1

Д 791

сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

С 322,1

Р2-87-331

М.Дубец

ПРОБЛЕМА СИММЕТРИИ ТЕНЗОРА ЭНЕРГИИ-ИМПУЛЬСА КАК ИСТОЧНИКА ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ

1987

1. ВВЕДЕНИЕ

Требование симметрии тензора энергии-импульса /ТЭИ/ вытекает из сохранения орбитального момента количества движения /МКД/, симметрия его пространственно-временных составляющих необходима только для инвариантности этого сохранения по отношению к преобразованиям Лоренца. С развитием теории поля выяснилось, что должна сохраняться только сумма орбитального и спинового МКД и это сохранение дает универсальный метод Белинфанте для получения симметричного ТЭИ на основе его канонической формы. Однако если лагранжиан зависит от функций - назовем их внешними полями, - по отношению к которым не выполнены уравнения Лагранжа, даже упомянутый полный МКД необязательно сохраняется, и тогда "симметризация" Белинфанте приведет к несимметричному ТЭИ.

Именно такой случай рассматривается в данной работе. При этом оказывается, что известный ТЭИ Минковского для электромагнитного поля в сплошной среде получается такой же "симметризацией". При рассмотрении этой проблемы надо иметь в виду, что нас интересует только ТЭИ, описывающий сумму 4-импульса поля и вызванного им приращения 4-импульса среды. Такой тензор известен только для однородной среды и показано, что это есть как раз ТЭИ Минковского.

Этот ТЭИ несимметричен, что ведет к неинвариантности сохранения МКД относительно преобразований Лоренца. Эти трудности связаны, в частности, с приближением локального описания поля в среде. Однако нам нужен симметричный, сохраняющийся источник гравитационного поля /ГП/. В данной работе получено формальное выражение для такого источника с использованием модификации лагранжиана, которая не меняет уравнений Лагранжа для физических полей и канонического ТЭИ в однородной среде. Это выражение содержит нелокальную добавку к симметричному ТЭИ Гильберта, обеспечивающую его сохранение.

В настоящей работе используется натуральная система единиц, т.е. $c = 1$.

2. КАНОНИЧЕСКИЙ ФОРМАЛИЗМ С ВНЕШНИМИ ПОЛЯМИ

Будем работать в пространстве Минковского с метрикой

$$\eta_{\mu\nu} = \mathrm{diag}\,(1, -1, -1, -1) \qquad /2.1/$$

и рассматривать только функцию Лагранжа негравитационной материи

$$L(\phi_a, g_{\mu\nu}, \epsilon_a), \qquad /2.2а/$$

в которой положим

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} \qquad /2.2б/$$

/при получении ТЭИ Гильберта это следует сделать только после его определения соотношением /2.8/, см. ниже/. Здесь ϕ_a - все рассматриваемые физические поля, для которых выполнены уравнения Лагранжа

$$\delta L/\delta\phi_a := \partial L/\partial\phi_a - \partial_\mu \partial L/\partial\phi_{a,\mu} \qquad /2.3/$$

и ϵ_a - есть "внешние поля", для которых последние уравнения не выполнены. Индексы $a, b, \dots$ нумеруют различные поля и их тензорные индексы.

В отсутствие внешних полей можно получить сохраняющийся канонический ТЭИ [1]:

$$а/\quad T_{k\alpha}{}^{\beta} = \sum_a (\partial L/\partial\phi_{a,\beta})\, \phi_{a,\alpha} - \delta_\alpha{}^\beta L; \qquad /2.4/$$

$$б/\quad \partial_\beta T_{k\alpha}{}^{\beta} = 0$$

и тензор спинового МКД

$$а/\quad S^{\alpha\beta\mu} = \sum_{a,b} (\partial L/\partial\phi_{a,\mu})\, \Omega_a^{b\alpha\beta} \phi_b; \quad S^{\alpha\beta\mu} = -S^{\beta\alpha\mu}, \qquad /2.5/$$

$$б/\quad \partial_\mu [S^{\alpha\beta\mu} + M^{\alpha\beta\mu}] = 0,$$

$$в/\quad M^{\alpha\beta\mu} = x^\alpha T_k^{\beta\mu} - x^\beta T_k^{\alpha\mu},$$

где $\Omega_a^{b\alpha\beta}$ есть матрица вращения.

Однако если вариация формы какого-либо поля исчезает при преобразовании, порождающем рассматриваемый закон сохранения, это поле не нарушает последний закон даже в отсутствие каких-либо дополнительных ограничений типа /2.3/. Следовательно, ТЭИ сохраняется в данной области и при наличии любого постоянного в этой области внешнего поля

$$\epsilon_a = \mathrm{const}, \qquad /2.4в/$$

так как его форма здесь инвариантна по отношению к трансляциям, но не сохраняется полный МКД /за исключением тривиального случая постоянного скалярного поля/.

Тензор /2.4а/ может получиться несимметричным. Тогда процедура "симметризации" Белинфанте

$$а/\quad T_s^{\alpha\beta} = T_k^{\alpha\beta} + \frac{1}{2}\partial_\mu (S^{\beta\mu\alpha} + S^{\alpha\mu\beta} - S^{\alpha\beta\mu}); \qquad /2.6/$$

$$б/\quad \partial_\beta T_s^{\alpha\beta} \equiv \partial_\beta T_k^{\alpha\beta}$$

/последнее соотношение следует из антисимметрии добавки относительно $\beta \to \mu$/ дает симметричный тензор $T_s^{\alpha\beta}$, если выполнены соотношения /2.5б,в/. Следовательно, в случае наличия постоянного внешнего поля ТЭИ сохраняется, но процедура "симметризации" /2.6/ не дает симметричного тензора. Канонический ТЭИ всегда может быть симметризован, если в этой процедуре использовать величину $M^{\alpha\beta\mu}$ вместо $S^{\alpha\beta\mu}$:

$$а/\quad T_k^{\alpha\beta} = 4T^{\alpha\beta} + (x^\rho \partial_\rho) T^{\alpha\beta} - x^\alpha \partial_\rho T^{\rho\beta} - x^\beta \partial_\rho T^{\rho\alpha}, \qquad /2.7/$$

$$б/\quad \int T_T^{k0}\, dV = \frac{1}{2} \int dV [T^{k0} + T^{0k} - x^k \dot{T}^{00} + x^0 \dot{T}^{k0}].$$

Однако полученный таким образом ТЭИ $T_T^{\alpha\beta}$ не имеет физического смысла уже потому, что соответствующий импульс зависит от произвольного выбора начала координат.

Можно определить также симметричный тензор Гильберта

$$\sqrt{g}\, T_H^{\alpha\beta} := 2\delta(\sqrt{g} L)/\delta g_{\alpha\beta}; \quad g := |\det g_{\alpha\beta}|, \qquad /2.8/$$

для которого, согласно [2], мы должны иметь

$$T_H^{\alpha\beta} = T_S^{\alpha\beta}, \qquad /2.9а/$$

но нам теперь ясно, что это равенство может получиться только тогда, когда

$$\epsilon_a = 0. \qquad /2.9б/$$

Однако закон сохранения

$$\partial_\beta T_H^{\alpha\beta} = 0 \qquad /2.9в/$$

получается только при инвариантности действия по отношению к переменным сдвигам координат, поэтому он не имеет места при наличии постоянных внешних полей.

3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ В СПЛОШНОЙ СРЕДЕ

Прежде всего необходимо иметь в виду, что на практике нам нужен ТЭИ, описывающий сумму 4-импульса поля и вызванного им изменения 4-импульса среды. Иными словами, он должен удовлетворять условию

$$\partial_\beta T^{\alpha\beta} = -f^\alpha := -F^\alpha{}_\mu j^\mu , \qquad /3.1/$$

где j^μ описывает только токи проводимости и

$$F_{\alpha\beta} = \partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha \qquad /3.2/$$

есть тензор электромагнитного поля. Такой ТЭИ известен только для однородной среды - это ТЭИ Минковского:

$$T_M^{\alpha\beta} = \frac{1}{4\pi}\left(F^{\alpha\rho} H_\rho{}^\beta + \frac{1}{4} g^{\alpha\beta} F_{\rho\sigma} H^{\rho\sigma}\right), \qquad /3.3/$$

здесь

$$\text{а/}\quad H^{\alpha\beta} = \epsilon^{\alpha\beta\rho\sigma} F_{\rho\sigma} ,$$

$$\qquad /3.4/$$

$$\text{б/}\quad \epsilon^{\beta\alpha\rho\sigma} = \epsilon^{\alpha\beta\sigma\rho} = -\epsilon^{\alpha\beta\rho\sigma} = -\epsilon^{\rho\sigma\alpha\beta} .$$

Последняя часть последнего соотношения вытекает из определения тензора проницаемости $\epsilon^{\alpha\beta\rho\sigma}$ по его значению в системе покоя среды /предполагаем ее существование/:

$$H^{ik} = \mu^{-1} F^{ik} , \quad H^{ok} = \epsilon F^{ok} , \qquad /3.4в/$$

при использовании гармонических координат [3,4,6,7]:

$$\partial_\mu q^{\mu\nu} = 0; \quad q^{\mu\nu} := \sqrt{g}\, g^{\mu\nu}. \qquad /3.5/$$

Уравнения поля

$$\partial_\alpha H^{\alpha\beta} = 4\pi j^\beta \qquad /3.6/$$

получаются из лагранжиана

$$L = -\frac{1}{16\pi} g_{\alpha\beta} g_{\rho\sigma} F^{\alpha\rho} H^{\beta\sigma} - g_{\alpha\beta} A^\alpha j^\beta . \qquad /3.7а/$$

В дальнейшем положим

$$j^\beta = 0. \qquad /3.7б/$$

Тогда

$$\text{а/}\quad T_K{}_\alpha{}^\beta = \frac{1}{4\pi}\left[A_{\rho,\alpha} H^{\rho\beta} + \frac{1}{4}\delta_\alpha{}^\beta F_{\rho\sigma} H^{\rho\sigma}\right],$$

$$\qquad /3.8/$$

$$\text{б/}\quad S^{\alpha\beta\mu} = \frac{1}{4\pi}\left[H^{\mu\beta} A^\alpha - H^{\mu\alpha} A^\beta\right]$$

и легко проверить, что ТЭИ Минковского /3.3/ есть на самом деле "симметризованный" по формуле /2.6/ канонический тензор /3.8а/. В соответствии с результатами предыдущего параграфа он несимметричен, но сохраняется в однородной среде при условии /3.7б/. Соответствующий нашему лагранжиану тензор Гильберта /2.8/ не сохраняется, и мы бессильны получить из этого лагранжиана симметричный, сохраняющийся ТЭИ.

В литературе известен еще ТЭИ Абрагама:

$$T_A^{ko} := T_A^{ok} := T_M^{ok} , \quad T_A^{ik} := T_M^{ik} , \qquad /3.9/$$

не сохраняющийся в однородной незаряженной среде, так что он не имеет для нас физического значения. Известен и "тензор излучения", в системе покоя среды определенный просто соотношением

$$T_R^{i\alpha} = (\epsilon\mu)^{-1} T_M^{i\alpha} = T_R^{\alpha i} , \qquad /3.10/$$

так что ему соответствует в $\epsilon\mu$ раз меньшая сила по сравнению с требуемой величиной /3.1/.

Наконец, покажем, что только несимметричный ТЭИ Минковского определяет правильное отношение плотностей энергии и импульса, требуемое сохранением 4-импульса при излучении Черенкова-Вавилова. Обозначим 4-импульс излученного фотона δk^α и соответствующее уменьшение 4-импульса излучающего электрона δp^α, так что

$$\delta p^\circ = \delta k^\circ , \quad |\delta\vec{p}| = |\delta\vec{k}| \cos\alpha , \qquad /3.11а/$$

где

$$\cos\alpha = (n v)^{-1} , \quad n := \sqrt{\epsilon\mu} , \quad \vec{v} = \vec{p}/p^\circ . \qquad /3.11б/$$

Из $\delta p^2 = 0$ получим $p^\circ \delta p^\circ = |\vec{p}|\,|\delta\vec{p}|$, откуда

$$|\delta\vec{k}| / |\delta k^\circ| = n . \qquad /3.11в/$$

Как раз это отношение дает величина вектора

$$T_M^{ko} = \frac{1}{4\pi}(\vec{D}\times\vec{B})_k \qquad /3.12/$$

и плотность энергии T_M^{oo} в плоской волне и, следовательно, такое же отношение дает ТЭИ Минковского и для соответствующих плотностей потока /так как скорость распространения энергии и импульса одинакова/.

Итак, мы нашли, что реальный ТЭИ в сплошной среде должен быть несимметричным. В результате получается увеличение отношения /3.11в/ по сравнению со скоростью распространения поля /движения "фотона"/, что само по себе физически еще ничего не значит, так как δk° соответствует только части плотности энергии. Однако вследствие этого сохранение соответствующего МКД неинвариантно по отношению к преобразованиям Лоренца.

После написания данной статьи доктор А.Ф.Писарев обратил внимание автора на работы Гинзбурга [8], в которых был ранее получен приведенный результат о том, что опыт Черенкова-Вавилова ведет к ТЭИ Минковского. Здесь также показано, что ТЭИ Абрагама отличается от ТЭИ Минковского в немагнитной среде тем, что он не включает плотность импульса среды. При этом все используемые ТЭИ полностью включают плотность энергии среды и ее поток. Сомнительным является использование тензорных величин, различные слагаемые которых описывают различные физические системы.

4. ГЕНЕРАЦИЯ ГП ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ В СПЛОШНОЙ СРЕДЕ

Мы видели, что вследствие нарушения уравнений Лагранжа /2.3/ "внешним полем проницаемости" $\epsilon^{\alpha\beta\rho\sigma}$ процедура "симметризации" /2.6/ привела к несимметричному ТЭИ Минковского. При локальной связи между $H^{\alpha\beta}$ и $F^{\alpha\beta}$, в пределах локальной теории мы не сумеем получить симметричный сохраняющийся ТЭИ, введем поэтому такую нелокальную добавку к лагранжиану /3.7/, которая в однородной среде не скажется на значении канонического ТЭИ и на уравнениях движения для физических полей, но обеспечит тождественное выполнение уравнений Лагранжа по отношению к внешнему полю:

а/ $L_\epsilon = L + A^{\alpha\beta\rho\sigma\mu}\,\partial_\mu \epsilon_{\alpha\beta\rho\sigma}$,

б/ $\partial_\mu A^{\alpha\beta\rho\sigma\mu} := \partial L/\partial\epsilon_{\alpha\beta\rho\sigma}$, /4.1/

в/ $\partial_\mu \epsilon_{\alpha\beta\rho\sigma} = 0$.

Вычислим часть тензора спинового МКД /2.5а/, соответствующую "полю" проницаемости. Вследствие свойств симметрии последнего /3.4б/ ее можно записать в виде:

а/ $S^{\alpha\beta\mu} = 4A^{\alpha\rho\sigma\tau\mu}\,\epsilon^{\beta}{}_{\rho\sigma\tau} - 4A^{\beta\rho\sigma\mu}\,\epsilon^{\alpha}{}_{\rho\sigma\tau}$,

б/ $\partial_\mu S^{\alpha\beta\mu} = T_M^{\alpha\beta} - T_M^{\beta\alpha}$, /4.2/

в/ $T_M^{\alpha\beta} - T_M^{\beta\alpha} = -\frac{1}{4\pi}[F^{\alpha\rho}H^{\beta}{}_{\rho} - F^{\beta\rho}H^{\alpha}{}_{\rho}]$.

Мы могли, очевидно, начинать с определения $S^{\alpha\beta\mu}$ соотношением /4.2б/, применимым универсально для симметризации любого ТЭИ. Развитая до этого теория полезна для выяснения физического смысла этой симметризации, которая дает:

$$T^{\alpha\beta} = T_H^{\alpha\beta} + \frac{1}{2}\partial_\rho(S^{\alpha\rho\beta} + S^{\beta\rho\alpha}) , \qquad /4.3/$$

где в данном случае ТЭИ Гильберта имеет вид

$$T_H^{\alpha\beta} = \frac{1}{8\pi}[F^{\alpha\rho}H^{\beta}{}_{\rho} + H^{\alpha\rho}F^{\beta}{}_{\rho} - \frac{1}{2}g^{\alpha\beta}F_{\rho\sigma}H^{\rho\sigma}] . \qquad /4.4/$$

Добавка к тензору Гильберта в /4.3/, обеспечивающая сохранение полученного ТЭИ, определена условием /4.2б/ неоднозначно, так что мы можем положить:

$$S^{\alpha\beta\mu} = \partial^\mu\phi^{\alpha\beta} , \qquad \partial_\mu\partial^\mu\phi^{\alpha\beta} := T_M^{\alpha\beta} - T_M^{\beta\alpha} , \qquad /4.5а/$$

тогда

$$T^{\alpha\beta} = T_H^{\alpha\beta} + \frac{1}{2}\partial_\mu(\partial^\beta\phi^{\alpha\mu} + \partial^\alpha\phi^{\beta\mu}) . \qquad /4.5б/$$

На первый взгляд казалось бы, что данный метод приводит к недопустимому появлению источника ГП вне среды, но не надо забывать, что он служит только для обеспечения сохранения источника внутри однородной среды; уже на границе мы не имеем даже правильного выражения для $T_M^{\alpha\beta}$. Вкладом тонкого пограничного слоя в ГП можно пренебречь, вне среды нелокальную добавку следует отбросить, и в роли источника ГП использовать здесь ТЭИ Гильберта.

Для определения слабого ГП лучше всего исходить из уравнений

а/ $q^{\rho\sigma}\partial_\rho\partial_\sigma q^{\alpha\beta} = q^{\alpha\rho}{}_{,\sigma}\, q^{\beta\sigma}{}_{,\rho} + 2\kappa g[t_L^{\alpha\beta} + T^{\alpha\beta}]$,

/4.6/

б/ $\partial_\alpha q^{\alpha\beta} = 0$,

из которых в первом порядке по κ получим

$$\partial_\rho\partial^\rho q^{\alpha\beta} = 2\kappa T^{\alpha\beta} . \qquad /4.6в/$$

Здесь надо предостеречь читателя от ошибочного утверждения, встречающегося в литературе /5/: как будто в этом приближении вклад в источник $q^{\alpha\beta}$ дает и ГП. Дело в том, что когда источником является большое статическое тело, существенный вклад в T^{ik} дают только напряжения от действия гравитационных сил, которые сами являются уравнениями первого порядка по κ, так что самым низким порядком вклада в q^{ik} будет второй, в котором в правую сторону /4.6в/ придется добавить члены, зависящие от ГП. Однако в первом порядке источником здесь является только выражение для ТЭИ негравитационной материи без учета ГП /последнее может, однако, сказаться, например на перераспределении масс/.

В случае слабой гравитационной волны решение имеет простой вид:

$$\dot q^{\alpha\beta} = \frac{4k}{r}\int_{(ret)} \dot T^{\alpha\beta}\, dV ; \qquad \kappa = 8\pi k . \qquad /4.7/$$

Вследствие закона сохранения для $T^{\alpha\beta}$, первый неисчезающий вклад дают только квадрупольные члены разложения по запаздывающему времени, т.е. нулевой от T^{ik}, первый от T^{ok} и второй от T^{oo}, и можно получить выражение

$$\dot{q}^{ik} = \frac{2k}{r} \int \dddot{T}^{oo} x^i x^k dV. \qquad /4.8/$$

Здесь опять надо предостеречь от неправильного утверждения, что преобразованием координат, сохраняющим условие /4.6б/, можно устранить $\dot{q}^{ok}$ и след $\dot{q}^{ik}$. Вследствие "теоремы" Фока[8] о единственности гармонических координат, корректно доказанной Тодоровым[9] для линейного приближения благодаря уточнению математической формулировки условий теоремы, больше никаких нелинейных преобразований гармонических координат нельзя сделать без введения дополнительной, нефизической сходящейся гравитационной волны /линейные преобразования исключены асимптотикой на бесконечности/.

Однако упомянутые части тензорной плотности $q^{\alpha\beta}$ не дают вклада в ТЭИ ГП в случае слабой плоской гравитационной волны, когда его можно записать в виде

а/ $t^{\alpha\beta} = n^\alpha n^\beta t^{oo}$, $t^{oo} = \frac{1}{4\kappa} \sum\limits_{i,k} (\dot{q}^{ik}_{tt})^2$;

б/ $\vec{n}^2 := 1$, $n^o = 1$; $\dot{q}^{o\alpha} = n^k \dot{q}^{k\alpha} \Rightarrow \dot{q}^{oo} = n^i n^k \dot{q}^{ik}$,

в/ $$\dot{q}^{ik}_{tt} = \dot{q}^{ik} - \dot{q}^{oi} n^k - \dot{q}^{ok} n^i + \dot{q}^{oo} n^i n^k + \frac{1}{2}(\delta_{ik} - n^i n^k)\, \mathrm{Sp}\, \dot{q}^{\alpha\beta} =$$
$$= \dot{q}^{ik}_t - \dot{q}^i_t n^k - \dot{q}^k n^i + \frac{1}{2}(n^i n^k + \delta_{ik})\dot{q}_t ,$$

г/ $\dot{q}^{ik}_t = \dot{q}^{ik} - \frac{1}{3}\delta_{ik} q^{\ell\ell}$, $q^i_t = q^{ik}_t n^k$, $q_t = q^i_t n^i$.

Соотношения в /4.9б/ представляют условия гармоничности координат /4.6б/. В этих координатах ТЭИ ГП определен формой канонического квазитензора Эйнштейна[4,6], которая в рассматриваемом случае слабой плоской волны совпадает с формой квазитензора Ландау-Лифшица-Фока.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При наличии произвольных внешних полей, не удовлетворяющих уравнениям Лагранжа, мы не можем получать динамические инварианты из канонического формализма. Нас интересует случай, когда внешние поля описывают макроскопические свойства системы, поэтому выполнение этих уравнений нельзя обеспечить модификацией лагранжиана.

Только в частном случае однородного и постоянного внешнего поля мы получим сохраняющийся канонический ТЭИ, но не сохраняющийся тензор МКД. Вследствие этого мы не сможем симметризовать ТЭИ, если он получится несимметричным. С другой стороны, симметричный ТЭИ Гильберта не будет сохраняться. Невозможность написать для полей, действующих на частицу, правильный ТЭИ, порождает следующую проблему - проблему генерации ГП этой частицей, отмеченную Черниковым[10].

В случае электромагнитного поля в однородной среде несимметричный ТЭИ Минковского есть "симметризованный" процедурой Белинфанте канонический ТЭИ, и его асимметрия даже необходима для правильного соотношения величины энергии и импульса при излучении Черенкова; для неоднородной среды правильный ТЭИ вообще не известен. Однако источник ГП должен быть симметричным и сохраняющимся. Поскольку микроскопические источники всегда смогут удовлетворить этим требованиям, причину трудностей надо искать в переходе к макроописанию. Пока этот процесс тщательно не изучен, нам придется решать проблему формальным образом.

В данной работе предложен метод введения нелокальной добавки в лагранжиан, не изменяющей уравнений движения для физических полей и, следовательно, также полного канонического ТЭИ. В результате симметризации получается ТЭИ Гильберта с нелокальной добавкой, обеспечивающей его сохранение.

Я хочу поблагодарить проф. Э.Э.Капусцика, проф. Н.А.Черникова, А.Ф.Писарева, Р.А.Асанова и Н.С.Шавохину за гостеприимство и постоянный интерес к работе во время моего кратковременного пребывания в Дубне.

Я благодарю также участников семинара ЛТФ за обсуждение проблемы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1976.
2. Hehl F.W., Heyde P., Kerlick G.D. - Rev.Mod.Phys., 1976, 48, p.393.
3. Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения. М.: ГИФМЛ, 1961.
4. Dubec M. - Acta Phys.Univ. Comen., 1984, XXV, p.31.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 1973.
6. Дубец М. Гравитация в плоском пространстве. Труды рабочего совещания по проблемам регистрации и генерирования гравитационных волн. ОИЯИ, Д2, 13-83-689, Дубна, 1983.
7. Rosen N. - Phys.Rev., 1940, 57, p.147.
8. Гинзбург В.Л. - УФН 110, № 2, 1973, с.309; В.Л.Гинзбург, Угаров В.А. - УФН 118, № 1, 1976, с.183.

9. Тодоров И.Т. - УМН XШ, № 2, 1958, с.211.
10. Черников Н.А. Труды VII Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта-84, ОИЯИ, Д2-84-366, Дубна, 1984.

Рукопись поступила в издательский отдел
12 мая 1987 года.

ТЕМАТИЧЕСКИЕ КАТЕГОРИИ ПУБЛИКАЦИЙ ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Индекс	Тематика
1.	Экспериментальная физика высоких энергий
2.	Теоретическая физика высоких энергий
3.	Экспериментальная нейтронная физика
4.	Теоретическая физика низких энергий
5.	Математика
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия
7.	Физика тяжелых ионов
8.	Криогеника
9.	Ускорители
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных
11.	Вычислительная математика и техника
12.	Химия
13.	Техника физического эксперимента
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях
16.	Дозиметрия и физика защиты
17.	Теория конденсированного состояния
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники
19.	Биофизика