho}_2(k)] k^2 dk, \quad (4)$$

где

$$\tilde{\rho}_i(k) = 4\pi \int_0^\infty j_0(ks) \rho_i(s) \exp[-\beta(E) \rho_i(s)] s^2 ds, \quad (5)$$

а $\tilde{v}(k)$ и $\tilde{\rho}_i(k)$ определены в (2).

Что касается задания плотностей, то в программе *FOLDING* также доложено несколько возможностей:

а) задание радиальной зависимости плотности, вычисленной в любой модели вне программы, в виде численной таблицы с определенным шагом по r ;

б) задание фурье-образа плотности, также вычисленного вне программы, в виде численной таблицы с определенным шагом по k ;

в) параметрическое задание плотности, определяемое из данных по рассеянию электронов^{/9/}, в одной из двух форм:

$$\rho(r) = \rho_0 \{ \exp(-(r/a_1)^2) + \alpha (r/a_2)^2 \exp[-(r/a_2)^2] \} \quad (6)$$

либо

$$\rho(r) = \rho_0 (1 + wz^2/c^2) / \{ 1 + \exp[(z^p - c^p)/z^p] \}. \quad (7)$$

при этом, в первом случае, фурье-образ вычисляется аналитически, что и использовано в программе.

Отметим, что программа *FOLDING* применима и для вычисления потенциала в случае рассеяния нуклонов на ядрах. Для этого полагается в (2), либо в (4)

3. Для определения точности численных расчетов по программе и оптимальных значений параметров интегрирования (шаг и радиус интегрирования, область фурье-преобразований) нами проведены численные исследования программы. В таблице 2 приведены результаты вычислений фурье-образов плотностей при различных значениях шага Δr и радиуса интегрирования r_{max} в области до $k = 7 \text{ фм}^{-1}$.

Таблица 2

k (фм ⁻¹)	$\tilde{\rho}(k)$		
	$\Delta r = 0,02; r_{max} = 15$	$\Delta r = 0,01; r_{max} = 15$	$\Delta r = 0,02; r_{max} = 17$
1	0,873147+00	0,873147+00	0,873147+00
3	-0,540792-01	-0,540792-01	-0,540791-01
5	0,632268-03	0,632268-03	0,632271-03
7	0,110876-04	0,110873-04	0,110861-04

Относительная ошибка интегрирования по r увеличивается с ростом k , и при $k = 7 \text{ фм}^{-1}$ не превышает 0,01%. В таблице 3 приведена зависимость точности конечного результата от выбора шага Δk и радиуса k_{max} интегрирования по k , при фиксированных $\Delta r = 0,02$ и $r_{max} = 15$.

Таблица 3

R (фм)	U _F (R)		
	ΔK=0,01; K _{max} =7	ΔK=0,005; K _{max} =7	ΔK=0,01; K _{max} =11
10	0,6407-02	0,6407-02	0,6407-02
12	0,1919-03	0,1903-03	0,1917-03
14	0,6817-05	0,5504-05	0,6888-05

Результаты численных исследований показывают, что для разумных в ядерных расчетах значений $R \approx 12$ фм, $K_{max} = 15$ фм и $K_{max} = 7$ фм⁻¹ при $\Delta K = 0,02$ и $\Delta K = 0,01$ фолдинг-потенциалы вычисляются с относительной погрешностью, меньшей 0,3%. Ухудшение точности вычисления $U_F(R)$ при больших значениях R , видимо, можно связать с тем, что сами значения $U_F(R)$ становятся порядка численных ошибок метода интегрирования [4].

4. Апробация программы проведена на примере расчета фолдинг-потенциалов взаимодействия ³He с ядрами ⁹Be, ¹⁰, ¹¹B, ¹³C, ¹⁴N, ²⁵Mg и ²⁷Al и ⁴He с ядрами ¹²C и ¹⁹F при различных энергиях от 18 до 56 МэВ.

Использовались феноменологические плотности указанных ядер из работ [9, 10], найденные из экспериментов по рассеянию электронов (для ядер ³He, ⁹Be, ¹⁰, ¹¹B, ¹³C и ¹⁴N - плотности типа N0, для ядер ¹⁹F, ²⁵Mg и ²⁷Al типа 2rF и для ⁴He - типа 3rF), а также эффективные взаимодействия типа МЗУ на основе NN-сил Рейда.

Вычисленные фолдинг-потенциалы оказались по форме близкими к феноменологическим потенциалам Вудса-Саксона. При этом объемные интегралы на нуклон для всех систем оказались приблизительно одинаковыми. Мы нашли, что вычисленные фолдинг-потенциалы можно аппроксимировать потенциалами Вудса-Саксона, с параметрами r_0 , a и V_0 , определенными из условий

$$\begin{aligned}
 U_F(R = r_0 A^{1/3}) &= \frac{1}{2} U_F(R=0), \\
 a &= R_2 - R_1, \\
 U_F(R=R_1) &= 0.62 U_F(R=0), \\
 U_F(R=R_2) &= 0.38 U_F(R=0), \\
 V_0 &= U_F(0) \left[1 + \exp\left(-\frac{r_0 A^{1/3}}{a}\right) \right].
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

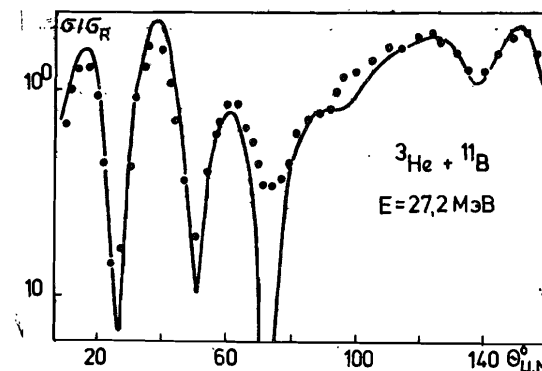


Рис.1. Отношение сечения упругого рассеяния к резерфордскому σ/σ_R для ³He + ¹¹B при энергии 27,2 МэВ. Точки - экспериментальные данные.

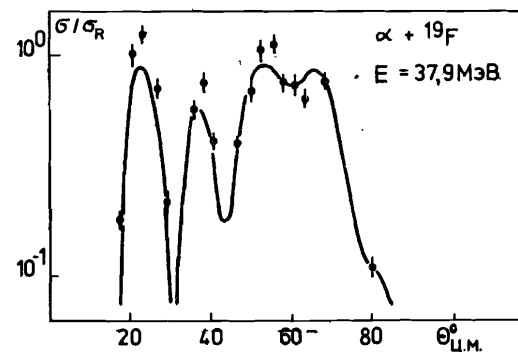


Рис.2. Отношение σ/σ_R для $\alpha + ^{19}\text{F}$ при энергии 37,9 МэВ.

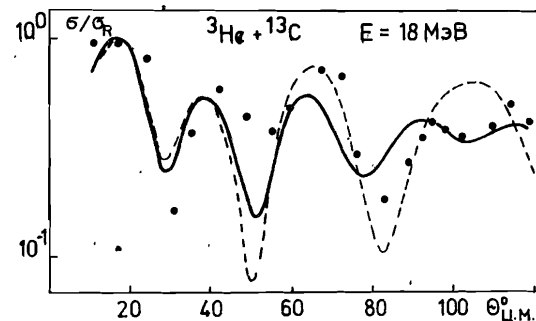


Рис.3. Отношение σ/σ_R для ³He + ¹³C при энергии 18 МэВ. Расчет с учетом спин-орбитального потенциала / — / и без него / - - - /.

Погрешность аппроксимации оказалась $\leq 5\%$. В таблице 4 приведены найденные параметры соответствующих аппроксимирующих потенциалов Вудса-Саксона, а также значения объемных интегралов на нуклон и среднеквадратичных радиусов.

Таблица 4

Налегающее ядро	Ядро-мишень	E (МэВ)	V ₀ (МэВ)	r ₀ (фм)	a (фм)	U ₀ (МэВ фм ³)	$\langle r^2 \rangle^{1/2}$ (фм)
³ He	⁹ Be	22,2	85,2	1,18	0,80	411,5	3,506
	¹⁰ B	24,3	97,5	1,13	0,88	410,5	3,477
	¹¹ B	20,6	109,95	1,08	0,85	412,2	3,452
	¹² C	27,2	108,6	1,10	0,85	409,2	3,455
	¹³ C	18	128,1	1,04	0,85	413,4	3,447
	¹⁴ C	25,7	126,2	1,04	0,90	410,0	3,541
	²⁵ M	23,8	159,4	0,97	0,92	410,7	3,968
⁴ He	²⁷ Al	23,5	173,62	0,95	0,90	410,8	3,922
	¹² C	56	155,8	1,07	0,80	402,3	3,417
	¹⁹ F	37,9	193,8	0,99	0,86	408,6	3,736

Далее, с найденными фолдинг-потенциалами проведен анализ экспериментальных данных по дифференциальным сечениям упругого рассеяния ^{11-14/} для указанных пар ядер и энергий. Сначала мы попытались взять в качестве мнимой части оптического потенциала тот же фолдинг-потенциал и, варьируя нормировки реальной и мнимой частей, получить описание данных. Однако эта попытка оказалась неудачной. Тогда мы использовали в качестве мнимой части феноменологический потенциал Вудса-Саксона, параметры которого W, r_w, a_w вместе с нормировкой λ фолдинг-потенциала варьировались. Стартовые значения параметров мнимой части взяты из подходящих наборов параметров из работы ^{15/}. Найденные значения параметров, а также значения объемных интегралов на нуклон, среднеквадратичных радиусов и величин приведены в таблице 5. Соответствующие угловые распределения для некоторых случаев показана на рисунках. Как показали результаты анализа, полученные параметры мнимых частей оптических потенциалов мало отличаются от стартовых значений ^{15/}, при этом нормировка фолдинг-потенциала близка к 1 (в худших случаях перенормировка составляет около 20%). Описание угловых распределений удовлетворительное. Заметим, что в случае рассеяния ³He + ^{10,11}B получено хорошее

Таблица 5

Налегающее ядро	Ядро-мишень	E (МэВ)	W (МэВ)	r _w (фм)	a _w (фм)	r _c (фм)	λ r _w / a _w	λ U ₀ (МэВ фм ³)	U ₀ (МэВ фм ³)	$\langle r^2 \rangle^{1/2}$ (фм)	$\langle r^2 \rangle^{1/2}$ (фм)
³ He	⁹ Be	22,2	0,87	21,8	1,53	1,07	30	358	225	3,51	4,63
	¹⁰ B	24,3	0,998	10,9	1,86	1,07	11,5	410	134	3,48	4,20
	¹¹ B	20,6	1,19	11,2	1,79	1,07	25	491	123	3,45	4,24
	¹² C	27,2	1,09	13,5	1,79	1,07	10,8	447	144	3,46	4,11
	¹³ C	18,0	1,06	6,47	2,26	1,4	15	438	136	3,45	5,40
	¹⁴ C	25,7	1,09	15,5	1,77	1,3	14,3	446	148	3,54	4,11
	²⁵ M	23,8	1,11	17,4	1,78	1,07	16	456	164	3,97	4,90
²⁷ Al	23,5	0,998	15,5	1,75	1,07	10,4	410	145	3,92	5,15	
⁴ He	¹² C	56,0	0,79	38,1	1,24	1,3	4,5	317	116	3,42	3,28
	¹⁹ F	37,9	1,21	17,5	1,41	1,3	3,0	496	79	3,74	4,38

описание на больших углах. Мы провели также анализ с учетом спин-орбитального взаимодействия, форма которого бралась в виде производной соответствующего аппроксимирующего потенциала Вудса-Саксона (см. таблицу 4). Глубина V_{so} такого потенциала варьировалась вместе с параметрами мнимой части и λ . В большинстве рассмотренных случаев включение спин-орбитального потенциала не дало существенного улучшения описания угловых распределений. Однако в случаях ядер-мишеней ${}^9\text{Be}$ и ${}^{13}\text{C}$ качество описания удалось улучшить, при этом получены значения $V_{so} = 9,27$ МэВ и $10,6$ МэВ соответственно.

В заключение еще раз подчеркнем, что вычисленные с помощью программы *FOLDING* оптические потенциалы оказались в рассмотренных случаях близкими к феноменологическим потенциалам Вудса-Саксона и дают удовлетворительное описание данных.

Авторы признательны профессору Е.А.Романовскому и доктору Ф.А.Гарееву за полезные обсуждения.

Литература

1. Гончаров С.А. и др. Препринт ИЯФ АН УзССР, P-I-24I, Ташкент, 1986.
2. Satchler G.R., Love W.G. Phys.Reports, 1979, 55, 183.
3. Satchler G.R. Direct Nuclear Reactions, Oxford Univ. Press. N.Y., 1983.
4. Sommer B., Zabolitzky J.G. Comp.Phys. Comm., 1979, 16, 383.
5. Шитикова К.В. ЭЧАЯ, 1985, т.16, вып.4, с.824.
6. Bertsch G. et al. Nucl.Phys., 1977, A284, 399.
7. Anantraman N. et al. Nucl.Phys., 1983, A398, 296.
8. Kobos A.M. et al. Nucl.Phys., 1982, A384, 65.
9. De Jager C.W. et al. At.Data and Nucl.Data Tables, 1974, 14, 479.
10. Barshoy S. et al. Phys.Rev., 1975, C11, 360.
11. Buffa A.J. et al. Nucl.Phys., 1972, A195, 545.
12. Kelley E.M., Zurmuhle R.W. Phys.Rev., 1966, 152, 890.
13. Gaillard P. et al. Nucl.Phys., 1969, A131, 353.
14. Aguilar E. et al. Proc.Roy.Soc., 1960, A254, 395.
15. Perey C.M., Perey F.G. At.Data and Nucl.Data Tables, 1976, 17,1.

Рукопись поступила в издательский отдел
17 апреля 1987 года.

Гончаров С.А., Казача Г.С., Тимофеев Н.К.
Расчет оптических потенциалов для тяжелых ионов в модели
двукратной свертки

P4-87-262

Реализуется программа расчета реальной части оптического потенциала в модели двукратной свертки /фолдинг-потенциала/ с помощью программы преобразования Фурье - Бесселя, основанной на использовании метода численного интегрирования Филона. Численные исследования показали, что надежное вычисление потенциала обеспечивается до необходимых расстояний /~ 2,5-3 радиусов ядра мишени/ с абсолютной точностью не хуже 10^{-4} . Проведены расчеты потенциалов взаимодействия ${}^{3,4}\text{He}$ с рядом ядер от ${}^9\text{Be}$ до ${}^{27}\text{Al}$ с использованием плотностей найденных из анализа рассеяния электронов, и различных типов эффективных нуклон-нуклонных взаимодействий. Вычисленные потенциалы оказались близкими к феноменологическим в форме Вудса-Саксона. С этими потенциалами и с феноменологическими мнимыми частями проанализирован ряд соответствующих экспериментальных данных в области энергий 18-56 МэВ. Анализ показал, что в рассмотренных случаях необходимая перенормировка фолдинг-потенциалов $\leq 20\%$.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987.

Перевод авторов

Goncharov S.A., Kazachá G.S., Timofeuk N.K.
Calculation of a Real Optical Model Potential for Heavy Ions
in the Framework of the Folding Model

P4-87-262

The code for calculation of a real optical model potential in the framework of the folding model is realized. The program of numerical Fourier - Bessel transformation based on Filon's integration rule is used. The accuracy of numerical calculations is 10^{-4} for a distance interval up to about (2,5-3) times the size of nuclei. The potentials are calculated for interactions of ${}^{3,4}\text{He}$ with nuclei from ${}^9\text{Be}$ to ${}^{27}\text{Al}$ with different effective NN- n^2 interactions and densities obtained from electron scattering data. Calculated potentials are similar to phenomenological potentials in Saxon-Woods form. With calculated potentials the available elastic scattering data for the considered nuclei in the energy interval 18-56 MeV are analysed. The needed renormalizations for folding potentials are $\leq 20\%$.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.