объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

Р2-87-244

А.Н.Квинихидзе*, А.Н.Сисакян, А.М.Хведелидзе*

ОПИСАНИЕ ГЛУБОКОНЕУПРУГИХ ПРОЦЕССОВ В ТЕРМИНАХ ВОЛНОВЫХ ФУНКЦИЙ ПОКОЯЩИХСЯ СОСТАВНЫХ СИСТЕМ

Направлено в журнал "Ядерная физика"

* Математический институт АН ГССР, Тбилиси

1987

Процессы взаимодействия при высоких энергиях и больших передачах импульса занимают важное место в изучении динамики сильных взаимодействий и структуры элементарных частиц. Регулярным методом описания таких процессов в настоящее время является теория возмущений, применимость которой обеспечивается свойством асимптотической свободы квантовой хромодинамики. Однако учет составной структуры адронов приводит к представлению, в котором по теории возмущений вычисляется лишь часть, соответствующая рассеянию высвобожденных из связанного состояния составляющих [1]. В полном выражении для сечения эта часть интегрируется в произведении с волновыми функциями связанного состояния, задача определения которых, как известно, выходит за рамки теории возмущений. В квантовой теории поля такого рода функции, описывающие переход физической частицы в составляющие, содержат зависимость от переменной полного импульса, определяемую динамикой взаимодействия. Вообще эту зависимость можно учитывать методом теории возмущений по константе связи, предложенным в [2]. Однако в случае глубоконеупругих процессов проблема решается выбором системы отсчета. С этой целью обычно используют систему "бесконечного импульса" $P_z \to \infty$ [3,4]. В таком подходе все физические величины выражаются через волновые функции составной частицы, движущейся с бесконечным импульсом.

В настоящей работе глубоконеупругий процесс изучается в системе покоя составной частицы, в результате чего соответствующее сечение выражается через более привычные с точки зрения нерелятивистской квантовой механики волновые функции. Предложен новый вариант разложения структурных функций в ряд по константе связи, каждый член которого обладает свойством спектральности благодаря правильному учёту закона сохранения энергии в любом порядке теории возмущений. Рассмотрено импульсное приближение, сравнение которого с обычной партонной картиной указывает на важность учета виртуальности взаимодействующего кварка [5]. Проведенный анализ показывает, что в системе покоя связанного состояния $(\vec{P} = 0)$ импульсное приближение недостаточно для корректного описания упругого предела $x_{Bj} \to 1$, в отличие от системы $P_z \to \infty$. Для получения ведущих в асимптотической области $x_{Bj} \to 1$ членов необходим учет взаимодействия составляющих в конечном состоянии. Указаны соответствующие диаграммы, расчет которых в модели КХД находится в согласии с ранее полученными результатами [4,6].

§ I. Теория возмущений

Рассмотрим процесс глубоконеупругого рассеяния электрона на адроне. Сечение такого процесса определяется тензором

$$W_{\mu\nu} = \frac{1}{2\pi}\int d^4x \, \exp(iq\cdot x)\langle P|\mathbf{J}_\mu(x)\, J_\nu(0)|P\rangle, \qquad (1)$$

где $|P\rangle$ - собственное состояние полного гамильтониана H [I)], соответствующее адрону с 4-импульсом P ($P^2=M^2$), нормированное условием $\langle P'|P\rangle=(2\pi)^3 2P_0\delta(\vec P-\vec P')$, $\mathbf{J}_\mu$ - электромагнитный ток в представлении Гейзенберга. Для определенности условимся, что в нулевой момент времени картины Гейзенберга и взаимодействия совпадают:

$$\mathbf{J}_\mu(x) = J_\mu(x) \quad \text{при} \quad x_0 = 0.$$

Если "одетый" ток $\mathbf{J}_\mu(x)$ разложить по константе взаимодействия

$$\mathbf{J}_\mu(\vec x,t) = \left\{T\exp i\int_0^t H_I(t')dt'\right\}^+ J_\mu(\vec x,t)\left\{T\exp i\int_0^t H_I(t')dt'\right\}, \qquad (2)$$

получим один из возможных вариантов теории возмущений для структурных функций глубоконеупругого рассеяния. В нулевом порядке имеем известное выражение со свободными токами

$$W_{\mu\nu} = \frac{1}{2\pi}\int d^4x\, \exp(iq\cdot x)\langle P|J_\mu(x)\, J_\nu(0)|P\rangle, \qquad (3)$$

выявляющее основной недостаток теории возмущений (2) - в ней потеряно такое важное свойство структурных функций, как спектральность, связанное с правильным учетом закона сохранения энергии при составлении сечения глубоконеупругого рассеяния. Действительно, можно проверить, что в нулевом приближении (3) $W_{\mu\nu}\neq 0$ ниже порога $(P+q)^2=M^2$, $x_{Bj}=-q^2/2Pq>1$. Ясно, что никакой полный набор состояний $|N\rangle$ между токами в (3) не приведет к δ- функции по энергии в выражении

$$T_\mu = \int d^4x\, \exp(iq\cdot x)\langle P|J_\mu(x)|N\rangle, \qquad (4)$$

I) Ниже для обозначения импульсов собственных векторов полного и свободного гамильтонианов будем использовать заглавные и прописные буквы соответственно.

так как $|P\rangle$ - собственное состояние полного гамильтониана H, а временные трансляции тока $J_\mu(x)$ задаются свободным гамильтонианом. Поскольку нарушение свойства спектральности заведомо означает искажение поведения структурных функций в окрестности $x_{Bj}\sim 1$, представление (3) становится непригодным для изучения этой области. Для восстановления свойства спектральности в (3) используют партонную картину, в которой важны два момента - переход к системе $P_z\to\infty$, предположение об ограниченности поперечного движения кварков в адроне. При этом существенны проекционные свойства волновой функции связанного состояния по продольной фракции импульса составляющих, имеющие место только в системе $P_z\to\infty$. Поскольку ниже рассмотрение ведется в системе покоя составной частицы, необходимо иметь теорию возмущений, в которой свойство спектральности сохранено в каждом члене разложения.

Тензор $W_{\mu\nu}$ перепишем в виде

$$W_{\mu\nu} = \int d^3\vec x\, \exp(-i\vec q\cdot\vec x)\langle P|J_\mu(\vec x,0)\,\delta(P_0+q_0-\hat H)\,J_\nu(0)|P\rangle. \qquad (5)$$

Символическая запись δ - функции с операторным аргументом расшифровывается с помощью замены в (5):

$$\delta(z-\hat H) \Rightarrow \sum_N \delta(z-E_N)|N\rangle\langle N|,$$

где $|N\rangle$ - полный набор собственных состояний гамильтониана H. Поскольку оба тока в (5) свободные, построение теории возмущений сводится к разложению δ - функции по константе связи. Для этого воспользуемся представлением

$$2\pi i\,\delta(z-\hat H) = [z-\hat H-i\epsilon]^{-1} - [z-H+i\epsilon]^{-1},$$

определением оператора $\hat T$ -матрицы

$$[z-\hat H+i\epsilon]^{-1} = [z-\hat H_0+i\epsilon]^{-1} + [z-\hat H_0+i\epsilon]^{-1}\hat T(z)[z-\hat H_0+i\epsilon]^{-1},$$

$$[z-\hat H-i\epsilon]^{-1} = [z-\hat H_0-i\epsilon]^{-1} + [z-\hat H_0-i\epsilon]^{-1}\hat T^+(z)[z-\hat H_0-i\epsilon]^{-1}$$

и условием унитарности[2)]

[2)] При наличии в теории связанных состояний $|\beta\rangle$ в правой части условия унитарности (6) имеется дополнительный член $2\pi i\sum_\beta(z-H_0)|\beta\rangle \times \delta(z-E_\beta)\langle\beta|(z-H_0)$. Более того, в одной из возможных схем запирания кварков именно это слагаемое оказывается существенным. Обсуждение этих вопросов будет проведено в другом месте.

$$\hat{T}^{+}(z) - \hat{T}(z) = 2\pi i\, \hat{T}(z)\,\delta(z-\hat{H}_0)\,\hat{T}^{+}(z)\,. \tag{6}$$

Тогда после несложных выкладок получим

$$W_{\mu\nu} = \int d^3\vec{x}\, \exp(-i\vec{q}\cdot\vec{x}) \langle P| J_\mu(\vec{x},0)\left\{ I + [z-\hat{H}_0+i\epsilon]^{-1}\hat{T}(z)\right\} \times \\ \times \delta(z-\hat{H}_0) \times \left\{ I + [z-\hat{H}_0+i\epsilon]^{-1}\hat{T}(z)\right\}^{+} J_\nu(0)|P\rangle. \tag{7}$$

Если воспользоваться полным набором голых состояний $|n\rangle$ (т.е. собственных состояний гамильтониана H_0) и проинтегрировать по $d\vec{x}$, имеем

$$W_{\mu\nu} = (2\pi)^3 \sum_n \delta^{(4)}(P+q-p_n)\, T_\mu\, T_\nu^{+}\,, \tag{8}$$

где

$$T_\mu = \langle P| J_\mu(0)\left\{ I + [z-\hat{H}_0+i\epsilon]^{-1}\hat{T}(z)\right\}|n\rangle\,,$$

p_n – полный 4-импульс состояния $|n\rangle$. Мы предлагаем теорию возмущений для функций $W_{\mu\nu}$, основанную на разложении по константе связи оператора $\hat{T}(z)$ в соотношениях (7) или (8). Тогда наличие в (8) четырехмерной δ – функции в любом порядке предложенного варианта теории возмущений обеспечивает сохранение вышеуказанного свойства спектральности.

§ 2. Импульсное приближение

Представим связанное состояние $|P\rangle$ в виде фоковского столбца компонентами $\Psi_P^{(n)}(p_1,\dots,p_n)$, которые ниже будем называть n-частичными волновыми функциями:

$$\langle p_1,p_2,\dots,p_n|P\rangle = \delta^{(3)}\left(\vec{P}-\sum_{e=1}^{n}\vec{p}_e\right)\Psi_P^{(n)}(p_1,\dots,p_n).$$

Выпишем (8) в импульсном приближении, соответствующем $\hat{T}(z) = 0$:

$$W_{\mu\nu} = \sum_i \int \frac{d\vec{p}_i}{2p_i^0}\, \rho_P^i(\vec{p}_i,\alpha) \langle p_i| J_\mu(0)|p_i'\rangle\langle p_i'| J_\nu(0)|p_i\rangle\, (2p_i^{0\prime})^{-1}, \tag{9}$$

где $\vec{p}_i{}' = \vec{p}_i + \vec{q}$, $\alpha = P^2 + P^{+}(q^{-}+p_i^{-}-p_i^{-\prime})$, $p_i^2 = m_i^2$, $p^{\pm} = p^0 \pm p^3$.

Величина $\rho_P^i(\vec{p}_i,\alpha)$, определенная формулой

$$\rho_P^i(\vec{p}_i,\alpha) = \sum_n \frac{(2\pi)^{-3(n+1)}}{2p_i^0 P^{+}} \int \prod_{e\neq i}^{n} \frac{d\vec{p}_e}{2p_e^0}\, \delta\left(\alpha - \left(\sum_1^n p_e\right)^2\right) \delta^{(3)}\left(\vec{P}-\sum_1^n \vec{p}_e\right) \left|\Psi_P^{(n)}(p_1,\dots,p_n)\right|^2, \tag{10}$$

дает вероятность того, что i – я составляющая адрона P имеет импульс в интервале $\vec{p}_i$, $\vec{p}_i + d\vec{p}_i$, а квадрат эффективной массы всех составляющих заключен в интервале α , $\alpha + d\alpha$, причем выполняется условие нормировки

$$\int d\alpha \int d\vec{p}_i\, \rho_P^i(\vec{p}_i,\alpha) = 1\,.$$

Матричные элементы свободного электромагнитного тока спинорных составляющих имеют простой вид:

$$\langle p_i'| J_\mu(0)|p_i\rangle = e_i\, \bar{U}(p_i')\gamma_\mu U(p_i)\,.$$

Отметим, что отсутствие недиагональных членов в (9) оправдано в области больших передач $-q^2 \to \infty$.

Возникновение распределения (10) и (9) указывает на необходимость учета виртуальности i -й частицы, мерой которой может служить величина

$$\left(P - \sum_{e\neq i}^{n} p_e\right)_0 - \sqrt{\vec{p}_i^{\,2} + m_i^2} = \Delta / P^{+}$$

или

$$\left(P - \sum_{e\neq i}^{n} p_e\right)^2 - m_i^2 = \frac{p_i^{+}}{P^{+}}\Delta = x_i \Delta\,, \tag{11}$$

где $\Delta = \alpha - P^2$. Заметим, что партонная модель соответствует пренебрежению в пределе высоких энергий и больших передач импульса величиной виртуальности Δ и предположению о быстрой сходимости интеграла по поперечным импульсам, т.е.

$$\int d\vec{p}_{\perp i}\, \rho_P^i(\vec{p}_i,\alpha) = \delta(\alpha - M^2)\, \rho_{P\to i}(x_i). \tag{12}$$

Очевидно, что получаемые таким образом масштабные закономерности имеют лишь приближенный характер и в значительной степени зависят от законности сделанных при этом предположений. Анализ эффектов квантовой хромодинамики приводит, в частности, к выводу о существенной роли поперечного движения составляющих в адроне и больших виртуальностей, т.е. $\langle \vec{p}_\perp^{\,2}\rangle \sim \langle\Delta\rangle \sim \alpha_s Q^2$. Поэтому представляет интерес изучение асимптотического поведения структурных функций на основе формулы (9) без дополнительных предположений типа (12).

Перепишем формулу (9) в более компактном виде:

$$W_{\mu\nu} = \sum_i \int \rho^i_P(p)\,\delta^{(+)}\left((P+q-p)^2 - m_i^2\right)\omega_{\mu\nu}\,d^4p, \tag{I3}$$

где $\rho_P(p)$ – функция от четырехмерного аргумента $p = (p_0, \vec{p})$, связанная с распределением (I0) следующим образом:

$$\rho^i_P(p) = \rho^i_P\left(\vec{P}-\vec{p}, \left(p_0 + \sqrt{(\vec{P}-\vec{p})^2 + m_i^2}\right)^2\right).$$

Величина $\rho^i_P(p)$ есть вероятность того, что в адроне с импульсом P суммарный четырехимпульс всех составляющих, кроме i-й, находится в интервале p, $p+dp$:

$$\rho^i_P(p) = \sum_n (2\pi)^{-3(n+1)} \int \prod_{\ell=1}^{n} \frac{d\vec{p}_\ell}{2p^0_\ell}\,\delta^{(4)}\Big(p - \sum_{\ell \neq i}^{n} p_\ell\Big) \left|\Psi^{(n)}_P(p_1,\ldots p_{i-1}, p_{i+1}\ldots p_n)\right|^2 \delta\Big(\vec{P} - \sum_1^n \vec{p}_\ell\Big). \tag{I4}$$

Чтобы избавиться от сложной зависимости волновых функций от импульса адрона P, определяемой динамикой взаимодействия, ограничимся рассмотрением специальных систем отсчета $\vec{P} = 0$ и $P_z \to \infty$. Произведем вначале самые грубые оценки выражения (I3), приводящие к обычной партонной картине взаимодействия. В системе $\vec{P} = 0$ без ограничения общности можно направить ось z вдоль вектора $\vec{q}$ $(q_z = |\vec{q}|)$, тогда δ- функция в (I3) примет вид

$$\delta\left((P+q-p)^2 - m_i^2\right) = \delta\left(W^2 - \frac{W^2}{M\xi}p^- - M\xi p^+ + p^2 - m_i^2\right) =$$

$$= \frac{M\xi}{W^2}\,\delta\left(p^- - M\xi + \frac{M\xi}{W^2}\left(M\xi p^+ + m_i^2 - p^2\right)\right),$$

где $W^2 = (P+q)^2$, $M\xi = M + \nu - |\vec{q}|$. Пренебрежение третьим слагаемым в аргументе δ- функции соответствует партонной модели. Поскольку отброшенный член $M\xi(M\xi p^+ + m_i^2 - p^2)/W^2$ имеет порядок малости $\langle M^2\rangle/\nu$, то партонная модель означает переход к пределу $\nu \to \infty$ и структурный тензор принимает вид

$$W_{\mu\nu} = \frac{M\xi}{W^2}\sum_i \int \rho^i_{\vec{0}}(p)\,\delta(p^- - M\xi)\,\omega_{\mu\nu}\,d^4p. \tag{I5}$$

Снятие интеграла в (I5) по угловым переменным вектора $\vec{p}$, от которых $\rho^i_{\vec{0}}(p)$ не зависит, приводит к следующему выражению:

$$W_{\mu\nu} = \pi\frac{M\xi}{W^2}\sum_i \int_0^\infty dp^2 \int_{p^2/2M\xi + M\xi/2}^{\infty} dp_0\,\rho^i(p_0, p^2)\,\omega_{\mu\nu}. \tag{I6}$$

Аналогичные выкладки в случае системы $P_z \to \infty$ $(q^+ < 0, \vec{q}_\perp = 0)$ приводят к известному партонному распределению по продольным фракциям импульсов:

$$W_{\mu\nu} = \pi\frac{M\xi}{W^2}\sum_i \rho^i_\infty(1-\xi)\,W_{\mu\nu}, \tag{I7}$$

где

$$\rho^i_\infty(x) = \int_0^\infty dp^2 \int_0^\infty d\vec{p}_\perp^{\,2}\,\rho^i_\infty(p^+, \vec{p}_\perp^{\,2}, p^2). \tag{I8}$$

Заметим, что согласно представлению (I4) $\rho_{\vec{0}}(p)$ являются функцией двух аргументов $(p^0, |\vec{p}|)$, а в системе $P_z \to \infty$ ρ_∞ зависит от трех аргументов p^+, $\vec{p}_\perp^{\,2}$, p^2, инвариантных относительно вращений в плоскости, перпендикулярной оси z. Приближенные представления (I5), (I7), соответствующие хорошо известной партонной картине, получены формальным пренебрежением малыми слагаемыми (порядка $\langle M^2\rangle/\nu$) в аргументе δ- функции (I3). Для выяснения цены приближения, приводящего к масштабным свойства (I6), (I8), необходим более аккуратный анализ с сохранением пределов интегрирования по переменным $\vec{p}_\perp^{\,2}$, p^2, следующих из точной δ- функции в (I3).

Перейдем к точным соотношениям, следующим из (I3) в случае $\vec{P} = 0$ /7/:

$$W_{\mu\nu} = \pi\frac{M\xi}{W^2}\sum_i \int_{s_0^2}^{(W-m_i)^2} ds^2 \int_{p^0_-}^{p^0_+} dp^0\,\rho^i_{\vec{0}}(p^0, s^2)\,\omega_{\mu\nu}, \tag{I9}$$

где

$$p^0_\pm = \frac{W}{2M\xi}(k^0 \pm k) + \frac{M\xi}{2W}(k^0 \mp k), \qquad k^0 = \sqrt{k^2 + s^2},$$

k определяется из уравнения

$$W = \sqrt{k^2 + s^2} + \sqrt{k^2 + m_i^2}, \qquad k^2 = \frac{1}{4}\left(W + \frac{s^2 - m_i^2}{W}\right)^2 - s^2.$$

В (I9) удобно перейти к переменной $\eta = p^0 + \sqrt{(p^0)^2 - s^2}$:

$$W_{\mu\nu} = \pi\frac{M\xi}{W^2}\sum_i \int_{s_0^2}^{(W-m_i)^2} ds^2 \int_{\eta_-}^{\eta_+} d\eta\,\rho^i(\eta, s^2)\,\omega_{\mu\nu}, \tag{20}$$

где

$$\eta_+ = \frac{W}{M\xi}(k^0 + k),$$

$$\eta_- = \frac{W}{2M\xi}(k^0 - k) + \frac{M\xi}{2W}(k^0 + k) + \left|\frac{W}{2M\xi}(k^0 - k) - \frac{M\xi}{2W}(k^0 + k)\right|.$$

Заметим, что $k + \sqrt{k^2 + s^2} = W - \epsilon m_i$, $\epsilon = m_i / k + \sqrt{k^2 + m_i^2}$, поэтому $\min\left(k + \sqrt{k^2 + s^2}\right) = W - m_i > W/2$. Для доказательства скейлинга при $\nu \to \infty$

воспользуемся требованием сходимости интеграла

$$\int \rho^i(p)\, d^4p < \infty , \tag{21}$$

которое сводится благодаря определению (I4) к условию существования нормы волновой функции $\Psi^{(n)}$. Заметим, что для волновых функций с минимальным числом составляющих в КХД такое условие удовлетворяется. В переменных s^2, η условие (2I) переписывается в виде

$$\int \rho^i(\eta, s^2)\, ds^2 d\eta < \infty .$$

Следовательно, имеет место следующее асимптотическое ограничение:

$$\rho^i(\eta, s^2) \xrightarrow[\eta \to \infty]{} f(s^2)\, \eta^{-(1+\alpha)}, \tag{22}$$

где $\alpha > 0$ и $\int_0^\infty ds^2 f(s^2) < \infty$, которое позволяет перейти к пределу $\nu \to \infty$ в границах интегрирования

$$\eta_+ \to \infty , \quad \eta_- \to \frac{s^2}{2M\xi} + \frac{M\xi}{2} + \left| \frac{s^2}{2M\xi} - \frac{M\xi}{2} \right| ,$$

то есть в пределе $\nu \to \infty$ в (20) получаем

$$W_{\mu\nu} = \pi \frac{M\xi}{W^2} \sum_i \int_{s_0^2}^{(W-m_i)^2} ds^2 \int_{\eta_-}^{\infty} d\eta\, \rho^i(\eta, s^2)\, \omega_{\mu\nu} . \tag{23}$$

Наличие зависимости от W в границе интегрирования по s^2 указывает на нарушение скейлинга. Однако, переписывая (23) следующим образом:

$$W_{\mu\nu} = \pi \frac{M\xi}{W^2} \sum_i \left\{ \int_{s_0^2}^{\infty} ds^2 \int_{\eta_-}^{\infty} d\eta\, \rho^i(\eta, s^2)\, \omega_{\mu\nu} - \int_{(W-m_i)^2}^{\infty} ds^2 \int_{s^2/M\xi}^{\infty} d\eta\, \rho^i(\eta, s^2)\, \omega_{\mu\nu} \right\}, \tag{24}$$

видим, что второе слагаемое в (24), содержащее зависимость от W, стремится к нулю при $\nu \to \infty$ благодаря условию (22). Действительно, во втором слагаемом имеет место неравенство

$$\eta > \frac{s^2}{M\xi} > \frac{(W-m_i)^2}{M\xi} > \nu ,$$

поэтому, пользуясь (22), его можно представить в виде

$$\int_{(W-m_i)^2}^{\infty} ds^2 f(s^2) \left(\frac{M\xi}{s^2} \right)^{\alpha} < \nu^{-\alpha} \int_{(W-m_i)^2}^{\infty} ds^2 f(s^2) \to 0 .$$

Таким образом, исходя из точной формулы (I9) подтверждается предельное соотношение (I6), полученное в приближении партонной картины взаимодействия.

§ 3. Асимптотическое поведение $\xi \to 0$

Пользуясь представлением (I5), можно исследовать поведение структурных функций вблизи эксклюзивного порога $\xi \to 0$. Легко видеть, что оно определяется асимптотическим поведением волновых функций покоящегося адрона в области больших импульсов всех составляющих $p_i^- < M\xi$. Аналогичным образом в системе $P_z \to \infty$ упругий предел структурных функций согласно (I8) задается поведением волновых функций светового фронта при $x_i \to 1$. Асимптотический анализ уравнений для n-частичных волновых функций связанных состояний в КХД /2,6/

$$\Psi^{(n)}_{\vec{0}}(p_1, \dots, p_n) \longrightarrow |\vec{p}|^{-3(n-1)+4/2},$$

$$|\vec{p}_1| \sim |\vec{p}_2| \sim \dots \sim |\vec{p}_n| \sim |\vec{p}| \to \infty ,$$

$$\Psi^{(n)}_{\infty}(\vec{p}_{1\perp}, \dots \vec{p}_{n\perp}, x_1 \dots x_n) \xrightarrow[x_i \to 1]{} (1-x_i)^{\frac{1}{2}(2n-3)+|\Delta\lambda|}$$

($|\Delta\lambda|$ –разность между спиральностью связанного состояния и спиральностью активного кварка) показывает, что импульсное приближение дает различные результаты в зависимости от системы отсчета. А именно, в формализме с покоящимися адронами получается более сильное падение при $\xi \to 0$: $\nu W_2 \simeq \xi^{5n-6}$, чем общепринятое в настоящее время: $\nu W_2 \simeq \xi^{2n-3+2|\Delta\lambda|}$ /6/, согласующееся со следствием импульсного приближения в системе отсчета $P_z \to \infty$. Здесь мы имеем случай, когда нулевой порядок по теории возмущений не обеспечивает правильного описания исследуемой закономерности и необходим учет следующих членов разложения $\hat{T}(z)$ в (8). Заметим, что подобная ситуация имеет место при анализе асимптотического поведения упругого формфактора составной системы

$$F_\mu = \langle P' | J_\mu(0) | P \rangle .$$

Амплитуда глубоконеупругого процесса (8) имеет такое же теоретико-полевое выражение, что и формфактор F_μ, и поэтому является его неупругим аналогом. В роли массы конечного состояния выступает переменная $W^2 = (P+q)^2 = P'^2$. Существенное отличие от упругого формфактора состоит в том, что конечное состояние разлагается обычным образом по степеням константы связи:

$$|p'\rangle = \left\{ I + [P_0' - \hat{H}_0 + i\epsilon]^{-1} \hat{T}(P_0') \right\} |n\rangle ,$$

и имеет ненулевой свободный предел в виде фоковского состояния. В формализме $P_z \to \infty$ ведущая асимптотика структурных функций по $(1-x_{Bj})$, так же как и формфактора по передаче, определяется в импульсном приближении, то есть в нулевом порядке по теории возмущений. Однако в нашем подходе $\vec{P} = 0$, как это будет видно из дальнейшего изложения, ведущая асимптотика по $(1-x_{Bj})$ выявляется в следующем после нулевого порядке теории возмущений. Аналогичная ситуация наблюдается и при анализе представления для упругого формфактора, записанного с помощью волновых функций покоящихся адронов. В этом случае также необходим учет следующих порядков предложенной в /2/ теории возмущений по константе связи для оператора буста, определяющего конечное состояние $|P'\rangle$ с произвольным импульсом P' через состояние покоящейся составной системы $|\vec{0}\rangle$.

Ниже мы покажем, что ведущая асимптотика при $\xi \to 0$ в системе $\vec{P} = 0$ соответствует диаграммам типа рис. I, и результаты расчетов согласуются с импульсным приближением в системе $P_z \to \infty$.

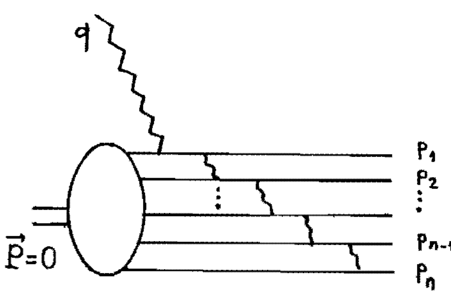

Рис. I

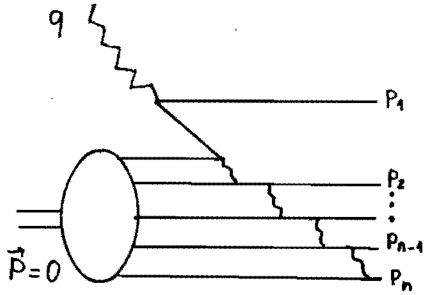

Рис. 2

Для качественного объяснения сказанного заметим, что часть любой диаграммы (типа рис. I), находящаяся справа от фотонной вершины, соответствует рассеянию составляющих с полным импульсом $\vec{q}$. В пределе $|\vec{q}| \to \infty$ (это есть исследуемая нами область) ядра, соответствующие этим диаграммам, определяются теорией возмущений в системе "бесконечного импульса" $P_z \to \infty$ с осью z, направленной вдоль вектора $\vec{q}$. Этим же интуитивно объясняется ожидаемое ослабление падения сечений при $\xi \to 0$ за счет характерного в $P_z \to \infty$ сокращения слагаемых в энергетических знаменателях.

В системе отсчета $\vec{P} = 0$ необходим также учет диаграмм, описывающих рождение фотоном пар из вакуума (рис. 2). Вычисления показывают, что они дают вклад того же порядка, что и диаграммы рис. I. Поскольку расчет диаграмм рис. 2 не вызывает дополнительных трудностей, ниже ограничимся изучением диаграмм рис. I.

Рассмотрим для простоты случай мезона с двумя валентными состав-

ляющими. Используя представление (8) во втором порядке по константе взаимодействия в разложении $\hat{T}(z)$, имеем[3)]

$$T_\mu = \int \overset{*}{\phi}{}^{(2)}_{\vec{0}}(\ell)(d\vec{\ell})\langle \ell_1 \underline{\ell}_2 | J_\mu(0) \{[z-\hat{H}_0+i\epsilon]^{-1}\hat{H}_I\}^2 | p_1, \underline{p}_2\rangle ,$$

$$(2\pi)^6 (d\vec{\ell}) \equiv \delta^{(3)}(\vec{\ell}_1+\vec{\ell}_2)\frac{d\vec{\ell}_1}{2\ell_1^0}\frac{d\vec{\ell}_2}{2\ell_2^0} , \quad z = M + q_0 , \quad H_I = g\bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi\hat{t}_a G^a_\mu . \tag{25}$$

В КХД связные диаграммы, соответствующие (25), изображены на рис. 3.

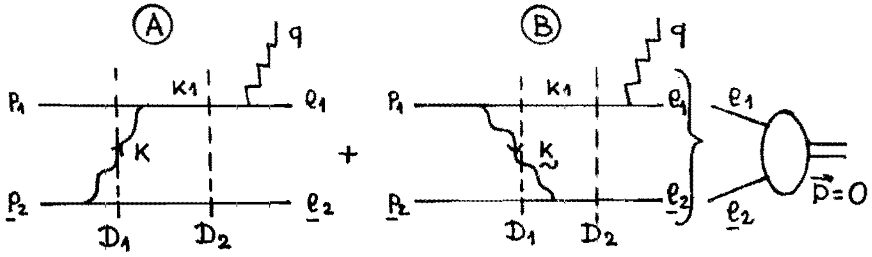

Рис. 3

Пользуясь представлением (8), можно сформулировать диаграммную технику, согласно которой каждому пунктирному сечению между вершинами взаимодействий соответствует энергетический знаменатель

$$D = M + q_0 - \sum_\ell \sqrt{\vec{k}_\ell^{\,2} + m_\ell^2} , \tag{26}$$

где $\vec{k}_\ell$ – импульс, приписанный пересеченной пунктиром линии. В исследуемой нами области $|\vec{q}| \to \infty$ благодаря явному виду (26) становится очевидным вышеуказанное сокращение больших слагаемых таким образом, как это происходит в диаграммной технике $P_z \to \infty$:

$$M + q_0 \sim |\vec{q}| + W^2/2|\vec{q}| ,$$

$$\sum \sqrt{\vec{k}_\ell^{\,2} + m_\ell^2} \sim \Big(|\vec{q}| + \sum \frac{\vec{k}_{\ell\perp}^{\,2} + m_\ell^2}{2k_\ell^z}\Big)\prod_\ell \theta(k_\ell^z) .$$

Тождественная замена энергетических знаменателей (26) благодаря условию $\vec{q} = \sum_\ell \vec{k}_\ell$

$$D = M + q^- - \sum_\ell k_\ell^- ,$$

[3)] Во избежание излишней загромозденности формул спиновые и цветовые индексы будем опускать.

где $k_\ell^- = \sqrt{\vec{k}_\ell^{\,2}+m_\ell^2} - \vec{k}_\ell\cdot\vec{q}/|\vec{q}|$, автоматически учитывает сокращение больших слагаемых $\sim|\vec{q}|$. В такой форме записи легко также сравнивать вклады в D от различных импульсов: импульсы с большими составляющими в направлении $\vec{q}$ $\vec{k}_\ell\cdot\vec{q}/|\vec{q}|\to\infty$ дают вклад $k_\ell^-\to 0$, малые $|\vec{k}_\ell|\sim m$ соответствуют $k_\ell^-\sim m$. Для больших импульсов в обратном относительно $\vec{q}$ направлении $\vec{k}_\ell\cdot\vec{q}/|\vec{q}|\to-\infty$ имеем $k_\ell^-\to\infty$.

Согласно вышесказанному энергетические знаменатели диаграммы A имеют вид

$$D_1 = M\xi - p_1^- - k^- - \ell_2^- , \qquad D_2 = M\xi - k_1^- - \ell_2^- .$$

Четырехмерную δ - функцию в (8) при $\vec{P} = 0$ также удобно представить в переменных p^+ , p^- и $\vec{p}_\perp$:

$$\delta^{(4)}\Big(P+q-\sum_e p_e\Big) = \delta^{(2)}\Big(\sum_e \vec{p}_{e\perp}\Big)\,\delta\Big(\frac{W^2}{M\xi}-\sum_e p_e^+\Big)\,\delta\Big(M\xi-\sum_e p_e^-\Big). \quad (27)$$

Откуда видно, что при $|\vec{q}|\to\infty$ и $\xi\to 0$ $p_1^-,\ k^-\sim o(\xi)$, а $k_1^-\sim o(m/|\vec{q}|)$, то есть

$$D_1 \simeq -\ell_2^- , \qquad D_2 \simeq -\ell_2^- . \quad (28)$$

Аналогично для диаграммы B имеем

$$D_1 = M\xi - k_1^- - \underset{\sim}{k}^- - p_2^- , \qquad D_2 = M\xi - k_1^- - \ell_2^- .$$

Однако, в отличие от диаграммы A, энергетический знаменатель $D_1 \simeq -\underset{\sim}{k}^- \sim o(1/\xi)$, поскольку $\vec{\underset{\sim}{k}} = -\vec{k}$. Поэтому вклад диаграммы B в асимптотику структурных функций при $\xi\to 0$ подавлен.

Каждой внутренней линии, изображающей распространение частицы с массой m и трехмерным импульсом $\vec{k}$, сопоставляется фактор $\big(2\sqrt{\vec{k}^{\,2}+m^2}\big)^{-1}$. Тогда для волнистой линии, соответствующей безмассовому глюону с импульсом $\vec{k}$, этот фактор в асимптотической области $\xi\to 0$ можно заменить следующим выражением:

$$2\sqrt{\vec{k}^{\,2}} = 2|\vec{p}_2-\vec{\ell}_2| \implies p_2^+ = \frac{\vec{p}_{\perp 2}^{\,2}+m_2^2}{p_2^-}, \quad (29)$$

где мы учли ограниченность импульса $\vec{\ell}_2$ (что связано с быстрым падением волновой функции $\Phi_{\vec{0}}^{(2)}(\ell)$ при $|\vec{\ell}|\to\infty$) и условие

$$p_1^- + p_2^- = M\xi .$$

Учет спина приводит к появлению в каждой внутренней линии дополнительных факторов $\hat{k}+m$ и $d_{s\rho}(k)$ для частиц со спином 1/2 и 1 соответственно. Проекционный оператор глюона $d_{s\rho}(k)$ зависит от калибровочного условия, которое мы зафиксируем ковариантным образом:

$$d_{s\rho}(k) = -g_{s\rho} .$$

Внешние концы и вершины учитываются стандартным образом, как, например, в диаграммной технике Фейнмана.

Таким образом, учитывая (28), (29), T_μ можно записать следующим образом:

$$T_\mu = e_1 g^2 C_F\Big(\frac{1}{p_2^+}\Big)\bar{U}(p_2)\Big[\int(d\vec{\ell})\ \overset{*}{\Phi}{}^{(2)}_{\vec{0}}(\ell)\Big(\frac{1}{\ell_2^-}\Big)^2\hat{M}_\mu\Big]U(p_1) , \quad (30)$$

где

$$\hat{M}_\mu = \gamma^\rho U(\ell_2)\otimes\bar{U}(\ell_1)\gamma_\mu\frac{\hat{k}_1+m_1}{2k_1^0}\gamma_\rho , \quad \vec{k}_1=\vec{\ell}_1+\vec{q} , \quad C_F=\sum_a\hat{\tau}_a\hat{\tau}_a .$$

Согласно представлению (8) и (27) для тензора $W_{\mu\nu}$ имеем

$$W_{\mu\nu} = \frac{1}{(2\pi)^3}\int\frac{d\vec{p}_1}{2p_1^0}\frac{d\vec{p}_2}{2p_2^0}T_\mu T_\nu^+\,\delta(\vec{p}_{1\perp}+\vec{p}_{2\perp})\,\delta\Big(p_1^++p_2^+-\frac{W^2}{M\xi}\Big)\,\delta(p_1^-+p_2^--M\xi), \quad (31)$$

причем $p_i^2=m_i^2$. Из-за наличия обрезающего фактора $(p_2^+)^{-1}$ в (30) в масштабно-инвариантном пределе (ведущая асимптотика по ν^{-1}) δ - функции в (31) заменяется на [4])

$$\delta\Big(p_1^+-\frac{W^2}{M\xi}\Big)\,\delta(p_2^--M\xi)\,\delta(\vec{p}_{1\perp}+\vec{p}_{2\perp}) \equiv \Delta(p_1,p_2) .$$

Соответствующее приближение для $\hat{M}_\mu$ дает

$$\hat{M}_\mu \to \frac{1}{2}\gamma^\rho U(\ell_2)\otimes\bar{U}(\ell_1)\gamma_\mu\gamma^-\gamma_\rho .$$

Тогда (31) принимает вид

$$W_{\mu\nu} = \frac{(e_1 g^2 C_F)^2}{(2\pi)^3}\int(d\vec{\ell})\frac{\overset{*}{\Phi}{}^{(2)}_{\vec{0}}(\ell)}{(\ell_2^-)^2}\cdot\hat{V}_{\mu\nu}\cdot\frac{\Phi^{(2)}_{\vec{0}}(\eta)}{(\eta_2^-)^2}(d\vec{\eta})\Big(\frac{p_2^-}{\vec{p}_{2\perp}^{\,2}+m_2^2}\Big)^2\Delta(p_1,p_2)\frac{d\vec{p}_1}{2p_1^0}\frac{d\vec{p}_2}{2p_2^0} , \quad (32)$$

---

[4]) Оставляя точные δ - функции, мы получили бы выражение, в котором аналогично (19) была бы учтена нарушающая скейлинг зависимость от W^2 .

где

$$\hat{V}_{\mu\nu} = \frac{1}{4}\bar{U}(\ell_1)\gamma_\mu\gamma^-\gamma_\rho(\hat{p}_1+m_1)\gamma^\delta\gamma^-\gamma_\nu U(\tau_1)\otimes\bar{V}(\tau_2)\gamma_\delta(\hat{p}_2-m_2)\gamma^\rho V(\ell_2).$$

После интегрирования по $d\vec{p}_1\, d\vec{p}_2$ в (32) в ведущем по ν порядке получим

$$W_{\mu\nu} = \xi^2\frac{(e_1 g^2 C_F)^2}{32\pi^2}\left(\frac{M}{m}\right)^2\cdot\int(d\vec{\ell})\frac{\overset{*}{\Phi}{}^{(2)}_{\vec{0}}(\ell)}{(\ell_2^-)^2}\bar{U}(\ell_1)\gamma_\mu\gamma^-\gamma_\nu U(\tau_1)\otimes\bar{V}(\tau_2)\gamma^- V(\ell_2)\frac{\Phi^{(2)}_{\vec{0}}(\tau)(d\vec{\tau})}{(\tau_2^-)^2}. \quad (33)$$

Согласно определению W_1 , W_2 выражаются через

$$2W_1 = -g^{\mu\nu}W_{\mu\nu} + \frac{M^2}{M^2+\nu^2/Q^2}W_{00},$$
$$2W_2 = -\frac{g^{\mu\nu}W_{\mu\nu}}{M^2+\nu^2/Q^2} + \frac{3M^2}{(M^2+\nu^2/Q^2)^2}W_{00}. \quad (34)$$

Таким образом, из (33) , (34) имеем

$$\frac{\nu}{M}W_2 = \xi^2 e_1^2 C_F^2\left(\frac{g^2}{4\pi}\right)^2 Sp\left(\Gamma\frac{\gamma^-\gamma^+}{2}\Gamma^+\frac{\gamma^+\gamma^-}{2}\right), \quad (35)$$

где

$$\Gamma = \frac{M}{m_2}\int(d\vec{\tau})\frac{U(\tau_1)\Phi^{(2)}_{\vec{0}}(\tau)\bar{V}(\tau_2)}{(\tau_2^-)^2}.$$

Полученное асимптотическое выражение (35) находится в согласии с расчетом импульсного приближения в теории поля на нуль-плоскости /6/ с точностью до постоянного коэффициента.

Предложенный в настоящей работе вариант теории возмущений для структурных функций глубоконеупругого процесса (I) успешно может быть применен в случае с произвольным числом составляющих. В результате исследуемые физические характеристики записываются в терминах волновых функций покоящегося связанного состояния, имеющих более ясный физический смысл , чем в системе $P_z \to \infty$. Особый интерес такой формализм должен представлять для изучения составных систем (например, ядер), волновые функции которых в системе покоя уже исследовались в других процессах.

Авторы глубоко благодарны В.А. Матвееву и А.Н. Тавхелидзе за внимание к работе и ценные замечания.

Литература

I. Квинихидзе А.Н., Сисакян А.Н., Слепченко Л.А., Тавхелидзе А.Н.- ЭЧАЯ, т. 8, вып. 3, 478-543, 1977.

2. Квинихидзе А.Н., Матвеев В.А., Хведелидзе А.М. - Ковариантный оператор эволюции в составных моделях квантовой теории поля. Препринт ОИЯИ Р2-86-219, Дубна, 1986.

3. Kogut J., Susskind L.- Phys. Reports 8C, No 2, 75-172, 1973.

4. Lepage G.P., Btodsky S.J., Huang T., Mackenzie P.- Particles and Fieds - 2, Proc. of Banff Summer Institute, Banff, Canada, 198I, edited by A.Z. Capri and Komal (Plenum, New-York, 1983).

5. Матвеев В.А., Мурадян Р.М., Тавхелидзе А.Н.-ТМФ, т. 40, вып. 3, 329-339, 1979.

6. Gunion J.F., Nason P. and Blankenbecler R.-Phys. Rev., D29, No II, 249I-25II, 1984.

7. Savrin V.I., N. Skackov N.B.-Nuovo Cimento, v. 65A, No I, I-I4, 1982.

Рукопись поступила в издательский отдел
24 апреля 1987 года.